

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Н. Д., Веселов С. И., Степаненко Н. Д. Применение композиционных материалов в конструкции ГТД. — Проблемы прочности, 1974, № 2.
2. Композиционные материалы. В 8-ми т./Пер. с англ. Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. — М.: Машиностроение, 1978, т. 3. Применение композиционных материалов в технике./Под ред. Б. Нотона.
3. Милейко С. Т., Анищенков В. М. Особенности усталостного разрушения волокнистых композитов с металлической матрицей. — Механика композитных материалов, 1980, № 3.
4. Материалы полимерные композиционные. Метод испытания на усталость при высокочастотных изгибных колебаниях, возбуждаемых модулированной струей сжатого воздуха. ОСТ1 90214-75, 1/1-1977, МАП.
5. Степаненко Н. Д., Карташов Г. Г. Экспериментальное изучение спектров собственных частот и форм колебаний лопаток компрессоров из композиционных материалов и особенности их конструирования. — В кн.: Тез. докл. V Всесоюзная конференция по компрессоростроению. Повышение эффективности и совершенствование компрессорных машин и установок. — М., 1978.
6. Кузнецов Н. Д., Карташов Г. Г. Прикладная теория колебаний анизотропных слоистых оболочек переменной жесткости. — Прикладная механика, 1980, т. 16, № 11.
7. Карташов Г. Г., Кузнецов Н. Д. Собственные колебания пластин и незамкнутых оболочек из композиционных материалов. — Труды XII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, т. 2, Ереван, 1980.
8. Key S. W., Beisinger Z. E. The Analysis of Thin Shells with Transverse Shear Strains by Finite Elements Method. 2nd Conf on Matrix Methods in Struct Mech., Air Force Inst of Techn., Oct. 1968.
9. Ahmad S., Irons B. M., Zienkiewicz O. C. Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements. «Int. J. Num. Meth. Eng». vol. 2 419—451, 1970.
10. Кей С. В., Бейсинджер З. Е. Расчет тонких оболочек на основе метода конечных элементов. — В сб.: Расчет упругих конструкций с использованием ЭВМ, т. 1. — Л.: Судостроение, 1974.
11. Melosh R. J. Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method. AIAA Journal, 1963, vol. 1, p. 1631.

УДК 629.7.015.4

И. Ф. Образцов

### ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННОГО КОМПЛЕКСНОГО ПОДХОДА К ПРОБЛЕМЕ ПРОЧНОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Конструкции летательных аппаратов чрезвычайно сложны по конфигурации и неоднородны по структуре. В них имеются многочисленные ребра жесткости, всевозможные вырезы, уз-

лы крепления, что превращает их в так называемые нерегулярные объекты. Гладкие тонкостенные конструкции, являющиеся традиционным объектом исследования теории пластин и оболочек, встречаются здесь относительно редко. Гораздо чаще мы имеем дело с геометрически сложными тонкостенными пространственными системами, подкрепленными дискретным набором ребер—стрингеров и лонжеронов, а также дискретным набором поперечных связей—нервюр и шпангоутов, т. е. с конструкциями, которые в отличие от традиционных регулярных континуальных объектов теории пластин и оболочек являются дискретно-континуальными, сочетающими дискретные элементы с непрерывными.

Такие конструкции, отличающиеся как общей конфигурацией, так и геометрией, количеством, жесткостью и расположением подкрепляющих элементов, порождают обширное многообразие конструктивно-силовых схем, имеющих разный характер внутреннего силового взаимодействия.

При этом внешние воздействия на летательный аппарат также весьма разнородны и далеко не регулярны. Конструкции современных летательных аппаратов работают в условиях сверхзвуковых скоростей, интенсивного кинетического нагрева, высокого уровня вибраций, а космические аппараты еще и в глубоком вакууме, т. е. в условиях нестационарных, чрезвычайно тяжелых и сложных.

Требования, предъявляемые к конструкциям летательных аппаратов, также чрезвычайно высоки. Например, выдвинутое из экономических соображений требование о ресурсе современных гражданских самолетов порядка 60 тыс. полетных часов вызывает необходимость в более точном определении напряжений, так как ошибка в напряжениях на 10% дает ошибку в оценке долговечности на 40%.

Кроме прочности в обычном смысле, необходимо обеспечить жесткость, высокие надежность и ресурс, а также решить разнообразные специфические проблемы живучести конструкций. Все эти требования необходимо решать в условиях жестких весовых ограничений. При этом проблемы прочности, как правило, не удастся рассматривать изолированно, в отрыве от других аспектов проектирования, таких как аэродинамика, технология, общая компоновка. Это существенно осложняет задачу.

