

ность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Куйбышев: КуАИ, 1976, вып. 3, с. 16 - 21.

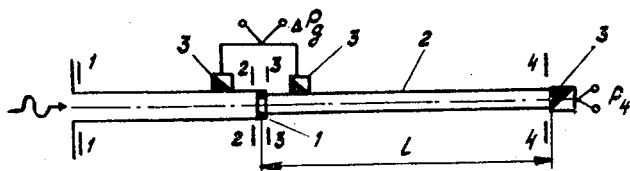
УДК 534.6.64

А.Г.Гимадиев

О МЕТОДЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИМПЕДАНСА ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Дросселирующие элементы (дроссели) в виде диафрагм, жиклеров, щелей, капиллярных каналов, пористых набивок являются основными элементами, при помощи которых осуществляется коррекция динамических характеристик устройств гидропневмоавтоматики, гидравлических и газовых цепей систем энергетических установок. Точный расчет динамических характеристик систем невозможен без знания характеристик дросселей, теоретическое определение которых представляет достаточно сложную задачу. Поэтому на практике пользуются полуэмпирической моделью, созданной на основе экспериментальных исследований. Основная трудность исследования характеристик (импеданса) дросселей заключается в обеспечении точного измерения динамического расхода рабочей среды. Отсутствие промышленных датчиков переменного расхода, работоспособных в широком диапазоне частот, вынуждает исследователей разрабатывать и применять косвенные способы измерения расхода [1,2]. Однако предложенные способы также не позволяют проводить исследования в достаточно широком диапазоне частот и реализовывать различные граничные условия по отношению к дросселю. В данной статье изложен метод экспериментального определения импеданса дросселей в широком диапазоне частот при различных граничных условиях, дана оценка точности разработанного метода.

Дроссель может быть установлен в гидравлической (газовой) цепи таким образом, что граничные условия слева и справа от него определяются элементами: трубопровод - трубопровод; емкость - трубопровод; емкость - емкость. Дроссели чаще всего устанавливают в непроточной цепи (с нулевой постоянной составляющей расхода). Рассмотрим наиболее общую расчетную схему включения дросселя в непроточную цепь, когда слева и справа от него расположены трубопроводы (рис. 1). Предположим, что рабочая среда в цепи однородна, гидравлические потери по длине трубопровода малы по сравнению с гидравлическими потерями



Р и с. I. Схема установки дросселя в гидравлической цепи: 1 - дроссель; 2 - мерный трубопровод; 3 - датчик

на дросселе, чувствительные элементы датчика перепада давления и датчика давления обладают пренебрежимо малой податливостью. При принятых допущениях связь между комплексными амплитудами давления и объемного расхода в характерных сечениях цепи (см.рис.I) выражается зависимостями [3]

$$P_2 - P_3 = Z_g q_2 ; \quad q_2 = q_3 ;$$

$$q_3 = j \frac{1}{Z_6} P_4 \sin \frac{\omega l}{c} + q_4 \cos \frac{\omega l}{c} , \quad (I)$$

- где P_2, P_3, P_4 - комплексные амплитуды колебаний давления;
 q_2, q_3, q_4 - комплексные амплитуды колебаний объемного расхода в сечениях 2-2, 3-3, 4-4;
- $Z_g = \text{Re} Z_g + j \text{Im} Z_g$ - импеданс дросселя;
 $\text{Re} Z_g, \text{Im} Z_g$ - активная и реактивная составляющие импеданса дросселя;
- $Z_6 = \rho c / S$ - волновое сопротивление трубопровода;
 ρ - плотность жидкости;
 c - скорость звука в жидкости;
- S, l - площадь проходного сечения и длина мерного трубопровода;
- ω - угловая частота колебаний;
- $j = \sqrt{-1}$.

Импеданс дросселя определяют экспериментально в соответствии с выражением

$$Z_g = \frac{\Delta P_g}{q_g} , \quad (2)$$

где $\Delta p_g = p_2 - p_3$ - комплексная амплитуда колебаний перепада давления на дросселе;

$q_g = q_2 = q_3$ - комплексная амплитуда колебаний расхода через дроссель.

Имея в виду, что при нулевой податливости мембраны чувствительного элемента датчика давления p_4 справедливо равенство $q_4 = 0$, можно найти из уравнений (1) и (2) выражение для косвенного определения импеданса дросселя

$$Z_g = -j \frac{Z_\theta}{\sin \frac{\omega l}{c}} \cdot \frac{\Delta p_g}{p_4} \quad (3)$$

Таким образом, при известных Z_θ , ω , l , c для экспериментального определения импеданса дросселя достаточно знать отношение комплексных амплитуд

$$\frac{\Delta p_g}{p_4} = \bar{A} \cdot e^{j\psi} \quad (4)$$

где $\bar{A} = \frac{A_{\Delta p}}{A_{p_4}}$, $A_{\Delta p}$, A_{p_4} - амплитуды колебаний перепада давления Δp_g и давления p_4 ; ψ - разность начальных фаз колебаний Δp_g и p_4 .

