

Влияние вынужденных колебаний на самовозбуждающиеся колебания ротора с гидростатическими подшипниками проявляется внешне через изменение частоты самовозбуждающихся колебаний. Отношение скорости вращения ротора, при которой возникают самовозбуждающиеся колебания, к частоте самовозбуждающихся колебаний на границе устойчивости не зависит от амплитуды вынужденных колебаний.

Полученные теоретические выводы хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ямпольский И. Д., Пируев Е. В. Несущая способность и устойчивость четырехкамерного гидростатического подшипника. Энергомашиностроение, 1966, № 6.
2. Малаховский Е. Е. Устойчивость и вынужденные колебания роторов на гидростатических подшипниках. Машиноведение, 1967, № 1.
3. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. Изд. 2-е, Гостехиздат, 1948.
4. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Изд. 2-е. Физматгиз, 1958.

Ю. А. ВОЛКОВ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ РОТОРА НА ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКАХ

Применение в быстроходных энергетических машинах в качестве опор роторов гидростатических подшипников выдвинуло задачу определения расчетным путем амплитуд вынужденных колебаний вращающегося ротора на нелинейных упруго-демпферных опорах.

Не останавливаясь подробно на вопросах схематизации, заметим, что гидростатический подшипник можно представить в виде нелинейной опоры с заданной упругой характеристикой и коэффициентом демпфирования.

Процессы в системах с нелинейными элементами выражаются, как известно, нелинейными дифференциальными уравнениями. Регулярные методы их решения отсутствуют, поэтому каждая задача решается тем или иным приближенным способом.

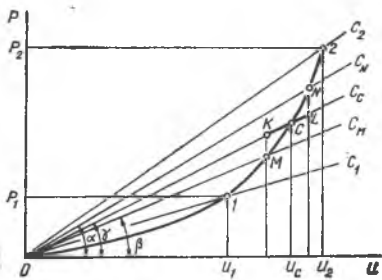


Рис. 1

Реализация многих из этих способов связана с определенными математическими трудностями.

Ниже будет изложен один из способов определения амплитудно-частотной характеристики вращающегося ротора на нелинейных упруго-демпферных опорах.

Указанную задачу будем решать, исходя из следующих условий:

1. Рассматривается установившийся режим вращения ротора.
2. Движение ротора происходит на режиме прямой синхронной процессии.
3. Сила трения в опоре пропорциональна скорости смещения.
4. Опора обладает изотропной характеристикой.

Основой предлагаемого метода расчета амплитудно-частотной характеристики ротора, установленного на опоры, обладающие нелинейной упругой характеристикой, является замена нелинейной характеристики опоры некоторым набором лучей, выходящих из начала координат.

### Ротор, установленный на двух опорах, одна из которых обладает нелинейной упругой характеристикой

Пусть при увеличении угловой скорости вращения ротора от  $\omega_1$  до  $\omega_2$  прогибы на опоре изменились от  $U_1$  до  $U_2$ . В том случае, когда ротор установлен на нелинейные опоры, сила упругости опоры нелинейно зависит от перемещения ротора в опоре. Как можно видеть из рис. 1, при изменении прогибов на опоре от  $U_1$  до  $U_2$  жесткость на опоре изменяется от  $C_1 = \frac{P_1}{U_1}$  до  $C_2 = \frac{P_2}{U_2}$ .

Здесь  $P$  — усилие в опоре,  $U$  — прогиб в опоре.

Пусть на каких-то оборотах ротор прогнулся таким образом, что в опоре возникла реакция  $P_c$ , и прогиб на опоре составил величину  $U_c$ . Тогда жесткость опо-

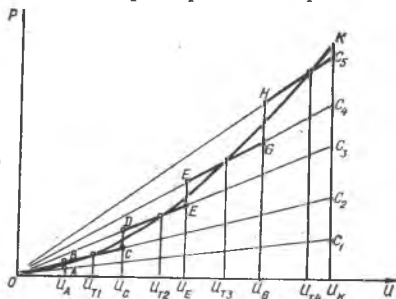


Рис. 2

ры в точке  $C$  ее характеристики следующая:

$$C_c = \frac{P_c}{U_c}. \quad (1)$$

Эта величина есть не что иное, как тангенс угла наклона к оси абсцисс луча, проходящего из начала координат через точку  $C$ ,

$$\frac{P_c}{U_c} = \operatorname{tg} \gamma. \quad (2)$$

На характеристике нелинейной опоры рядом с точкой  $C$  можно выбрать такие точки  $M$  и  $N$ , чтобы тангенсы углов наклона  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{tg} \beta$  отличались от  $\operatorname{tg} \gamma$  весьма незначительно, и таким образом, на участке от величины прогибов опоры  $U_M$  до  $U_N$  (рис. 1) нелинейную характеристику опоры  $MCN$  можно заменить линейной  $KCL$ .