Следует подчеркнуть, что проблема прочности современного летательного аппарата на сегодняшний день не может быть решена чисто теоретически. Она должна решаться комплексно, в тесном сплетении взаимно обуславливающих и дополня-

ющих друг друга теоретических расчетов и экспериментальных исследований, с учетом предшествующего опыта, статистических данных и интуиции.

Соотношение между объемом теоретических и экспериментальных исследований нестабильно и определяется уровнем развития теории. Поэтому, развивая как теоретические, так и экспериментальные методы исследований, следует всегда иметь в виду, что экономический и временной факторы требуют увеличения удельного веса теоретических исследований.

Основное направление развития строительной механики летательных аппаратов состоит в полном обеспечении всех стадий проектирования современных летательных аппаратов достоверными общими методами качественного и количественного теоретического прочностного исследования.

Представляется важным лишь раз подчеркнуть, что хотя окончательным критерием проектирования является опыт, т. е. эксперимент с натурной конструкцией, а точнее — практика ее эксплуатации, непосредственным объектом теоретического исследования является не реальная конструкция, как это иногда представляется конструкторам, а лишь некоторая абстрактная модель. Корректный математический анализ расчетной модели является безусловно необходимым условием достоверности теоретического исследования конструкции. Здесь особую роль играют точные аналитические решения, построенные в форме конечных выражений или в форме бесконечных рядов, позволяющих производить решение с любой степенью точности. При этом понятие точного решения относится, разумеется, лишь к расчетной модели. Для реальных конструкций можно говорить лишь о той или иной степени достоверности теоретических решений, полученных для расчетной модели. Эта достоверность зависит от того, насколько полно эта модель отражает воздействия. При этом, если речь идет о достаточно сложных конструкциях, то единой расчетной моделью ограничиться, как правило, не удастся. Корректный анализ каждой из этих моделей приносит некоторую дополнительную информацию, вся совокупность которой складывается в необходимый объем знаний о реальной конструкции.

Таким образом, достоверность теоретического исследования обеспечивается полнотой расчетной модели и корректностью ее математической обработки, что подтверждается сравнением теоретических результатов с результатами натурального эксперимента,

Развитие строительной механики летательных аппаратов, диктуемое потребностями развития авиационной и ракетной техники, должно, по нашему мнению, идти по пути расширения класса исследуемых объектов. Необходимо обосновать и ввести в практику расчетов новые расчетные модели, которые, отражая в достаточно полной мере специфику рассматриваемых конструкций, были бы в то же время достаточно эффективны в смысле возможности построения решения.

Важным требованием, предъявляемым к расчетной модели, является также требование возможно большей ее универсальности. Такие модели могут быть построены, несмотря на все многообразие, специфику и сложность конструкций летательных аппаратов. Примером может служить подход к конструкциям типа крыла и корпуса летательных аппаратов как к скошенным системам.

Под скошенными тонкостенными пространственными системами мы понимаем все многообразие стреловидных и треугольных крыльев, всевозможные виды крыльев малого удлинения, корпуса ракет и некоторые фюзеляжи самолетов. Скошенные системы, равно как и прямые крылья, цилиндрические корпуса и фюзеляжи рассматриваются как варианты единой расчетной модели — подкрепленной конической оболочки произвольного очертания. Это позволяет объединить единой трактовкой чрезвычайно обширный круг конструкций летательных аппаратов, варьируя очертание направляющей и положение вершины конической поверхности.

Модель является весьма эффективной в смысле возможности построения решения, поскольку все силовые факторы моментного происхождения отнесены к числу второстепенных. В то же время наличие поперечного укрепляющего набора нервюр или шпангоутов делают модель не эквивалентной безмоментной оболочке.

Проследим особенности, которые вносит эта модель в расчет крыльев.

Традиционной расчетной моделью крыла является тонкостенная балка. Эта модель при всей ее простоте и по сей день играет значительную роль при расчете крыльев большого удлинения. Развитием и уточнением этой модели является модель тонкостенного стержня, сохраняющая характерные для балок понятия о главных осях инерции и оси жесткости, но в то же время учитывающая деформацию и депланацию поперечного сечения.

Однако уже для стреловидных крыльев, вследствие скошенности которых практически любая нагрузка вызывает как изгиб, так и кручение крыла, понятие об оси жесткости и главных осях инерции теряет свой обычный смысл. Работа крыльев малого удлинения носит еще более сложный характер, что обусловлено как косоугольными очертаниями крыла в плане, так и тем, что продольные и поперечные размеры крыла имеют один порядок. Здесь балочная концепция мало применима даже в качестве первого приближения.

