В заключение отметим, что выводы настоящей работы проверялись экспериментально при продувке воздухом вертикальных консольных труб с массой на конце. Колебания труб вызывались разрывом поперечной связи, обеспечивающей предварительное отклонение трубы. Полученные результаты приведены на рис. 4. Как следует из рис. 4, экспериментальные точки удовлетворительно совпадают с результатом расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М., Физматгиз, 1961.

2. *Ковревский А. П.* Свободные колебания консольной балки, несущей поток массы. — В сб.: «Динамика и прочность машин». Харьков, ХГУ, 1965, вып. 2.

3. *Ковревский А. П.* Экспериментальное и теоретическое исследования свободных колебаний труб, содержащих протекающую жидкость. «Изв. высш. учеб. заведений. Энергетика», 1964, № 4.

УДК 621.438 (088.8)

В. К. ЛОБАНОВ, А. Б. ХРУСТАЛЕВ

ОЦЕНКА ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ОДНОГО ТИПА УПРУГИХ ОПОР ГТД

На рис. 1 приводится вариант конструктивного исполнения опоры [1] с двумя упругими кольцами Аллисона, в осевой зазор между которыми подается масло. В настоящее время опоры такого типа включены в конструкцию ряда ГТД.

Рассмотрим работу демпфера с одним упругим кольцом при малых круговых колебаниях подшипника с амплитудой a и частотой ω. Введем систему координат $\xi o \eta$, вращающуюся с угловой скоростью ω относительно неподвижной системы координат xoy. Ось ξ проходит через центр корпуса опоры o и центр подшипника o_1 (рис. 2). Между угловыми координатами неподвижных точек в системах $\xi o \eta$ и xoy (соответственно, φ и ψ) имеет место соотношение

$$\varphi = \psi - \omega t. \qquad (1)$$

С точностью до величин порядка $\frac{a^2}{R^2}$, где R — радиус подшипника, радиальное перемещение точки поверхности подшипника с координатой φ

$$\xi = a\cos\varphi. \qquad (2)$$

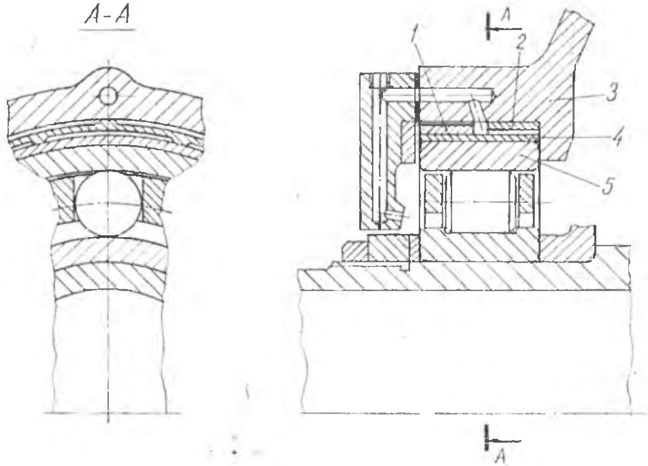

Рис. 1. Упруго-демпферная опора:
1, 2 — упругие элементы; *3* — корпус опоры; *4* — втулка; *5* — подшипник

Экспериментально установлено, что выступы кольца, находящиеся со стороны, противоположной перемещению центра подшипника, отрываются от обеих опорных поверхностей. Имея в виду такую картину деформации упругого кольца, будем отдельно рассматривать его половины, находящиеся слева и справа от оси η, причем, считая число выступов кольца n достаточно большим, сжатую половину (справа от оси η) упрощенно представим как совокупность балочек с заделанными концами (рис. 3). Каждая балочка находится между двумя плоскими параллельными поверхностями, верхняя из кото-

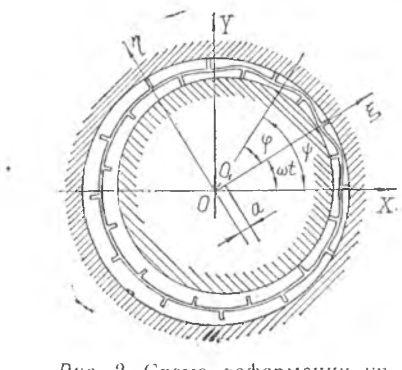

Рис. 2. Схема деформации упругого элемента

рых связана с выступом в середине балочки и перемещается по закону

$$\xi_n = a \cos \varphi_n ;$$

где φ_n — координата середины n-й — балочки. Сверху и снизу на балочку действуют динамические давления масла, соответ-