Для оценки точности метода и вычисления параметров гидравлической цепи, при которых обеспечивается наибольшая точность, введем в рассмотрение относительные параметры: $\bar{Z}_g = Z_g / Z_\theta$ - относительный импеданс дросселя;

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_c} \quad (5)$$

относительная угловая частота колебаний; $\omega_c = \frac{\pi c}{2l}$ - собственная угловая частота колебаний жидкости в закрытом с одного конца трубопроводе. С учетом введенных относительных параметров \bar{Z}_g , $\bar{\omega}$ и выражения (4) можно преобразовать равенство (3) к виду

$$\bar{Z}_g = \frac{\bar{A}}{\sin \frac{\pi}{2} \bar{\omega}} e^{j(\psi - \frac{\pi}{2})}$$

или

$$\bar{Z}_g = \text{Re} \bar{Z}_g + j \text{Im} \bar{Z}_g \quad ,$$

где

$$\operatorname{Re} \bar{Z}_g = \frac{\bar{A}}{\sin \frac{\pi}{2} \bar{\omega}} \cos(\psi - \frac{\pi}{2}) \quad (6)$$

активная составляющая относительного импеданса;

$$\operatorname{Im} \bar{Z}_g = \frac{\bar{A}}{\sin \frac{\pi}{2} \bar{\omega}} \sin(\psi - \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

реактивная составляющая относительного импеданса дросселя.

Имея в виду, что реактивная составляющая \bar{Z}_g вычисляется по формуле

$$\operatorname{Im} Z_g = \omega L_g,$$

можно записать

$$\operatorname{Im} \bar{Z}_g = \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \bar{L}_g, \quad (8)$$

где L_g - акустическая индуктивность дросселя; $\bar{L}_g = L_g S / \rho l$ - относительная акустическая индуктивность дросселя.

Приравняв выражения (7) и (8), получим

$$\bar{L}_g = \frac{\bar{A}}{\frac{\pi}{2} \bar{\omega} \sin \frac{\pi}{2} \bar{\omega}} \sin(\psi - \frac{\pi}{2}). \quad (9)$$

Таким образом, величинами, подлежащими экспериментальному определению, являются $\operatorname{Re} \bar{Z}_g$ и \bar{L}_g . Среднеквадратические погрешности определения $\operatorname{Re} Z_g$ и L_g зависят от погрешности измерения $\bar{\omega}$, \bar{A} и ψ и могут быть вычислены по формулам

$$\begin{aligned} \Delta \operatorname{Re} \bar{Z}_g &= \left[\left(\frac{\partial \operatorname{Re} \bar{Z}_g}{\partial \bar{A}} \right)_0^2 (\Delta \bar{A})^2 + \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \bar{Z}_g}{\partial \bar{\omega}} \right)_0^2 (\Delta \bar{\omega})^2 + \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \bar{Z}_g}{\partial \psi} \right)_0^2 (\Delta \psi)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \Delta \bar{L}_g &= \left[\left(\frac{\partial \bar{L}_g}{\partial \bar{A}} \right)_0^2 (\Delta \bar{A})^2 + \left(\frac{\partial \bar{L}_g}{\partial \bar{\omega}} \right)_0^2 (\Delta \bar{\omega})^2 + \left(\frac{\partial \bar{L}_g}{\partial \psi} \right)_0^2 (\Delta \psi)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Delta \bar{A}$, $\Delta \bar{\omega}$ и $\Delta \psi$ - среднеквадратические погрешности измерения \bar{A} , $\bar{\omega}$ и ψ .

