него и высокого давления - 0,29% и - 1,18% соответственно и температуры газа за турбиной низкого давления +1,71%. Рассмотрены следующие узлы проточной части: вентилятор второго контура (Вн);компрессоры низкого (КНД), среднего (КСД) и высокого давления (КВД); турбины высокого (ТВД), среднего (ТСД) и низкого давления (ТНД). Рассчитанные по изложенной методике вероятности неисправности узлов имеют значения: Вн - 0,002; КНД - 0,004; КСД - 0,057; КВД - 0,391; ТВД - 0,510; ТСД - 0,025; ТНД - 0,011.

Наиболее вероятной является неисправность ТВД. Высокая вероятность неисправности КВД объясняется сходством признаков неисправностей ТВД и КВД. Если при осмотре ТВД неисправность не выявлена, необходимо осмотреть КВД.

При разборке двигателя обнаружен обрыв лопаток турбины высокого давления, что подтверждает расчетный диагноз.

Библиографический список

1. В е н т ц е л ь Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969. - 576 с.

2. Б и р г е р И.А. Техническая диагностика. - М.: Машиностроение, 1978. - 240 с.

3. Б у г р о в Я.С., Н и к о л ь с к и й С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - М.: Наука, 1984. - 192 с.

УДК 539.3:534.1

О.К.К о ш к и н

О КОЛЕБАНИЯХ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ "СЛЕДЯЩЕЙ" НАГРУЗКИ

Известно, что "следящие" нагрузки (давление газа, гидростатическое давление и др.) существенно влияют на колебания упругих тел /1-4/. Поэтому их необходимо учитывать при проектировании механических систем, и в частности при расчете собственных частот конструкций, находящихся под воздействием такого рода нагрузок.

Влияние "следящей" нагрузки на собственные частоты колебаний балки рассмотрено в работе /3/, где приводится таблица изменения первых трех частот в зависимости от нагрузки.

В данной работе исследуется влияние "следящей" нагрузки на собственные частоты колебаний жестко заделанной по краю круглой пластины. Рассмотрен случай односторонней, равномерно распределенной "следящей" нагрузки $q = const$, вектор которой направлен по нормали к поверхности пластины. Такой нагрузкой может быть давление, создаваемое газом.

Из нелинейных уравнений теории оболочек /5/, полученных для случая "следящей" поверхностной нагрузки, выводим линеаризированные уравнения колебаний круглой пластины, находящейся под действием односторонней, равномерно распределенной "следящей" нагрузки. Данные уравнения рассмотрим в полярной системе координат (z,φ):

$$\nabla^4 w - w\beta^4 + \delta\left[-b_4(z)\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi\partial z} + c_2(z)\frac{\partial u}{\partial z} + c_3(z)\frac{\partial v}{\partial\varphi} + c_3(z)\frac{\partial u}{\partial\varphi}\right] = 0;$$

$$\lambda\left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\nu-3}{2}\cdot\frac{1}{z}\cdot\frac{\partial v}{\partial\varphi} - \frac{u}{z} + z\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\nu+1}{2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi\partial z} + \frac{1-\nu}{2}\cdot\frac{1}{z}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}\right] +$$
$$+\delta\left[a_1(z)\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} + a_2(z)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + a_3(z)\frac{\partial w}{\partial z} + a_4(z)\frac{\partial^3 w}{\partial z^3} -\right.$$
$$\left. - a_3(z)\frac{\partial^3 w}{\partial\varphi^2\partial z}\right] = 0; \qquad \text{(I)}$$

$$\lambda\left[\frac{1}{z}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial\varphi^2} + \frac{3-\nu}{2}\cdot\frac{1}{z}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi} + \frac{1+\nu}{2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial\varphi} - \frac{1-\nu}{2}\cdot\frac{v}{z} + \frac{1-\nu}{2}\cdot\frac{\partial v}{\partial z} +\right.$$
$$\left. + \frac{1-\nu}{2} z\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right] + \delta\left[b_1(z)\frac{\partial^3 w}{\partial\varphi^3} + b_2(z)\frac{\partial^2 w}{\partial z\partial\varphi} + b_3(z)\frac{\partial^3 w}{\partial z^2\partial\varphi} +\right.$$
$$\left. + b_4(z)\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right] = 0.$$