Производя последовательную замену участков нелинейной характеристики на линейные участки, получим аппроксимированную нелинейную характеристику (рис. 2).

Вместо нелинейной упругой характеристики получим, таким образом, характеристику  $OABCDEFGHIJK$ . Каждый из участков ломаной можно рассматривать как участок линейной характеристики с жесткостями  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ .

Построим набор линейных амплитудно-частотных характеристик, соответствующих набору лучей, с помощью которых аппроксимируется нелинейная упругая характеристика (рис. 3).

Так как массовые характеристики системы остаются без изменения, а изменяются лишь жесткостные и, если учесть, что в данном случае мы рассматриваем нелинейную упругую опору с характеристикой жесткого типа, то критические скорости  $\omega_{c1}; \omega_{c2}; \omega_{c3}; \omega_{c4}; \omega_{c5}$ , соответствующие аппроксимирующим лучам  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ , располагаются в ряд по возрастающей величине.

По оси ординат на

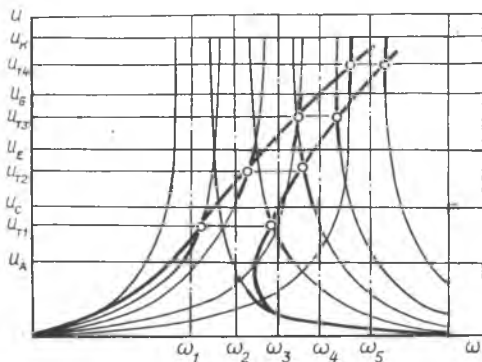


Рис. 3

рис. 3 отложим отрезки  $U_A, U_C, U_E, U_G, U_K$ , которые соответствуют точкам перехода от линейной характеристики  $OA$  к  $BC$  и т. д.

Затем сопоставляя вместе рисунки 2 и 3, заметим, что на прогибе опоры от 0 до  $U_A$  опора работает как линейная с жесткостью  $C_1$ .

При величине прогиба от  $U_A$  до  $U_C$  опора работает как линейная с жесткостью  $C_2$  и так далее.

Необходимо заметить, что на амплитудно-частотной характеристике ротора, установленного на две упругие опоры, одна из которых обладает нелинейной упругой характеристикой, можно найти точки, соответствующие точному решению ( $U_{T1}, U_{T2}, U_{T3}, \dots$ ) (рис. 3). Через эти точки и проводится результирующая амплитудно-частотная характеристика, соответствующая нелинейной системе.

Построение набора амплитудно-частотных характеристик ротора на упруго-демпферных опорах ведется методом разложения по собственным формам [1].

Прогибы ротора ищутся в виде ряда

$$U(z) = \sum_{k=1}^n (C_{kx} + iC_{ky}) y_k(z), \quad (3)$$

где  $y_k(z)$  —  $k$ -тая форма собственных колебаний ротора, установленного на упругие опоры.

Коэффициенты разложения  $C_{kx}, C_{ky}$  определяются из системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} L_1 C_{1x} - C_{1y} K_{11} - G_{2y} K_{12} - C_{3y} K_{13} - \dots - C_{ky} K_{1k} &= \omega K_{p1}(z_i) \\ L_k C_{kx} - C_{1y} K_{k1} - C_{2y} K_{k2} - C_{3y} K_{k3} - \dots - C_{ky} K_{kk} &= \omega K_{pk}(z_i) \\ L_1 C_{1y} + C_{1x} K_{11} + C_{2x} K_{12} + C_{3x} K_{13} + \dots + C_{kx} K_{1k} &= 0 \\ L_k C_{ky} + C_{1x} K_{k1} + C_{2x} K_{k2} + C_{3x} K_{k3} + \dots + C_{kx} K_{kk} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где 
$$\int_0^e \alpha(z) y_n(z) y_k(z) dz = K_{pk};$$

$$\int_0^e m(z) \varepsilon(z_i) y_k(z) dz = K_{pk}(z_i);$$

$$P_k \frac{\omega_{ck}^2 - \omega^2}{\omega} = L_k; \quad (5)$$

$$\Pi_K = \int_0^e m(z) y_{\text{CK}}^2(z) dz + \sum_1^i m_i y_{\text{CK}i}^2 + \int_0^e \rho I^* [y_{\text{CK}}(z)]^2 dz + \\ + \sum_1^i I_g^* (y'_{\text{CK}i})^2;$$

$m(z)$  — погонная масса;

$\alpha(z)$  — коэффициент трения;

$\varepsilon(z)$  — эксцентриситет;

$\omega_{\text{CK}}$  — величина  $k$ -той критической скорости;

$\omega$  — угловая скорость, на которой определяются прогибы ротора;

$\rho$  — плотность материала ротора;

$I_g^*$  — приведенный момент инерции.