Вычислив частные производные функции $\text{Re}\bar{Z}_g$ и \bar{L}_g по формулам (6) и (9) и подставив их в выражения (10), получим

$$\begin{aligned} \delta \text{Re}\bar{Z}_g &= \left\{ (\delta\bar{A})^2 + \left(\frac{\pi}{2}\bar{\omega}_0 \text{ctg} \frac{\pi}{2}\bar{\omega}_0\right)^2 (\delta\bar{\omega})^2 + [\psi_0 \text{tg}(\psi_0 - \frac{\pi}{2})]^2 (\delta\psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} ; \\ \delta \bar{L}_g &= \left\{ (\delta\bar{A})^2 + \left(1 + \frac{\pi}{2}\bar{\omega}_0 \text{ctg} \frac{\pi}{2}\bar{\omega}_0\right)^2 (\delta\bar{\omega})^2 + [\psi_0 \text{ctg}(\psi_0 - \frac{\pi}{2})]^2 (\delta\psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} , \end{aligned} \quad (11)$$

где $\delta \text{Re}\bar{Z}_g = \frac{\Delta \text{Re}\bar{Z}_g}{(\text{Re}\bar{Z}_g)_0}$, $\delta \bar{L}_g = \frac{\Delta \bar{L}_g}{(\bar{L}_g)_0}$, $\delta \bar{A} = \frac{\Delta \bar{A}}{A_0}$, $\delta \bar{\omega} = \frac{\Delta \bar{\omega}}{\omega_0}$,

$\delta\psi = \frac{\Delta\psi}{\psi_0}$ — относительные среднеквадратические погрешности определения соответствующих параметров, индекс "0" в обозначениях параметров соответствует номинальным их значениям. Величины $\delta\bar{A}$ и $\delta\bar{\omega}$, входящие в выражения (11), рассчитываются с учетом формул (4) и (5) по соотношениям

$$\delta \bar{A} = \sqrt{(\delta A_{\Delta p})^2 + (\delta A_{P_4})^2}; \quad \delta \bar{\omega} = \sqrt{(\delta \omega)^2 + (\delta l)^2 + (\delta c)^2},$$

где $\delta A_{\Delta p} = \frac{\Delta A_{\Delta p}}{(A_{\Delta p})_0}$, $\delta A_{P_4} = \frac{\Delta A_{P_4}}{(A_{P_4})_0}$, $\delta \omega = \frac{\Delta \omega}{\omega_0}$,

$\delta l = \frac{\Delta l}{l_0}$, $\delta c = \frac{\Delta c}{c_0}$ — относительные среднеквадратические погрешности измерения соответствующих параметров. Из формул (11) ясно, что при изменении частоты ω_0 наименьшие погрешности $\delta \text{Re}\bar{Z}_g$ и $\delta \bar{L}_g$ будут наблюдаться при $\bar{\omega}_0 = 2n+1$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Если в процессе эксперимента реализовать $\bar{\omega}_0 = 2n+1$, то выражения (11) примут вид

$$\begin{aligned} \delta \text{Re}\bar{Z}_g &= \left\{ (\delta\bar{A})^2 + [\psi_0 \text{tg}(\psi_0 - \frac{\pi}{2})]^2 (\delta\psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} ; \\ \delta \bar{L}_g &= \left\{ (\delta\bar{A})^2 + (\delta\bar{\omega})^2 + [\psi_0 \text{ctg}(\psi_0 - \frac{\pi}{2})]^2 (\delta\psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} . \end{aligned} \quad (12)$$

Используя формулы (6), (7) и (8) при $\bar{\omega} = 2n+1$, можно выразить ψ_0 через параметры дросселя:

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} + \text{Arctg} m_n, \quad (13)$$

где $m_n = \frac{\pi}{2} (2n+1) (\bar{L}_g)_0 / \text{Re}(\bar{Z}_g)_0$ - величина, характеризующая отношение реактивной составляющей импеданса дросселя к активной его составляющей при $\bar{\omega} = 2n+1$.

Подставляя выражение (13) для Ψ_0 в формулы (12), получим

$$\begin{aligned} \delta \text{Re} \bar{Z}_g &= \left\{ (\delta \bar{A})^2 + \left[\left(\frac{\pi}{2} + \text{Arc tg } m_n \right) m_n \right]^2 (\delta \Psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \\ \delta \bar{L}_g &= \left\{ (\delta \bar{A})^2 + (\delta \bar{\omega})^2 + \left[\left(\frac{\pi}{2} + \text{Arc tg } m_n \right) \frac{1}{m_n} \right]^2 (\delta \Psi)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из анализа формул (14) следует, что при $\bar{\omega} = 2n+1$ точность определения $\text{Re} \bar{Z}_g$ и \bar{L}_g зависит существенно от величины m_n , причем для $\text{Re} \bar{Z}_g$ она будет выше при малых значениях m_n , а для \bar{L}_g - при больших значениях m_n . Повысить точность определения импеданса дросселя можно повысив точность измерения разности фаз $\delta \Psi$. Известно, что точное измерение разности фаз двух сигналов представляет достаточно сложную задачу. Поэтому, задаваясь наибольшей погрешностью измерения $\delta \Psi$, можно вычислить диапазон изменения m_n , в котором погрешности определения $\text{Re} \bar{Z}_g$ и \bar{L}_g не превысят наперед заданной величины.

