

где ε - ширина порога ошибки; K - количество нелинейностей в системе.

После линеаризации исходной системы (7) осуществлялось определение критериев динамических свойств экипажа по формулам, аналогичным выражениям (9) и (10).

Оптимизация параметров сопротивления пневматического амортизатора осуществлялась на ЭЦВМ "Минск-22" методами случайного поиска и градиентным. Первый использовался при отыскании области расположения глобального оптимума, второй - при уточнении его местоположения, путем минимизации целевых функций оптимизации:

$$C_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i (\max_{j=1,2,\dots,2} K_{ij}).$$

Эти функции формировались в виде линейных комбинаций максимальных величин критериев динамических свойств экипажа K_{ij} с соответствующими весовыми коэффициентами α_i .

Область изменения оптимизируемых параметров амортизатора определялась возможностью его конструктивной реализации.

Изложенная методология синтеза пневматических амортизаторов с оптимальными характеристиками апробировалась при модернизации ходовой части скоростного поезда РТ-200 и создании маневрового тепловоза ТЭМ-7.

Л и т е р а т у р а

1. С е й д ж Э.П., М е л с Дж.Л. Идентификация систем управления. М., "Наука", 1974.
2. Динамика подвижного состава железных дорог. Труды БИТМ, Брянск, 1974, вып. 25.
3. К а з а к о в И.Е., Д о с т у п о в Б.Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1962.

Н.Д.Заблоцкий

РАСЧЕТ ПОДШИПНИКОВ С НАДУВОМ
ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ СЖИМАЕМОСТИ

Известно, что распределение давления в смазочном слое подшипников с принудительным наддувом газа описывается уравнением Рейнольдса,

которое, например для цилиндрического подшипника (рис. I), в безразмерных величинах имеет вид

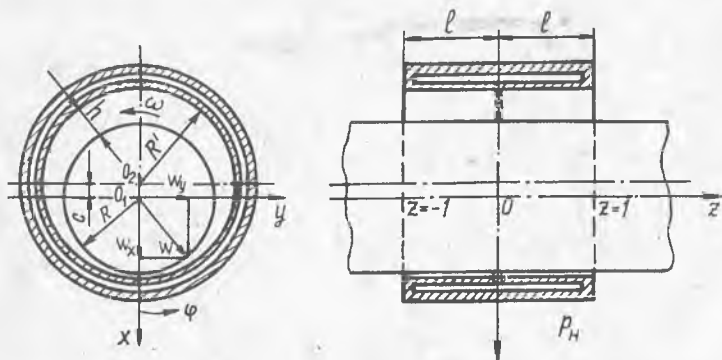
$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \rho \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(h^3 \rho \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = \Lambda \gamma^2 \frac{\partial (p h)}{\partial \varphi} \quad \left(\gamma = \frac{r}{R}, \Lambda = \frac{6 \mu \omega R^2}{c^2 \rho_H} \right). \quad (I)$$

здесь использованы следующие обозначения: p - безразмерное давление (за масштаб принято давление в камере нагнетания p_H), h - толщина смазочного слоя, отнесенная к разности радиусов подшипника и шипа c , γ - относительное удлинение, μ - динамический коэффициент вязкости, ω - угловая скорость вращения шипа. Это уравнение допускает аналитические решения только в отдельных случаях. Особый интерес представляет асимптотическое решение, соответствующее большим числам сжимаемости $\Lambda (\Lambda \rightarrow \infty)$, [2], [3].