### Ротор на нелинейных упруго-демпферных опорах

Особенностью расчета ротора на двух или более нелинейных упруго-демпферных опорах является то, что в этом случае нет возможности построить набор линейных амплитудно-частотных

Таблица 1

Характеристика опоры «А»

$N$	Прогиб в опоре А, $U_a$	Подат. на участке, $\delta_a$
1	$0 \div U_{1a}$	$\delta_{1a}$
2	$U_{1a} \div U_{2a}$	$\delta_{2a}$
3	$U_{2a} \div U_{3a}$	$\delta_{3a}$
4	$U_{3a} \div U_{4a}$	$\delta_{4a}$
...	.....	.....
$n$	$U_{(n-1)a} \div U_{na}$	$\delta_{na}$

Таблица 2

Характеристика опоры «В»

$N$	Прогиб в опоре В, $U_b$	Подат. на участ., $\delta_b$
1	$0 \div U_{1b}$	$\delta_{1b}$
2	$U_{1b} \div U_{2b}$	$\delta_{2b}$
3	$U_{2b} \div U_{3b}$	$\delta_{3b}$
4	$U_{3b} \div U_{4b}$	$\delta_{4b}$
...	.....	.....
$n$	$U_{(n-1)b} \div U_{nb}$	$\delta_{nb}$

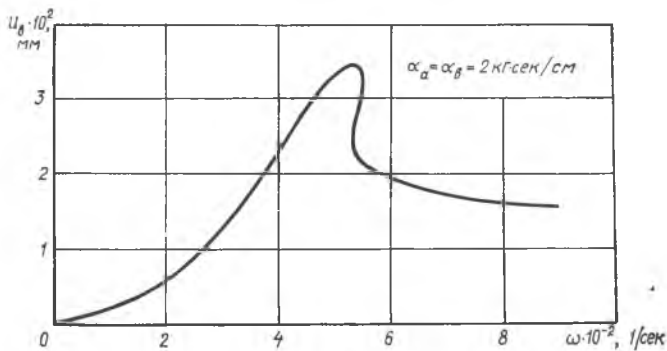


Рис. 4

характеристик, т. к. неизвестно, в какой последовательности меняются податливости опор.

В этом случае при вычислении амплитудно-частотной характеристики как бы моделируется работа ротора на нелинейных опорах. Поясним это для расчета амплитуд колебаний ротора на двух нелинейных опорах.

Нелинейные характеристики опор аппроксимируются и задаются в виде таблиц.

Подсчитывается первая критическая скорость ротора, установленного на упругие опоры с податливостями  $\delta_{1a}$  и  $\delta_{1b}$  [2].

Расчет амплитудно-частотной характеристики ротора на нелинейных упруго-демпферных опорах начинается с участков характеристики с податливостями и угловой скорости, которая меньше первой критической скорости ротора. Расчет ведется по формулам (3), (4), (5).

Задается ряд угловых скоростей, для которого подсчитывается амплитудно-частотная характеристика.

Подсчитываются прогибы ротора на первой скорости из указанного ряда с податливостями  $\delta_{1a}$  и  $\delta_{1b}$ . Если прогибы на опорах «А» и «В» попали в интервалы прогибов, соответствующие податливостям опор  $\delta_{1a}$  и  $\delta_{1b}$  (см. табл. 1 и 2), то переходим к расчету прогибов на следую-

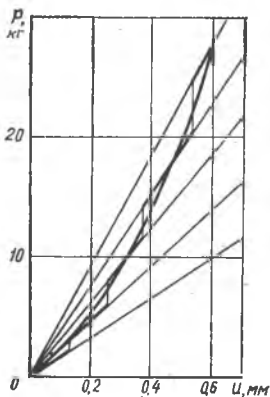


Рис. 5

щей угловой скорости из этого ряда с податливостями опор  $\delta_{1a}$  и  $\delta_{1b}$ . Если полученные прогибы вышли из интервалов прогибов, соответствующих  $\delta_{1a}$  или  $\delta_{1b}$ , то амплитуды на следующей угловой скорости подсчитываем с податливостями опор, соответствующими тем интервалам  $U_a$  и  $U_b$ , в которые попали прогибы на опорах «А» и «В» при расчете прогибов на предыдущей угловой скорости. Подсчитав прогибы для всего заданного ряда угловых скоростей, получим амплитудно-частотную характеристику ротора на нелинейных упруго-демпферных опорах.

Метод запрограммирован для решения задачи на ЭЦВМ М-20.

