Литература

1. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. - М.: Высшая школа, 1973. - 295 с.

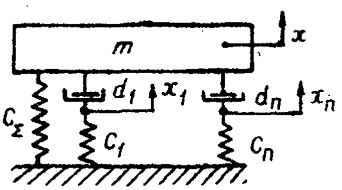
2. Лазуткин Г.В., Трубин В.Н., Тройников А.А. О подобии диссипативных систем по упругофрикционным характеристикам. - Науч.тр./Куйбыш. авиац. ин-т, 1975, вып. 1(69). Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов, с. 50-52.

УДК 621.822.5

Д.Е.Чегодаев

ОПТИМАЛЬНОЕ СООТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ УПРУГОДЕМПФЕРНОЙ СВЯЗИ РЕЛАКСАЦИОННОЙ ПОДВЕСКИ

Многие задачи динамики объектов на вязкоупругом основании или пневмогидравлических опорах сводятся к модели релаксационного демпфирования (рис.1). Уравнение движения массы m в этом случае



Р и с. 1. Упругодемпферная связь релаксационной подвески

$$m\ddot{x}+\sum_{i=1}^{n}R_i+C_\Sigma x=0 , \qquad (1)$$

где R_i - реакция i-й связи;

C_Σ - суммарная статическая жесткость связи.

Выразив значение R_i через параметры демпфирования d_i и жесткости C_i в соответствующей связи, получим его изображение по Лапласу:

$$R_i=\frac{C_i d_i s}{C_i+d_i s}\tilde{x} , \qquad (2)$$

где $s=\frac{d}{dt}$ - оператор Лапласа;

C_i, d_i - коэффициенты жесткости и демпфирования i-й связи.

Таким образом, уравнение (1) с учетом (2) можно представить в следующем виде:

$$ms^2+C_\Sigma+\sum_{i=1}^{n}\frac{C_i d_i s}{C_i+d_i s}=0 . \qquad (3)$$

Рассматривая только реакцию связи в уравнении (3), можно получить для гармонического возмущения системы ($s = j\omega$)

$$C_{дин} = C_{\Sigma} + j\omega \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i d_i}{c_i + j\omega d_i} .$$

Если обозначить

$$p_o = \frac{C_{\Sigma}}{m}; \; \bar{p}_{oi} = \frac{p_{oi}}{p_o} = \frac{c_i}{m p_o}; \; \delta_i = \frac{n_i}{p_o} = \frac{d_i}{2 m p_o}; \; \bar{\omega} = \frac{\omega}{p_o},$$

то

$$C_{дин} = C_{\Sigma} \left(1 + j\bar{\omega} \sum_{i=1}^{n} \frac{2\delta_i}{1 + \frac{j\bar{\omega} 2\delta_i}{\bar{p}_{oi}^2}} \right). \tag{4}$$

безразмерном виде (4) примет вид

$$\bar{C}_{дин} = \frac{C_{дин}}{C_{\Sigma}} = 1 + j\bar{\omega} \sum_{i=1}^{n} \frac{2\delta_i}{1 + \frac{j\bar{\omega} 2\delta_i}{\bar{p}_{oi}^2}} \tag{5}$$

Действительная и мнимая части уравнения (5) характеризуют соответственно упругие и диссипативные свойства связи:

$$Re(\bar{C}_{дин}) = 1 + \bar{\omega}^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{4\delta_i^2 \bar{p}_{oi}^2}{\bar{p}_{oi}^4 + 4\delta_i^2 \bar{\omega}^2}; \tag{6}$$

$$Im(\bar{C}_{дин}) = \bar{\omega} \sum_{i=1}^{n} \frac{2\delta_i \bar{p}_{oi}^4}{\bar{p}_{oi}^4 + 4\delta_i^2 \bar{\omega}^2} . \tag{7}$$

Безразмерную динамическую реакцию (5) представим полиномом

$$\bar{C}_{дин} = \frac{T_{1n}^n s^n + \ldots + T_{1i}^i s^i + \ldots + T_{11} s + 1}{T_{2n}^n s^n + \ldots + T_{2i} s^i + \ldots + T_{21} s + 1}, \tag{8}$$