Предполагая край пластинки z = I заделанным, граничные условия запишем в виде

$$\left.\frac{\partial w}{\partial z}\right|_{z=1} = w\Big|_{z=1} = 0; \quad u\Big|_{z=1} = v\Big|_{z=1} = 0, \qquad (2)$$

при $z = 0$ u, v, w ограничены.

Здесь

$$a_3 = -a_5 = -a_4/z^2 = a_1 z/2 = 1/16\ (1/z - 3z);$$

$$a_2 = \frac{1}{16}(11z^2 - 1); \quad b_1 = \frac{b_3}{z^2} = \frac{1}{16}\left(1 - \frac{1}{z^2}\right);$$

$$b_2 = \frac{1}{16}\left(9z - \frac{1}{z}\right); \quad b_4 = -c_1 = -\frac{1}{2};$$

$$C_2=\frac{1}{16}\left[\lambda\nu+\lambda-8-z^2\lambda(\nu+3)\right];\; C_3=\frac{\lambda+\lambda\nu-8}{16z}-\frac{\lambda z(1+3\nu)}{16};$$

∇^4 - бигармонический оператор; $z=\frac{\bar z}{a}$, $w=\frac{\bar w}{a}$, $u=\frac{\bar u}{a}$, $v=\frac{\bar v}{a}$ - безразмерные переменные; $\bar u$, $\bar v$, $\bar w$ - перемещения срединной поверхности; $\delta=qa^3/D$, $\lambda=12a^2/h^2$ - безразмерные параметры; a - радиус; h - толщина пластинки; D - жесткость на изгиб; $q=const$ - "следящая" нагрузка; $\beta^4=\omega^2T^2$ (ω - круговая частота); $T^2=\frac{a^4\rho 12(1-\nu^2)}{Eh^2}$; ρ-плотность материала пластины; E - модуль Юнга; ν - коэффициент Пуассона.

Решение граничной задачи (I), (2) будем искать в виде разложения в ряды по малому параметру δ :

$$u=\sum_{K=0}^{\infty}u_K(z,\varphi)\delta^K;\quad v=\sum_{K=0}^{\infty}v_K(z,\varphi)\delta^K;$$
$$w=\sum_{K=0}^{\infty}w_K(z,\varphi)\delta^K;\quad \beta^4=\sum_{K=0}^{\infty}\beta_K^4\delta^K. \tag{3}$$

Переменные разделяются с помощью рядов

$$u_K(z,\varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}u_{nK}^{(1)}(z)\cos(n\varphi)+u_{nK}^{(2)}(z)\sin(n\varphi);$$
$$v_K(z,\varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}v_{nK}^{(1)}(z)\cos(n\varphi)+v_{nK}^{(2)}(z)\sin(n\varphi);$$
$$w_K(z,\varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}w_{nK}^{(1)}(z)\cos(n\varphi)+w_{nK}^{(2)}(z)\sin(n\varphi). \tag{4}$$

Подставляя ряды (3) в граничную задачу (I), (2) и приравнивая члены при δ^K , получим систему рекуррентных уравнений для определения u_K, v_K, w_K, β_K с граничными условиями вида

$$u_K\big|_{z=1}=v_K\big|_{z=1}=\frac{\partial w_K}{\partial z}\Big|_{z=1}=w_K\big|_{z=1}=0\quad (K=0,1,\dots).$$

Найдем решение граничных задач для нулевого, первого и второго приближений.