Погрешности искомым физических величин вычисляются в соответствии с выражениями для $\text{Re} \bar{Z}_g$ и \bar{L}_g по формулам

$$\begin{aligned} \delta \text{Re} \bar{Z}_g &= \left[(\delta \text{Re} \bar{Z}_g)^2 - (\delta \rho)^2 - (\delta c)^2 - (\delta S)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \delta \bar{L}_g &= \left[(\delta \bar{L}_g)^2 - (\delta \rho)^2 - (\delta l)^2 - (\delta S)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Ввиду того что при использовании мерного трубопровода постоянной длины можно определять импеданс дросселя лишь в ограниченном (относительно $\bar{\omega} = 2n+1$) диапазоне частот, нужно применять сменные трубопроводы или трубопровод с регулируемой длиной. Расширить диапазон частот исследования при использовании трубопровода постоянной длины можно за счет некоторого снижения точности определения \bar{Z}_g . Например, погрешность определения $\text{Re} \bar{Z}_g$ при значениях $m_n \ll 1$ (дроссель - острокромочная диафрагма, $\Psi_0 \approx \pi/2$) и погрешность определения \bar{L}_g при значениях $m_n > 1$ (дроссель - жиклер с большим отношением L_g/d_g , $\Psi_0 = \pi$) для частот $\bar{\omega}_0$, отличных от $2n+1$, в соответствии с формулами (II) вычисляются по выражениям

$$\begin{aligned} \delta \operatorname{Re} \bar{Z}_g &= \left[(\delta \bar{A})^2 + \left(\frac{\pi}{2} \bar{\omega}_0 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \bar{\omega}_0 \right)^2 (\delta \bar{\omega})^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \delta \bar{L}_g &= \left[(\delta \bar{A})^2 + \left(1 + \frac{\pi}{2} \bar{\omega}_0 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \bar{\omega}_0 \right)^2 (\delta \bar{\omega})^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя формулы (15), найдем диапазон частот $\bar{\omega}_0$, в котором возможно определение $\operatorname{Re} \bar{Z}$ и \bar{L}_g с погрешностью, не превышающей заданной величины. Например, при задании $\delta \operatorname{Re} \bar{Z}_g = 0,2$ диапазон частот равен: $0,5 \leq \bar{\omega}_0 \leq 1,5$ при $\pi = 0$; $2,8 \leq \bar{\omega}_0 \leq 3,4$ при $\pi = 1$; $4,7 \leq \bar{\omega}_0 \leq 5,3$ при $\pi = 2$. При известных l и c физическая частота колебаний и диапазон ее изменения легко вычисляются по формуле $\omega_0 = \pi c \bar{\omega}_0 / 2l$.

Рассмотренный метод определения Z_g дросселя основан на допущении о малости гидравлических потерь по длине мерного трубопровода. Для выбора параметров трубопровода, при которых справедливо принято допущение, оценим погрешность вычисления модуля и аргумента импеданса дросселя из-за неучета гидравлических потерь. С этой целью воспользуемся формулой для расхода q_3 (при $q_4 = 0$) с учетом нестационарных гидравлических потерь [4]

$$q_3 = j \frac{\omega}{Z_g c \gamma} p_4' \operatorname{Sh} \gamma l, \quad (16)$$

где $\gamma = \frac{\omega}{c} (\alpha + j\beta)$ — коэффициент распространения волн. Решив совместно уравнения (1) и (16), получим выражение для расчета импеданса дросселя

$$Z_g' = -j \frac{Z_g c \gamma}{\omega \operatorname{Sh} \gamma l} \frac{\Delta p_4}{p_4'} \quad (17)$$

Погрешности определения модуля и аргумента импеданса дросселя из-за неучета гидравлических потерь в трубопроводе вычисляются по формулам

$$\delta |Z_g| = \frac{|Z_g| - |Z_g'|}{|Z_g|}; \quad (18)$$

$$\delta \varphi_{Z_g} = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{arg} Z_g - \operatorname{arg} Z_g' \right].$$

Предполагая в формулах (3) и (17) $\frac{\Delta p_4}{p_4} = \frac{\Delta p_4}{p_4}$ и учитывая введенные безразмерные параметры, можно преобразовать формулы (18) к виду

$$\delta |Z_g| = 1 - \left[\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\left(\text{Sh} \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \alpha \cos \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \beta \right)^2 + \left(\text{ch} \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \alpha \sin \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \beta \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\delta \varphi_{Z_g} = \frac{1}{\pi} \left[\pi + \text{Arctg} \left(\text{tg} \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \beta \text{cth} \frac{\pi}{2} \bar{\omega} \alpha \right) - \text{Arctg} \frac{\beta}{\alpha} \right], \quad (19)$$