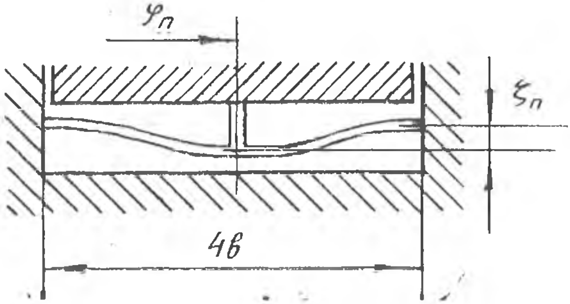

Рис. 3. Элемент сжатой половины демпфера

ственно, $p_в$ и $p_н$, для определения которых используем известное выражение [2]

$$p(s, u, t) = \frac{6 \mu \dot{h}(s, t)}{h^3(s, t)} (u^2 - l^2) , \tag{3}$$

где s — продольная координата;
u — координата по ширине балочки, $-l \leqslant u \leqslant l$.
μ — динамическая вязкость масла;
$h(s, t)$ — толщина слоя.

Для толщины слоя сверху и снизу балки имеем, соответственно:

$$h_в = h_0 - \xi_n + z ; \; h_н = h_0 - z , \tag{4}$$

где h_0 — толщина слоя при несмещенном подшипнике;
z — упругий прогиб балки.

Подставляя (4) в (3) и отбрасывая нелинейные члены, находим погонную нагрузку на балку:

$$q = \int_{-l}^{l} (P_в - P_н) du = -2\mu \Lambda^3 \dot{z} + \mu \Lambda^3 a \omega \sin \varphi_n ; \tag{5}$$

где $\Lambda = \frac{2l}{h_0}$.

Уравнение равновесия балки без учета инерционной нагрузки будет иметь вид

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial s^4} + 2\mu \Lambda^3 \dot{z} = \mu \Lambda^3 a \omega \sin \varphi_n . \tag{6}$$

где EI — изгибная жесткость балки.

Избавляясь от неоднородности уравнения (6), представим его решение в виде $z = \frac{a}{2}\cos\varphi_n + z_0$, где z_0 находится из следующей краевой задачи:

$$\left.\begin{aligned}
&EI\frac{\partial^4 z_0}{\partial s^4} + 2\mu\Lambda^3 \dot{z}_0 = 0, \qquad 0 \leqslant s \leqslant b\,;\\
&z_0(0, t) = \frac{\partial z_0}{\partial s}(0,\ t) = \frac{\partial z_0}{\partial s}(b,\ t) = 0;\\
&z_0(b, t) = \frac{a}{2}\cos\varphi_n.
\end{aligned}\right| \tag{7}$$

Часть реакции демпфера, образуемая n-й балочкой, складывается из давления масла под ней и реакции выступа:

$$R_n = 2\left[\int_{-b}^{b}\int_{-l}^{l} p_n\,du\,ds - EI\frac{\partial^3 z_0}{\partial s^3}(b,\ t)\right] =$$

$$= 2\left[\mu\Lambda^3 b\,a\,\omega\sin\varphi_n - EI\frac{\partial^3 z_0}{\partial s^3}(b, t)\right]. \tag{8}$$

Проекция полной реакции рассматриваемой половины демпфера на ось η_1, определяющая ее неупругое сопротивление,

$$R_{\eta_1} = -\sum_n R_n\sin\varphi_n = -a\,\omega\,n_1\,,$$

где n_1 — коэффициент гидродинамического демпфирования.

Найдя точное решение задачи (7) обычным методом решения линейных уравнений и подставив его в (9), мы придем к следующему выражению для n_1:

$$n_1 = 2\mu\Lambda^3\sum_n\left[b + \frac{1}{2}\Theta_1(b)\right]\sin^2\varphi_n; \tag{10}$$