Переменные в этих задачах разделяются посредством рядов (4). Запишем решение граничной задачи для нулевого приближения :

$$u_0=v_0=0;\qquad w_0=\sum_{n=0}^{\infty}\left[J_n(\beta_0 z)+A_n I_n(\beta_0 z)\right]\cos(n\varphi).$$

При этом β_0 определяется из уравнения $\dfrac{J_{n+1}(\beta_0)}{J_n(\beta_0)}+\dfrac{I_{n+1}(\beta_0)}{I_n(\beta_0)}=0$, где $A_n=-J_n(\beta_0)/I_n(\beta_0)$ (J_n, I_n - функция Бесселя).

Решение граничной задачи для первого приближения имеет вид

$$u_1=\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\Big(T_1+\int_0^z\frac{\Delta_1(z)}{\Delta(z)}dz\Big)a_{11}z^{n+1}-\Big(T_2+\int_0^z\frac{\Delta_2(z)}{\Delta(z)}dz\Big)\times$$

$$\times z^{n-1}+z^{-n-1}\int_0^z\frac{\Delta_3(z)}{\Delta(z)}dz+a_{14}z^{1-n}\int_0^z\frac{\Delta_4(z)}{\Delta(z)}dz\Big\}\cos(n\varphi);$$

$$v_1=\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{z^{n+1}\Big(T_1+\int_0^z\frac{\Delta_1(z)}{\Delta(z)}dz\Big)+z^{n-1}\Big(T_2+\int_0^z\frac{\Delta_2(z)}{\Delta(z)}dz\Big)+$$

$$+z^{-n-1}\int_0^z\frac{\Delta_3(z)}{\Delta(z)}dz+z^{1-n}\int_0^z\frac{\Delta_4(z)}{\Delta(z)}dz\Big\}\sin(n\varphi);$$

$$w_1=\sum_{n=0}^{\infty}\big[J_n(\beta_0 z)+A_n I_n(\beta_0 z)\big]\cos(n\varphi);$$

$\beta_1=0$.

Здесь $a_{11}=\dfrac{2(1-\nu)-(1+\nu)n}{(1+\nu)n+4}$; $a_{14}=\dfrac{2(1-\nu)+n(1+\nu)}{n(1+\nu)-4}$;

T_1, T_2 - постоянные, определяемые из граничных условий задачи; $\Delta(z)$- определить, элементы которого есть фундаментальная система решений обыкновенных дифференциальных уравнений; определители $\Delta_i(z)\ (i=\overline{1,4})$ получаются из $\Delta(z)$ заменой i -го столбца на столбец, составленный из свободных членов.

Решая граничную задачу для второго приближения, найдем β_2^4:

$$\beta_2^4=\frac{\Omega_1}{\Omega_2},$$

где

$$\Omega_1=\frac{2}{\pi\beta_0}\int_0^1\frac{\Phi(z)\tilde{\tilde{\Delta}}_3(z)}{\tilde{\Delta}(z)}dz-W\{J_h(\beta_0),K_h(\beta_0)\}\times$$

$$\times\int_0^1\frac{\Phi(z)\tilde{\tilde{\Delta}}_4(z)}{\tilde{\Delta}(z)}dz-\frac{\Phi(1)Q}{\tilde{\Delta}(1)};$$

$$\Omega_2=-\frac{2}{\pi\beta_0}\int_0^1\frac{[J_n(\beta_0)+A_nI_n(\beta_0)]\tilde{\tilde{\Delta}}_3(z)}{\tilde{\Delta}(z)}dz+W\{J_n(\beta_0),K_n(\beta_0)\}\times$$

$$\times\int_0^1\frac{[J_n(\beta_0)+A_nI_n(\beta_0)]\tilde{\tilde{\Delta}}_4(z)}{\tilde{\Delta}(z)}dz+\frac{Q[J_n(\beta_0)+A_nI_n(\beta_0)]}{\tilde{\Delta}(1)};$$