Рассмотрим сначала асимптотическое решение задачи для случая произвольного смещения ротора в цилиндрическом подшипнике с одной линией наддува (рис. I), аппроксимирующей один ряд отверстий наддува и расположенной в среднем сечении подшипника при $z = 0$. Решение уравнения (I) должно удовлетворять условиям [4]

$$p|_{z=\pm 1} = p_a; \quad p(\varphi, z) = p(\varphi + 2\pi, z),$$

$$\left. \int_0^{2\pi} h^3 \frac{\partial p^2}{\partial z} \Big|_{z=0} d\varphi - \int_0^{2\pi} h^3 \frac{\partial p^2}{\partial z} \Big|_{z=0} d\varphi = m_2 \int_0^{2\pi} f(\varphi) \theta(p) d\varphi, \quad \left(m_2 = \frac{\partial m}{\partial \pi}, m = \frac{12 \mu M_{max}}{c^3 \rho_H \rho_H} \right) \right\} (2)$$



Р и с. I. Цилиндрический подшипник с одной линией наддува

где ρ_n - плотность газа в камере нагнетания; M_{max} - максимальный массовый расход [5]; $f(\varphi)$ - заданная функция, характеризующая распределение максимального расхода по линии наддува ($\int_0^{2\pi} f(\varphi) d\varphi = 2\pi$); θ - функция истечения; p_1 - давление на линии наддува, в общем случае зависящее от угла φ .

Решение уравнения (1) при $\Lambda \rightarrow \infty$ имеет вид [1-3] (индексом ∞ здесь и в дальнейшем отмечены величины, соответствующие ($\Lambda \rightarrow \infty$))

$$\rho_{\infty}^2 h^2 = \psi_{\infty}(z), \quad (3)$$

где $\psi_{\infty}(z)$ - некоторая функция, которую, как известно, нельзя определить непосредственно из граничных условий (2). Для того, чтобы найти вид функции $\psi_{\infty}(z)$, проинтегрируем уравнение (1) по φ в пределах $0 - 2\pi$ и один раз по z . При этом будем рассматривать отдельно два участка, на которые линией наддува разделена вся область интегрирования: $0 \leq z \leq 1$; $-1 \leq z \leq 0$. В результате интегрирования получим

$$\int_0^{2\pi} h^3 \frac{\partial p_i^2}{\partial z} d\varphi = \frac{d}{dz} \int_0^{2\pi} h \psi_i d\varphi - 3 \int_0^{2\pi} \psi_i \frac{\partial h}{\partial z} d\varphi = 2\pi A_i, \quad (4)$$

являющееся условием постоянства массового расхода газа в направлении оси z ($i = 1, 2$ - номер участка, A_i - постоянные интегрирования). Условие (4) должно удовлетворяться при любом значении Λ , в том числе и при $\Lambda \rightarrow \infty$. Подставив решение (3) в равенство (4), получим обыкновенное дифференциальное уравнение, после интегрирования которого будем иметь

$$\psi_{i\infty} = F_i^2(z) \left[A_{i\infty} Z(z) + B_{i\infty} F_i^{-2}(z) \right] \left(F_i(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h d\varphi; Z(z) = \int_{z_1}^z F_i^3(z) dz \right), \quad (5)$$

Прежде, чем перейти к определению постоянных $A_{i\infty}$, $B_{i\infty}$, предположим, что на некоторых линиях $z = z_1 = const$ и $z = z_2 = const$ задано распределение давления $p|_{z=z_1} = p_1(\varphi)$, $p|_{z=z_2} = p_2(\varphi)$.

Тогда, проинтегрировав по z равенство (4), будем иметь

$$\frac{3}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} dz \int_0^{2\pi} \psi_i \frac{\partial h}{\partial z} d\varphi = F_3^*(z_2) - F_3^*(z_1) - A_i(z_2 - z_1) \left(F_3^*(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h^3(z, \varphi) p_i^2(\varphi) d\varphi, k=1,2 \right). \quad (6)$$

Полученное равенство должно выполняться, как и исходное условие (4), при любых значениях Λ . При $\Lambda \rightarrow \infty$ условие (6) с использованием решения (5) примет вид

$$\left[F_3^*(z) - \psi_{i\infty}(z) F_1(z) \right]_{z=z_2} - \left[F_3^*(z) - \psi_{i\infty}(z) F_1(z) \right]_{z=z_1} = 0.$$