в котором безразмерные постоянные времени выражаются через динамические параметры связи. Например, для $n = 1$

$$\bar{T}_1 = p_o T_1 = (1 + \bar{p}_{o1}^2) \frac{2\delta_1}{\bar{p}_{o1}^2}; \qquad \bar{T}_2 = p_o T_2 = \frac{2\delta_1}{\bar{p}_{o1}^2},$$

откуда можно найти

$$\bar{p}_{01}^{2}=\frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_2}-1\,;\quad 2\delta_1=\bar{T}_1-\bar{T}_2\quad,$$

для $n=2$

$$\bar{T}_{12}^{2}=p_o^2T_{12}^2=\frac{4\delta_1\delta_2}{\bar{p}_{01}^{2}\bar{p}_{02}^{2}}\left(1+\bar{p}_{01}^{2}+\bar{p}_{02}^{2}\right);\ \bar{T}_{22}^{2}=p_o^2T_{22}^2=\frac{4\delta_1\delta_2}{\bar{p}_{01}^{2}\bar{p}_{02}^{2}}\quad;$$

$$\bar{T}_{11}=p_oT_{11}=\frac{2\delta_1}{\bar{p}_{01}^{2}}\left(1+\bar{p}_{01}^{2}\right)+\frac{2\delta_2}{\bar{p}_{02}^{2}}\left(1+\bar{p}_{02}^{2}\right);\ \bar{T}_{21}=p_oT_{21}=\frac{2\delta_1}{\bar{p}_{01}^{2}}+\frac{2\delta_2}{\bar{p}_{02}^{2}}\,.$$

Размерные постоянные времени

для $n=1$

$$T_1=\frac{d_1}{C_1}\left(1+\frac{C_1}{C_\Sigma}\right);\quad T_2=\frac{d_1}{C_1}\quad,$$

для $n=2$

$$T_{12}^{2}=\frac{d_1d_2}{C_1C_2}\left(1+\frac{C_2}{C_\Sigma}+\frac{C_1}{C_\Sigma}\right);T_{22}^{2}=\frac{d_1d_2}{C_1C_2}\quad;$$

$$T_{11}=d_1\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_\Sigma}\right)+d_2\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_\Sigma}\right);\ T_{21}=\frac{C_1d_2+C_2d_1}{C_1C_2}\,.$$

Используя обозначение $N_i=\frac{C_i}{C_\Sigma}$, принятое в работе[I], получим для $n = I$

$$T_1=\frac{d_1}{C_1}\left(1+N_1\right);\ T_2=\frac{d_1}{C_1}\quad,\ \text{откуда}\quad N_1=\frac{T_1}{T_2}-1\quad,$$

для $n=2$

$$T_{12}^{2}=\frac{d_1d_2}{C_1C_2}\left(1+N_1+N_2\right);\qquad T_{22}=\frac{d_1d_2}{C_1C_2}\quad;$$

$$T_{11}=\frac{d_1}{C_1}\left(1+N_1\right)+\frac{d_2}{C_2}\left(1+N_2\right);\ T_{21}=\frac{d_1}{C_1}+\frac{d_2}{C_2}\,.$$

Предельные значения жесткостной характеристики (6) составляют при $\omega=0$ $\bar{C}_y=1$, а при $\omega\to\infty$ $C_y=1+\sum_{i=1}^{n}\bar{p}_{0i}^2$. Максимальное демпфирование (7) в связи реализуется при $\frac{dJ_m(\bar{C}_{дин})}{d\omega}=0$, то есть для $n=1$ на частоте $\bar{\omega}_{опт}=\frac{2\delta_1}{\bar{p}_{01}^2}$, определяемой соотношением жесткости и демпфирования в релаксационной связи.