W - вронскиан; $\tilde{\Delta}(z)=W\{J_n, I_n, Y_n, K_n\}$ - вронскиан;

$$\tilde{\Delta}(z)=-J_n'''(\beta_0 z)\tilde{\tilde{\Delta}}_1(z)+I_n'''(\beta_0 z)\tilde{\tilde{\Delta}}_2(z)-Y_n'''(\beta_0 z)\tilde{\tilde{\Delta}}_3(z)+K_n'''(\beta_0 z)\tilde{\tilde{\Delta}}_4(z);$$

$\tilde{\tilde{\Delta}}_K(z)$ - определители, полученные при разложении $\tilde{\Delta}(z)$ по четвертой строке;

$$Q=-J_n^2(\beta_0)\tilde{\tilde{\Delta}}_1(1)+J_n(\beta_0)I_n(\beta_0)\tilde{\tilde{\Delta}}_2(1)-J_n(\beta_0)Y_n(\beta_0)\tilde{\tilde{\Delta}}_3(1)+$$
$$+J_n(\beta_0)K_n(\beta_0)\tilde{\tilde{\Delta}}_4(1);$$

$$\Phi(z)=\frac{b_4\dfrac{\partial^2 v_1}{\partial\varphi\partial z}-c_2\dfrac{\partial u_1}{\partial z}-c_3\left(\dfrac{\partial v_1}{\partial\varphi}+u_1\right)}{\cos(n\varphi)};$$

J_n, I_n, Y_n, K_n - функции Бесселя I-го и 2-го рода n -го порядка.

Используя решения граничных задач для нулевого, первого и второго приближений, найдем ω :

$$\omega=\frac{(\beta_0^4+\beta_2^4\sigma^2)^{\frac{1}{2}}}{T},$$

где $\sigma=\dfrac{qa^3}{D}$.

Эта формула верна при ограничении $\nu\neq\dfrac{4}{n}-1$.

Таким образом, получена формула, устанавливающая зависимость частот колебаний круглой пластинки от "следящей" нагрузки и геометрии пластинки.

Библиографический список

I. Б о л о т и н В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. - М.: Физматгиз, I96I. - 339 с.

2. В а с и л ь е в Д.Г. Формула для функции распределения частот оболочки вращения, погруженной в жидкость// Докл.АН СССР. - I979. - 248, № 2. - С. 325-328.

3. К о ш к и н О.К. Влияние "следящей" нагрузки на собственные частоты колебаний балки //Прикладная механика. - 1986. - 22, № 2. - С. 113-118.

4. Ф р о л о в К.В., А н т о н о в В.И. Колебания оболочек в жидкости. - М.: Наука, 1983. - 144 с.

5. Г р и г о л ю к Э.И., К а б а н о в В.В. Устойчивость оболочек. - М.: Наука, 1978. - 360 с.

УДК 539.3:534.1

В.В. К у л и б а б а

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ И ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ РОТОРОВ

Современные требования к надежности и долговечности турбомашин и авиационных ГТД обуславливают повышенный интерес к вопросам статической и динамической прочности их основных деталей и узлов. Даже невысокий уровень вибрационных нагрузок существенно снижает долговечность при повторно-статическом нагружении /1/.

Для исследования собственных частот изгибных колебаний и анализа статической и динамической прочности предлагается использовать математические модели и группу циклосимметричных конечных элементов, построенных на основе уравнений теории упругости и включенных в автоматизированную систему расчета колебаний /2, 3/. В данную группу включены треугольные, линейные и квадратичные четырехугольные конечные элементы.

Геометрия и свойства материала многих деталей (прежде всего, роторов турбомашин) не зависят от окружной координаты. Динамические перемещения изменяются по угловой координате согласно закону $\cos n\theta$, где n - число волн деформации в окружном направлении. Для рассматриваемого случая, кроме радиального u и осевого v перемещений, необходимо рассматривать и тангенциальную компоненту w, которая соответствует направлению угловой координаты.

Компоненты перемещений описываются двумерными функциями формы и при заданном n имеют вид