Поскольку параметры z_1 и z_2 являются произвольными и независимыми, то последнее равенство выполняется при

$$F_3^*(z_1) - \psi_{i\infty}(z_1) F_1(z_1) = 0; \quad F_3^*(z_2) - \psi_{i\infty}(z_2) F_1(z_2) = 0. \quad (7)$$

Подставив в зависимость (7) решения (5), определим

$$A_{i\infty} = Z^{-1}(z_2) \left[F_3^*(z_2) / F_1^3(z_2) - F_3^*(z_1) / F_1^3(z_1) \right]; \quad B_{i\infty} = F_3^*(z_1) / F_1(z_1). \quad (8)$$

В качестве координат z_1 и z_2 примем координаты участков, на которые разбита область интегрирования, тогда $z_1 = 0$, $z_2 = \pm 1$. Воспользовавшись равенствами (4) и (8), из условий (2) получим интегральное уравнение, содержащее одну неизвестную функцию $\rho_1(\varphi)$:

$$\frac{Z^{-1}(1) - Z^{-1}(-1)}{2\pi F_1^3(0)} \int_0^{2\pi} \rho_1^2(\varphi) h^3(\varphi, 0) d\varphi - \beta_\alpha^2 \left[\frac{F_3(1)}{Z(1) F_1^2(1)} - \frac{F_3(-1)}{Z(-1) F_1^2(-1)} \right] = \frac{m_2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \theta(\rho_1) d\varphi; \quad (9)$$

$$(F_3(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h^3(z, \varphi) d\varphi).$$

Равенству (9) может удовлетворить целый класс функции $\rho_1(\varphi)$. При условии баланса расходов (9) можно для случая $\Lambda \rightarrow \infty$ в качестве функции $\rho_1(\varphi)$ взять постоянную величину [3], которую обозначим через ρ_{1cp} . Тогда для определения ρ_{1cp} из уравнения (9) получим

$$\beta_{1cp}^2 \frac{F_3(0)}{F_1^3(0)} \left[Z^{-1}(1) - Z^{-1}(-1) \right] - \beta_\alpha^2 \left[\frac{F_3(1)}{Z(1) F_1^2(1)} - \frac{F_3(-1)}{Z(-1) F_1^2(-1)} \right] = m_2 \theta(\rho_{1cp}). \quad (10)$$

После задания конкретного вида функции истечения $\theta(\rho_{1cp})$ из этого уравнения можно найти ρ_{1cp} и далее по формулам (8) постоянные

$A_{i\infty}$, $B_{i\infty}$.

Полученное асимптотическое решение для подшипника с одной линией наддува можно распространить на подшипник любой формы с произвольным числом линий наддува. Опуская промежуточные выкладки, подобные вышеизложенным, приведем окончательные формулы для наиболее распространенного типа цилиндрического подшипника-подшипника с двумя линиями наддува. Координаты линии наддува, расположенных симметрично относительно начала координат, обозначим через $z = \pm a$. Тогда область интегрирования можно разделить на три участка ($i=3$):

$$-1 \leq z \leq -a \quad ; \quad -a \leq z \leq a \quad ; \quad a \leq z \leq 1$$

Асимптотическое решение уравнения (I) для каждого из участков будет иметь вид, подобный (5):

$$\psi_{i\infty} = F_1^2(z) \left[A_{i\infty} Z_i(z) + B_{i\infty} F_1^{-2}(z_i) \right]; \quad Z_i(z) = \int_{z_i}^z F_1^{-3}(z) dz \quad (i=1,2,3). \quad (II)$$

Здесь через z_i обозначены координаты границ участков: $z_1 = -1$, $z_2 = -a$; $z_3 = a$. Для определения постоянных интегрирования $A_{i\infty}$, $B_{i\infty}$ ($i = 1, 2, 3$) используем

$$A_{i\infty} = Z_i^{-1}(z_{i-1}) \left[\rho_{i+1}^2 \frac{F_3(z_{i+1})}{F_1^3(z_{i+1})} - \rho_i^2 \frac{F_3(z_i)}{F_1^3(z_i)} \right]; \quad B_{i\infty} = \rho_i^2 \frac{F_3(z_i)}{F_1^3(z_i)}, \quad (I2)$$