Колебания массы m на подвеске с реакцией $C_{дин}$ исследованы в работе [2]. В ней для $T_2/T_1=const$ получены значения оптимальных коэффициента усиления на резонансе $R_{опт}=\frac{1+T_2/T_1}{1-T_2/T_1}$ и частоты

$$\bar{\omega}_{опт}=\sqrt{\frac{2}{1+T_2/T_1}}$$

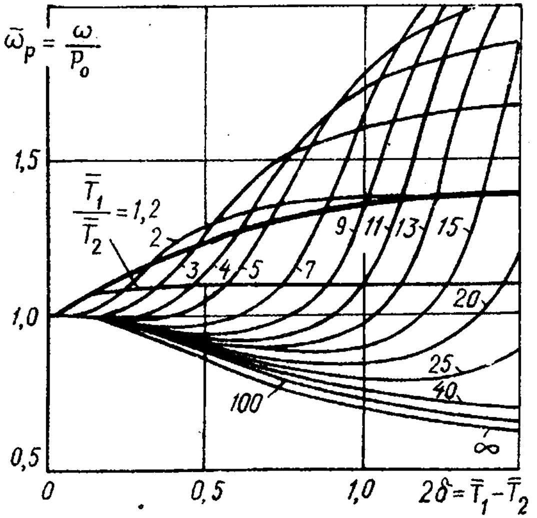
, или в параметрах связи:

$$R_{опт}=1+\frac{2}{\bar{p}_{01}^2};$$

$$\bar{\omega}_{опт}=\sqrt{\frac{1+\bar{p}_{01}^2}{1+\frac{\bar{p}_{01}^2}{2}}},$$

то есть значения этих параметров зависят только от величины массы и жесткости в релаксационной связи.

Установленные зависимости между параметрами в структуре упруго-демпферной связи и ее постоянными времени позволяют более глубоко проникнуть в физическую суть явлений динамического состояния системы, использовать методы механических и электрических аналогий для анализа и синтеза пневмогидравлических элементов машин и, в частности, применить результаты, изложенные в работе [1], для проектирования пневмогидростатических виброзащитных систем. Основная идея расчета таких систем, представленная в [2], сводится к отысканию параметров виброзащитного устройства, имеющего минимальный коэффициент усиления на заданной частоте при $n=1$. С этой целью можно воспользоваться диаграммой на рис. 2. Зависимости резонансной частоты $\bar{\omega}_p$ от коэффициента демпфирования в связи $2\delta=\bar{T}_1-\bar{T}_2$ при малых значениях δ несколько уменьшаются, что объясняется влиянием демпфирования на собственную частоту. Это влияние тем сильнее, чем больше значение $\bar{T}_1/\bar{T}_2$, то есть чем ближе модель системы к упруговязкой модели Кельвина (параллельное соединение жесткости и демпфирования). На определенной частоте характеристики резко возрастают, что обусловлено действием релаксационной пружины. Пересечение зависимостей с выделенной линией определяет положение "фиксированной точки", в которой выполняется условие минимакса резонансной характеристики. Это положение соответствует максимальному демпфированию в системе. На участке вблизи точки пересечения зависимости имеют наибольшую крутизну, что означает повышенную чувствительность значений резонансной частоты к изменениям коэффициента демпфирования в системе, определяемого разностью постоянных времени $\bar{T}_1 - \bar{T}_2$.



Р и с. 2. Зависимость резонансной частоты от коэффициента демпфирования

Таким образом, проектирование виброзащитной системы с оптимальными свойствами состоит в выборе постоянных $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ по заданной резонансной частоте с минимальным коэффициентом усиления на резонансе. Эти постоянные соответствуют точкам пересечения зависимостей для $T_1 / T_2 = const$ с выделенной на рис. 2 кривой.

Л и т е р а т у р а

1. Ruzicka J.E., Derby T.F. Influence of Damping in Vibration Isolation. - Barry Controls Division of Barry Wright Corp., 1971, p. 268.

2. Чегодаев Д.Е., Белоусов А.И. Гидростатические опоры как гасители колебаний. - В сб.: Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей. Куйбышев: КуАИ, 1974, вып. 67, с. 197-205.