Разумеется, крыло, как и всякая сложная тонкостенная конструкция, может быть описано с позиций классических гипотез Кирхгофа—Лява, однако достичь таким способом числовых результатов даже при наличии самой мощной вычислительной техники в настоящее время абсолютно не представляется возможным. Это вызывает необходимость перехода к другим, более упрощенным, но результативным моделям. Здесь можно выделить несколько основных направлений.

Первое из них, представленное ранними работами, базируется в основном на классической балочной концепции. Эффект скошенности учитывается при этом приближенно, путем инженерного анализа особенностей силовых схем крыльев той или иной конструкции и использования вариационного принципа. Не умаляя достоинств этого подхода, заключающихся в простоте применяемого аппарата, необходимо отметить, что область приложения подобного метода ограничивается в основном некоторыми типовыми статистическими задачами и крылья различных очертаний рассматриваются независимо друг от друга. Это порождает обилие расчетных схем и затрудняет практическое освоение этих методов, являющихся к тому же и весьма грубыми.

Ко второму направлению принадлежат работы, базирующиеся на схематизации тонкостенной конструкции крыла в виде конструктивно-анизотропной косоугольной пластины. Такая схематизация весьма условна, прежде всего потому, что восприятие внешней нагрузки пространственной системой и пластиной принципиально различно. Поэтому возможности использования пластины как расчетной модели крыла тонкостенного типа весьма ограничены. Такая модель может быть использована только для расчета крыльев, подкрепленных регулярным набором лонжеронов, стенки которых воспринимают поперечную нагрузку подобно тому, как это имеет место в пластинах. Достоверность результатов в значительной степени зависит от удачного выбора численных значений приведен-

ных упругих постоянных анизотропной пластины. Расчет же крыла как анизотропной пластины на воздействие больших крутящих моментов и сосредоточенных сил, когда касательные напряжения могут даже превосходить нормальные, а также исследование на основе такой модели сложных вопросов термоупругости и несущей способности вообще не представляется возможным.

Третье направление составляют методы, в основу которых положена дискретная расчетная модель упругого тела, т. е. идея конечного элемента. Эти методы, несмотря на весьма условный характер схематизации конструкции, представляют значительный интерес. Их важнейшим достоинством является возможность производить расчет сложных нерегулярных конструкций на основе простых матричных алгоритмов. Эти методы получают все более широкое распространение.

Растущая популярность метода конечных элементов, однако, таит в себе опасность чрезмерного увлечения ими в ущерб методам аналитическим. Не будет преувеличением сказать, что в настоящее время многие склонны видеть в дискретных методах некую панацею от всех бед, между тем как, отдавая должное сильной стороне этих методов, нельзя при этом забывать и о присущих им недостатках.

Прежде всего дискретные методы, как и любые другие численные методы, допускают лишь параметрический анализ, но исключают возможность качественных исследований работы конструкций, столь необходимых при проектировании. С алгоритмической стороны дискретные методы предельно просты. Однако, несмотря на физическую очевидность, дискретные модели непрерывных объектов требуют обоснования и подтверждения путем сопоставления с результатами аналитических расчетов по непрерывным моделям.

Таким образом, противопоставление дискретных методов аналитическим не оправдано. И те и другие методы обладают присущими им достоинствами и недостатками и поэтому, взаимно дополняя друг друга, должны развиваться в равной мере.

Аналитические методы, описывающие работу конструкции в целом, без излишней детализации, являются основой качественных исследований. Эти методы следует применять при выборе и оптимизации силовой схемы и основных силовых элементов конструкции.

На этапе же детализации силовых элементов и при поверочных расчетах, когда конструкция рассматривается как

сложная статически неопределимая система, важную роль играют дискретные методы.

Соотношение между дискретными и аналитическими методами нестабильно и определяется уровнем развития ЭВМ и математического обеспечения. И если сегодня создается впечатление, что дискретные методы несколько теснят аналитические, то нельзя не учитывать и противоположную тенденцию. Наметившиеся успехи в аналитических преобразованиях на ЭВМ делают реальной перспективу решения задач механики сплошной среды на ЭВМ хорошо разработанными методами теории непрерывного аргумента. По мере накопления средств для проведения аналитических выкладок на ЭВМ эти методы будут все активнее проникать в сферу математического обеспечения. Аналитические методы всегда формировали и будут формировать мышление научного работника. В конечном итоге, и темпы развития исследований в области вычислительной математики определяются уровнем фундаментальных исследований. Поэтому только гармоническое развитие аналитических и дискретных методов обеспечивает необходимый прогресс.