где $z_{i+1} = 1$ при $i = 3$; $\rho_1 = \rho_4 = \rho_a$, а ρ_2 и ρ_3 - некоторые неизвестные пока постоянные величины, относящиеся к линиям наддува ($z_2 = -a$ и $z_3 = a$) и введенные так же, как величина ρ_{1cp} в уравнении (10). Эти величины определяем из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} Z_2^{-1}(a) \left[\rho_3^2 \frac{F_3(a)}{F_1^3(a)} - \rho_2^2 \frac{F_3(-a)}{F_1^3(-a)} \right] - Z_3^{-1}(1) \left[\rho_a^2 \frac{F_3(1)}{F_1^3(1)} - \rho_3^2 \frac{F_3(a)}{F_1^3(a)} \right] &= \frac{m_2}{2} \theta(\rho_3), \\ Z_1^{-1}(-a) \left[\rho_2^2 \frac{F_3(-a)}{F_1^3(-a)} - \rho_a^2 \frac{F_3(-1)}{F_1^3(-1)} \right] - Z_2^{-1}(a) \left[\rho_3^2 \frac{F_3(a)}{F_1^3(a)} - \rho_2^2 \frac{F_3(-a)}{F_1^3(-a)} \right] &= \frac{m_2}{2} \theta(\rho_2) \end{aligned} \right\} (I3)$$

В качестве иллюстрации полученного решения рассмотрим случай радиального смещения шипа ($h = 1 - \varepsilon \cos \varphi$, ε - безразмерный эксцентриситет) в подшипнике с двумя рядами устройств наддува, каждое из которых представляет собой простую диафрагму с законом истечения, близким к изэнтропическому. Функцию истечения в этом случае можно приближенно представить в виде

$$\theta = \sqrt{1 - \rho^4}, \quad (I4)$$

а решение системы (I3) при ($F_1 = 1$, $F_3 = 1 + 1.5\varepsilon^2$, $Z_i = z - z_i$) позволяет найти

$$\rho_2^2 = \rho_3^2 = (\rho_a^2 + \beta \sqrt{1 - \rho_a^4 + \beta^2}) / (1 + \beta^2); \quad \left(\beta = \frac{1-a}{2(1+1.5\varepsilon^2)} m_2 \right).$$

Определив далее из (I2) постоянные интегрирования

$$A_{2\infty} = 0, \quad A_{3\infty} = A_{1\infty} = \frac{1+1.5\varepsilon^2}{1-a} (\rho_a^2 - \rho_2^2); \quad B_{1\infty} = \rho_a^2 (1+1.5\varepsilon^2); \quad B_{2\infty} = B_{3\infty} = \rho_2^2 (1+1.5\varepsilon^2),$$

можно по формулам (II) рассчитать распределение давления на каждом участке:

$$p = \sqrt{\psi_{100}} / h = [A_{100}(z+1) + B_{100}]^{1/2} (1 - \varepsilon \cos \varphi)^{-1} \quad (-1 \leq z \leq -a);$$

$$p = \sqrt{\psi_{200}} / h = B_{200}^{1/2} (1 - \varepsilon \cos \varphi)^{-1} \quad (a \leq z \leq a);$$

$$p = \sqrt{\psi_{300}} / h = [A_{300}(z-a) + B_{300}]^{1/2} (1 - \varepsilon \cos \varphi)^{-1} \quad (a \leq z \leq -1).$$

Полученные формулы для давления позволяют вычислить грузоподъемность опоры W' - главный вектор сил давления, составляющие которого по осям координат (см. рис. I), записанные в безразмерном виде,

$$W_x = \frac{W'_x}{4R\ell\rho_H} = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho \cos \varphi y \, dy \, dz = \frac{\pi}{\varepsilon} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1 \right) \left\{ a \sqrt{B_{200}} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3A_{100}} \left[(A_{100} + B_{100} - a A_{100})^{3/2} - B_{100}^{3/2} \right] \right\}; \quad W_y = 0.$$