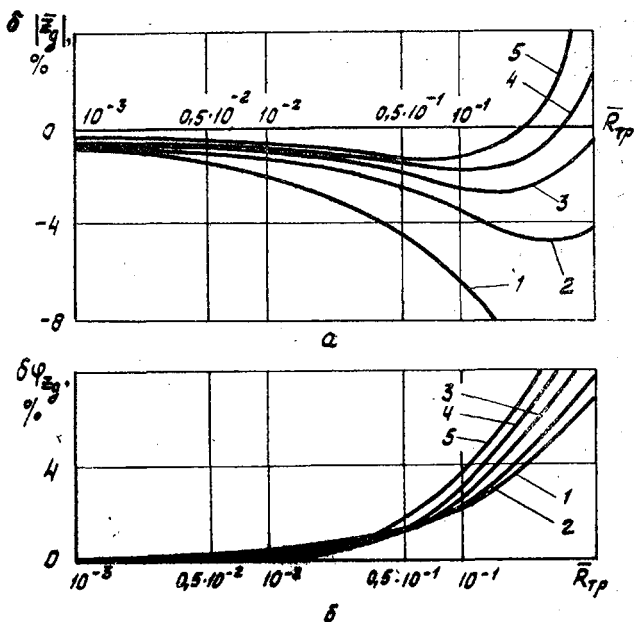
где $\alpha = \alpha(\bar{\omega}, \bar{R}_{TP})$ - коэффициент, характеризующий затухание волн;

$\beta = \beta(\bar{\omega}, \bar{R}_{TP})$ - коэффициент, характеризующий фазовый сдвиг волн, распространяющихся по трубопроводу;

$\bar{R}_{TP} = 32 \nu l / d^2 c$ - относительное гидравлическое сопротивление трубопровода;

ν - кинематическая вязкость рабочей среды.

Из графиков на рис. 2, построенных в соответствии с формулами (19), следует, что неучтенные гидравлические потери в трубопроводе



Р и с. 2. Зависимость погрешности определения модуля (а) и аргумента (б) импеданса дросселя от величины гидравлических потерь \bar{R}_{TP} по длине мерного трубопровода при различных относительных частотах: 1 - $\bar{\omega}_0 = 1$; 2 - $\bar{\omega}_0 = 3$; 3 - $\bar{\omega}_0 = 5$; 4 - $\bar{\omega}_0 = 7$; 5 - $\bar{\omega}_0 = 9$

приводят к занижению модуля и завышению аргумента импеданса дросселя. Однако если выбрать трубопровод с $R_{TP} \leq 0,1$, то максимальная погрешность определения $|Z_g|$ не превысит 6%, а $\delta\varphi_{Z_g}$ - 4%.

Таким образом, разработанная методика позволяет определять экспериментально импеданс дросселя с погрешностью не больше заданной величины без непосредственного измерения расхода рабочей среды при реализации различных граничных условий.

Л и т е р а т у р а

1. Шорин В.П. О периодическом течении жидкости через диафрагмы. - Изв.вузов. Авиационная техника, 1970, № 4, с. 116-121.

2. Эпштейн В.Л., Руденко А.Н., Жемуранов А.П. Нелинейное акустическое сопротивление отверстия. - В кн.: Авиационная акустика. Труды ЦАГИ. М., 1976, вып. 1806, с. 74-80.

3. Гимадиев А.Г., Шорин В.П. О расчете частотных характеристик безрасходных магистралей, содержащих сосредоточенное сопротивление. - Машиноведение, 1972, № 6, с. 25-30.

4. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. - М.: Машиностроение, 1977. - 424 с.

УДК 621.67:532.528

В.М.Гуров, А.И.Иванов, В.Н.Орлов

НАПРАВЛЕНИЯ И СРЕДСТВА УСТРАНЕНИЯ
НЕБЛАГОПРИЯТНОГО ВЛИЯНИЯ ВТОРИЧНЫХ ПОТОКОВ
НА АНТИКАВИТАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ

У с л о в н ы е о б о з н а ч е н и я :

ρ - плотность;
 C_p - теплоемкость;
 p - давление;
 T - температура;
 p_v - давление насыщенного пара;
 V, \dot{V} - объемный расход;
 ω - частота вращения;
 Δp - перепад давления;