Таблица 3

Характеристика ротора

N сечения	Длина участка, z, см		Масса участка $m(z)$ , $\frac{\text{кгсек}^2}{\text{см}}$		Изгибная жесткость EI, $\text{кгсм}^2$	Эксцентр. ц. тяж. e, см	Примечание
1	0		0,63	$10^{-4}$	0,1088 $10^8$	0	Опора «а»
2	0,6	$10^1$	0,63	$10^{-4}$	0,1088 $10^8$	0	
3	0,6	$10^1$	0,626	$10^{-3}$	0,1035 $10^{10}$	0	
4	0,82	$10^1$	0,626	$10^{-3}$	0,1035 $10^{10}$	0	
5	0,82	$10^1$	0,787	$10^{-3}$	0,1635 $10^{10}$	0	
6	0,117	$10^2$	0,787	$10^{-3}$	0,1635 $10^{10}$	0	
7	0,117	$10^2$	0,96	$10^{-3}$	0,245 $10^{10}$	0	
8	0,177	$10^2$	0,960	$10^{-3}$	0,245 $10^{11}$	0	
9	0,177	$10^2$	0,787	$10^{-3}$	0,1635 $10^{11}$	0	
10	0,212	$10^2$	0,787	$10^{-3}$	0,1635 $10^{10}$	0	
11	0,212	$10^2$	0,626	$10^{-3}$	0,1035 $10^{11}$	0	
12	0,234	$10^2$	0,626	$10^{-3}$	0,1035 $10^{11}$	0	
13	0,234	$10^2$	0,904	$10^{-4}$	0,2145 $10^8$	0	
14	0,312	$10^2$	0,904	$10^{-4}$	0,2145 $10^8$	0	Опора «б»
15	0,312	$10^2$	0,904	$10^{-4}$	0,2145 $10^8$	0	
16	0,351	$10^2$	0,904	$10^{-4}$	0,2145 $10^8$	0	
17	0,351	$10^2$	0,1202	$10^{-2}$	0,58 $10^{10}$	0,0083	
18	0,364	$10^2$	0,1202	$10^{-2}$	0,58 $10^{10}$	0,0083	
19	0,364	$10^2$	0,303	$10^{-3}$	0,716 $10^9$	0	
20	0,372	$10^2$	0,303	$10^{-3}$	0,716 $10^9$	0	
21	0,372	$10^2$	0,518	$10^{-3}$	0,688 $10^9$	0	
22	0,374	$10^2$	0,518	$10^{-3}$	0,688 $10^9$	0	
23	0,374	$10^2$	0,364	$10^{-3}$	0,594 $10^9$	0	
24	0,3795	$10^2$	0,364	$10^{-3}$	0,594 $10^9$	0	
25	0,3795	$10^2$	0,1715	$10^{-2}$	0,143 $10^{11}$	0	
26	0,3995	$10^2$	0,1715	$10^{-2}$	0,143 $10^{11}$	0	
27	0,3995	$10^2$	0,591	$10^{-4}$	0,858 $10^7$	0	
28	0,4125	$10^2$	0,591	$10^{-4}$	0,858 $10^7$	0	

## Пример расчета

Для расчета выбран двухопорный ротор с произвольно распределенной массой и изгибной жесткостью (табл. 3).

Амплитудно-частотная характеристика ротора определена в диапазоне от 0 до 1000 1/сек (рис. 4).

Коэффициенты трения в опорах  $\alpha_a = \alpha_b = 2 \frac{\text{кгсек}}{\text{см}}$ . Опора «а» обладает линейной упругой характеристикой  $\delta_a = 0,474 \cdot 10^{-3} \frac{\text{см}}{\text{кг}}$ , опора «б» — нелинейной упругой характеристикой (рис. 5).

## ВЫВОДЫ

Предложен метод расчета амплитудно-частотной характеристики ротора, установленного на нелинейных упруго-демпферных опорах. Данный метод может быть применен для расчета прогибов вращающегося ротора с произвольным распределением изгибной жесткости и массы по длине ротора.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Волков Ю. А. Определение прогибов быстровращающегося ротора, установленного на упруго-демпферные опоры, методом разложения в ряд по собственным формам. М., Известия вузов, серия «Авиационная техника», 1969, № 3.
2. Гуров А. Ф. Изгибные колебания деталей и узлов авиационных газотурбинных двигателей. М., Оборонгиз, 1957.

М. Н. ЦЫГАНКОВ

## О ВЛИЯНИИ СИЛЫ ОДНОСТОРОННЕГО МАГНИТНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ НА РАБОТУ СИСТЕМЫ «РОТОР — ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ ПОДШИПНИКИ»

В некоторых современных электрических машинах в качестве опор роторов применяются гидростатические подшипники. Ротор и его опоры представляют единую систему и совместно реагируют на внешние и внутренние возбуждения. Практика показывает, что при определенных условиях существенное влияние на состояние системы оказывает сила одностороннего маг-