Подобным же образом можно определить и грузоподъемность сферического подшипника с наддувом. Не останавливаясь на очевидных промежуточных выкладках, приведем окончательные результаты для сферического подшипника, имеющего две линии наддува, расположенные симметрично относительно экваториальной плоскости. Если воспользоваться сферическими координатами (z - радиус, ϑ - полярный угол, φ - долгота), то координаты линий наддува будут $\vartheta = \beta = \text{const}$ и $\vartheta = \pi - \beta$. Кроме того, подшипник имеет на полюсах при $\vartheta = \alpha = \text{const}$ и $\vartheta = \pi - \alpha$ два отверстия для газообмена с окружающей средой. Область интегрирования, как и в случае цилиндрического подшипника, может быть разбита на три участка $\alpha \leq \vartheta \leq \beta$; $\beta \leq \vartheta \leq \pi - \beta$; $\pi - \beta \leq \vartheta \leq \pi - \alpha$. Тогда асимптотическое решение уравнения Рейнольдса, записанного в сферической системе координат, для i -го участка будет иметь вид

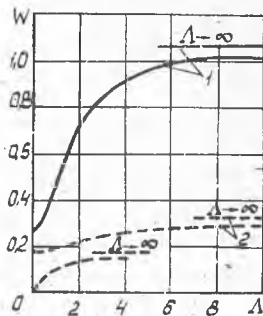
$$\psi_{i\infty}(\vartheta) = F_i^2(\vartheta) [A_{i\infty} \Pi_i(\vartheta) + B_{i\infty} / F_i(\vartheta_i)]; \quad \Pi_i(\vartheta) = \int_{\vartheta_i}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{\sin \vartheta F_i^3(\vartheta)};$$

$$F_i(\vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h \, d\varphi \quad (i=1,2,3; \vartheta_1 = \alpha, \vartheta_2 = \beta, \vartheta_3 = \pi - \beta).$$

Постоянные $A_{i\infty}$, $B_{i\infty}$ отыскиваются из системы уравнений

$$A_i = \Pi_i^{-1}(\vartheta_{i+1}) \left[\rho_{i+1} \frac{F_3(\vartheta_{i+1})}{F_i^3(\vartheta_{i+1})} - \rho_i \frac{F_3(\vartheta_i)}{F_i^3(\vartheta_i)} \right]; \quad B_i = \rho_i \frac{F_3(\vartheta_i)}{F_i^3(\vartheta_i)}; \quad F_3(\vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h^3 \, d\varphi,$$

где $\vartheta_{k+1} = \pi - 2$ при $i=3$, $\rho_1 = \rho_4 = \rho_a$, а ρ_2 и ρ_3 - неизвестные постоянные, для определения которых получим систему двух ($\kappa = 1; 2$) уравнений, подобную (13):



Р и с. 2. Зависимости грузоподъемности цилиндрического (пунктирные линии) и сферического (сплошные линии) подшипников от числа сжимаемости:

1- $\rho_a = 0,3$, $m = 5$, $\varepsilon = 5$, $\varepsilon = 0,3$, $\beta = 45^\circ$, $\alpha = 17^\circ 30'$;

2- $\rho_a = 1/3$, $m = 2\pi$, $\delta = 0,3$, $\gamma = 1$, $\alpha = 0,5$;

3- $\rho_a = 1/3$, $m = 0$, $\varepsilon = 0$, $\gamma = 1$

$$\Pi_{\kappa}^{-1}(\vartheta_{k+1}) \left[\rho_{k+1}^2 \frac{F_3(\vartheta_{k+1})}{F_1^3(\vartheta_{k+1})} - \rho_k^2 \frac{F_3(\vartheta_k)}{F_1^3(\vartheta_k)} \right] - \Pi_{\kappa+1}^{-1}(\vartheta_{k+2}) \left[\rho_{k+2}^2 \frac{F_3(\vartheta_{k+2})}{F_1^3(\vartheta_{k+2})} - \rho_{k+1}^2 \frac{F_3(\vartheta_{k+1})}{F_1^3(\vartheta_{k+1})} \right] = \frac{m}{2\pi} \theta(\rho_{k+1}).$$