Все сказанное по поводу дискретных моделей и методов относится, разумеется, к расчету любых конструкций. Что касается крыльев, то упомянутый выше подход к ним как к скошенным тонкостенным системам позволяет строить аналитические решения для всевозможных статических задач, задач термоупругости, а также задач, связанных с исследованием собственных колебаний и колебаний оболочек типа крыла, частично заполненных жидкостью, при произвольных внешних воздействиях статического, динамического и теплового характера.

При небольшом числе членов, удерживаемых в разложениях, полученные аналитические решения для всевозможных скошенных систем представляют собой обобщения соответствующих решений для прямых тонкостенных балок. Увеличение числа удерживаемых членов дает возможность исследовать детальное распределение напряжений и деформаций для скошенных систем самого сложного вида.

Как уже отмечалось, проектирование летательных аппаратов ставит на повестку дня необходимость расширения класса существующих расчетных моделей. Если подходить к этому вопросу с самых общих позиций, то следует говорить о моделях континуальных, дискретных и их обобщении — дискретно-

континуальных моделях, сочетающих непрерывные элементы с дискретными.

Для авиационных конструкций переход к дискретно-континуальной модели и ее систематическое освоение диктуется не потребностью тех или иных местных уточнений, а существом дела, ибо силовой каркас зачастую играет не вспомогательную роль, а воспринимает нагрузку наравне с оболочкой или даже носит доминирующий характер.

Практика проектирования авиационных конструкций требует создания общих методов расчета каркасированных тонкостенных конструкций, строго учитывающих дискретность подкрепленного набора при любом соотношении жесткостей ребер и собственно оболочки, при регулярном и произвольном наборе как постоянной, так и переменной жесткости, при наборе однонаправленном и перекрестном, а также при любом расположении ребер относительно срединной поверхности оболочки.

Дискретно-континуальная модель представляет собой обширнейшую область исследований. Применительно к летательным аппаратам это не только дискретно подкрепленные пластины и оболочки, но и конструкции с другими элементами дискретности: сосредоточенными массами и моментами инерции, несущими слоями нулевой толщины, скачкообразным изменением геометрических параметров, изломами поверхности и т. д.

Развитие методов расчета на основе дискретно-континуальной модели требует разработки соответствующего математического аппарата. Значительные перспективы в этом направлении открывает применение аппарата обобщенных функций. Представляет, например, большой интерес разработка на этой основе структурных теорий композиционных материалов и критериев их прочности. Значительные перспективы обещает здесь применение современных асимптотических методов. В этой же области интересные возможности открывает применение аппарата дифференциальных уравнений в частных производных с запаздывающим аргументом, разработка которого только начинается.

Следует отметить, что дискретно-континуальная модель весьма перспективна в аспекте оптимального проектирования, так как позволяет свести проблему оптимизации к выбору определенного набора параметров. В случае оптимизации подкрепленной пластины, например, к выбору постоянной толщины собственно пластины, количеству ребер, их жесткости и

расположению. Конструктивно анизотропная же модель приводит к пластине переменной толщины, обратный переход от которой к дискретно-подкрепленной пластине носит весьма грубый характер. Точное же воспроизведение сложного рельефа оптимальной пластины лишено практического смысла.

Таким образом, дискретно-континуальная модель и в области оптимального проектирования летательных аппаратов создает реальные предпосылки для важных практических результатов, не достигнутых на основе непрерывных моделей.

УДК 621.438.534.12

Г. С. Писаренко

### **О ВОЗМОЖНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ ТУРБИНЫХ ЛОПАТОК С УЧЕТОМ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ**

При оценке динамической напряженности элементов конструкции, которая нужна для прогнозирования их надежности и долговечности, кроме собственной частоты требуется знать и амплитудно-частотную характеристику колебательной системы. Для этого необходимы характеристики демпфирования колебаний, обусловленные потерями энергии на несовершенную упругость материала, потерями на трение в сочленениях конструкции, потерями на трение о внешнюю подвижную или неподвижную среду, а также возникающим при этом вихреобразованием.

Примем, что диссипация энергии является малой, составляющей менее 10% от амплитудного значения потенциальной энергии деформации (или энергии колебаний системы), а потому члены дифференциального уравнения, отражающие учет энергетических потерь указанного порядка, могут быть введены с множителем в виде малого параметра  $\epsilon$ .

Рассмотрим простейший случай поперечных колебаний тонкого консольного стержня постоянного сечения. Уравнение равновесия элемента стержня при его поступательном перемещении запишется в виде

$$q_i dx + \partial Q = 0. \quad (1)$$