где $\Theta_1(b) = \frac{4}{\nu} - \frac{LM + KN}{M^2 + N^2}$; $\nu = \sqrt[4]{\frac{2\mu\Lambda^3\omega}{EI}}$;

$$K = \alpha\,(H_g - H_6) - \beta\,(H_{15} + H_0);$$

$$L = \alpha\,(H_{15} + H_0) + \beta\,(H_g - H_6);$$

$$M = H_{13} + H_2 - H_{10} - H_5;$$

$$N = H_{11} - H_4 + H_{12} + H_3;$$

$$\alpha = \cos\frac{\pi}{8}\,; \qquad \beta = \sin\frac{\pi}{8}\,.$$

H_k ($k = 0, 1, \ldots, 15$) обозначают произведения двух тригонометрических и двух гиперболических функций с зафиксированным порядком следования аргументов. Для восстановления вида функции по обозначению достаточно записать ее индекс в виде четырехзначного двоичного числа и затем поставить в соответствие единицам — косинусы (тригонометрический или гиперболический), а нулям — синусы, причем первым двум цифрам индекса должны соответствовать тригонометрические функции, а последним — гиперболические.

Нетрудно убедиться, что

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{n} b \sin^2 \varphi_n = \frac{\pi R}{8} . \tag{11}$$

Рассмотрим теперь вторую половину демпфера. Вычисляя, как и в случае балки, погонную нагрузку и отбрасывая инерционный член, получим следующее уравнение равновесия полукольца:

$$w^{IV} + 2w^{II} + w + 2\mu \Lambda^3 \frac{R_к^4}{EI} w = -\mu \Lambda^3 \frac{R_к^4}{EI} a w \sin\varphi , \tag{12}$$

где $w = w\varphi$ — радиальное перемещение;

$R_к$ — средний радиус кольца;

$\overline{I}$ — усредненный момент инерции поперечного сечения кольца.

Представив упругий прогиб кольца в виде $w = w_0 - \frac{a}{2}\cos\varphi$, мы придем к следующей краевой задаче для w_0:

$$\left.\begin{aligned} & w_0^{IV} + 2(w_0^{II} - \varkappa w_0^{I}) w_0 = 0, \qquad -\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2} ; \\ & w_0\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) = w^{I}_0\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) = 0 , \end{aligned}\right| \tag{13}$$

где $\varkappa = \frac{R_к^4}{E\overline{I}} \mu \Lambda^3 w$.

Характеристическое уравнение задачи (13)

$$\lambda^4 + 2\lambda^2 + 1 - 2\varkappa\lambda = 0 \tag{14}$$

не имеет простого точного решения, поэтому его следует решать численно. Нетрудно показать, что для реальных параметров демпфера оно имеет два положительных вещественных корня λ_1 и λ_2, один из которых близок к нулю, и два комплексно-сопряженных корня, представленных в виде $\lambda_{3,4} = -\gamma + i\delta$, где $\gamma > 0$, $\delta > 0$. Решение задачи (13) будет иметь вид $w_0(\varphi) = a \sum_{k=1}^{4} C_к W_к(\varphi)$, где $W_к(\varphi)$ — фундаментальные решения однородного уравнения; $C_к$ — постоянные, определяемые из граничных условий.

Найдя $w(\varphi)$, можно вычислить проекцию на ось η реакции рассматриваемой половины демпфера:

$$R_{\eta^\circ} = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_{-l}^{l} P_{\text{В}} \sin\varphi \, du \, R_{\text{к}} \, d\varphi = \mu \Lambda^3 R_{\text{к}} w \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (w' - a \sin\varphi) \sin\varphi \, d\varphi =$$

$$= -a w n_2, \tag{15}$$

где n_2 — коэффициент гидродинамического демпфирования.

Отсюда получаем:

$$n_2 = \mu \Lambda^3 R_{\text{к}} \left[\frac{\pi}{4} + \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Theta_2(\varphi) \sin\varphi \, d\varphi \right], \tag{16}$$

где $\Theta_2(\varphi) = -\sum\limits_{k=1}^{4} C_{\text{к}} W_{\text{к}}'(\varphi)$.

Принимая для первого слагаемого (10) предельное выражение (11) и полагая $R_{\text{к}} \approx R$, находим полный коэффициент демпфирования:

$$n_{\text{д}} = n_1 + n_2 = \mu \Lambda^3 R \left[\frac{\pi}{2} + \sum \Theta_1(b) \sin^2\varphi_n + \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Theta_2(\varphi) \sin\varphi \, d\varphi \right], \tag{17}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лобанов В. К., Субботин А. М., Трушкин А. А.* Демпферная опора. А. с., кл. F 16 f 15/04, № 456107, заявл. 19.07.72, опубл. 05.01.75.

2. *Сергеев С. И.* Демпфирование механических колебаний. М., Физматгиз, 1959.