В качестве примера приведем формулы для грузоподъемности W' при экваториальном смещении ротора ($h = 1 - \varepsilon \sin \vartheta \cos \varphi$, $\theta = \sqrt{1 - \rho^4}$). Вследствие очевидной симметрии задачи главный вектор сил давления будет лежать в плоскости экватора ($\vartheta = 90^\circ$), и линия его действия, как показывают вычисления, будет совпадать при $\lambda \rightarrow \infty$ с линией смещения центра ротора. Определив главные векторы сил давления на каждом из трех участков и затем просуммировав их, найдем грузоподъемность опоры, безразмерная величина которой

$$W = W'/\rho_n R^2 = - \frac{2\pi}{\varepsilon} \int_{\alpha}^{\beta} \sin \vartheta \left[(1 - \varepsilon^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2} - 1 \right] \left(A_{100} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} + B_{100} \right)^{1/2} d\vartheta + \frac{2\pi}{\varepsilon^2} \rho_2 \sqrt{F_3(\beta)} \left\{ \ln \left| \frac{\varepsilon \cos \beta + \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta}}{\varepsilon \cos \beta - \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \beta}} \right| - 2 \varepsilon \cos \beta \right\},$$

где $A_{100} = \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \left[(1 + 1,5 \varepsilon^2 \sin^2 \beta) \rho_2^2 - (1 + 1,5 \varepsilon^2 \sin^2 \alpha) \rho_a^2 \right];$

$$B_{\text{гос}} = p_a^2 (1 + 1,5 \varepsilon^2 \sin^2 \alpha), \quad p_2^2 = \frac{\alpha p_a^2 + \beta \sqrt{1 - \alpha^2 p_a^4 + \beta^2}}{1 + \beta^2};$$

$$\alpha = \frac{F_3(\alpha)}{F_3(\beta)}; \quad \beta = \frac{m \Pi_1(\beta)}{2\pi F_3(\beta)}$$

На рис. 2 приведены данные расчета грузоподъемности цилиндрического и сферического подшипников, полученные численным интегрированием уравнения Рейнольдса. Представленные результаты свидетельствуют о том, что зависимости $W = W(\Lambda)$ при $\Lambda \rightarrow \infty$ приближаются к тем значениям грузоподъемности, которые получены с помощью рассмотренных выше асимптотических решения. Это обстоятельство позволяет рекомендовать для расчета характеристик подшипников с наддувом при больших числах сжимаемости ($\Lambda > 10$) рассмотренное выше асимптотическое решение.

Л и т е р а т у р а

1. Шейнберг С.А. Газовая смазка подшипников скольжения. - В сб.: Трение и износ в машинах. М., изд-во АН СССР, 1953, т. 8.
2. Котляр Н.М. Асимптотическое решение уравнения Рейнольдса. "Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа", М., 1967, № 1.
3. Заблочкий Н.Д. Один метод построения асимптотического решения задач газовой смазки с наддувом. Труды ЛПИ № 313, Л., "Машиностроение", 1970.
4. Степанянц Л.Г., Заблочкий Н.Д., Синенков И.Е. Методы решения задач газовой смазки с наддувом. - В сб.: Газовая смазка подшипников. М., институт машиноведения, 1968.
5. Заблочкий Н.Д., Карпов В.С. Характеристики устройств наддува газовых опор. "Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа". М., 1973, № 2.
6. Заблочкий Н.Д. Радиальный газовый подшипник с кольцевой линией наддува. Труды ЛПИ № 313, Л., "Машиностроение", 1970.