

**А. И. БЕЛОУСОВ****НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ  
ДИНАМИЧЕСКИ НАГРУЖЕННЫХ ОПОРНЫХ  
ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ**

В настоящее время гидродинамическое исследование гидростатических подшипников проводится для статически нагруженных подшипников. Теория динамически нагруженных подшипников пока еще не разработана. Между тем в реальных условиях применения гидростатических опор они могут нагружаться силами, переменными по величине и направлению.

В данной работе считается, что число камер и параметры конструкции подшипников таковы, что несущая способность их не зависит от направления нагрузки на центр камеры или переемычку (практически число камер  $n \geq 6 \div 8$ ), т. е. рассматриваются подшипники с изотропной нагрузочной характеристикой. Силы инерции жидкости не учитываются.

**ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ**

Несущая способность статически нагруженного гидростатического подшипника находится решением системы алгебраических уравнений (линейных — для случая ламинарного режима течения жидкости в компенсационных элементах и выходных щелях, нелинейных — для случая турбулентного режима течения). В этом случае линия центров  $00'$  неподвижна и расстояние между центрами вала и подшипника  $e = 00'$  (эксцентриситет) постоянно (фиг. 1).

При динамическом нагружении линия центров вращается с угловой скоростью  $f$ , отличной в общем случае от угловой скорости вращения вала  $\omega$  (обойму подшипника считаем неподвижной).

Кроме того, возможно перемещение вала в зазоре, которое можно разложить на два составляющих перемещения: вдоль линии центров, (с индексом  $y$ ) и перпендикулярно ей (с индексом  $x$ ).

Согласно закону сохранения массы разность между втекающим в  $i$ -ую камеру и вытекающим из нее количеством жидкости равна секунднему изменению массы в той же камере, т. е.

$$G_{\text{вх } i} - G_{\text{вых } i} = \frac{d}{dt} (\rho V_i) = V_i \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV_i}{dt}. \quad (1)$$

Для несжимаемой жидкости (плотность смазки  $\rho = \text{const}$ )

$$Q_{\text{вх } i} - Q_{\text{вых } i} = \frac{dV_i}{dt}. \quad (2)$$

Объем  $i$ -ой камеры  $V_i$  состоит из объема собственно камеры [1]

$$V_k = h_k m \left( \frac{\pi D}{n} - b \right) = \text{const} \quad (3)$$

и объема масляной пленки  $V_{\text{сл } i}$ , приходящегося на  $i$ -ую камеру, который во вращающейся системе координат (ось  $ou$  направлена вдоль линии центров) выразится

$$V_{\text{сл } i} = \frac{\pi D L \delta_0}{n} \left( 1 + \varepsilon \frac{n}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \varphi_i \right) \quad (4)$$

В уравнениях (1) — (4):

$G$  и  $Q$  — весовой и объемный расход жидкости;

$h_k$  и  $m$  — высота и длина камеры;

$D$  — диаметр подшипника;

$b$  — длина перемычки между камерами;

$n$  — число камер;

$\varphi_i$  — угол между началом отсчета в подвижной системе координат (осью  $ou$ ) и серединой  $i$ -ой камеры;

$\delta$  — зазор в подшипнике на угле  $\varphi$  от начала отсчета;

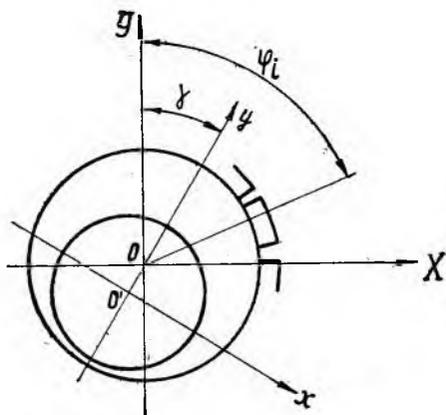
$\delta_0$  — зазор при концентричном положении вала в подшипнике;

$L = m + 2l$  — длина подшипника;

$l$  — длина торцевой перемычки;

$\varphi_{i(i \pm 1)}$  — угол между осью  $ou$  и серединой перемычки между  $i$  и  $(i \pm 1)$  камерами;

$\varepsilon = \frac{e}{\delta_0}$  — относительный эксцентриситет.



Фиг. 1. Взаимное расположение вала и обоймы гидростатического подшипника.

Тогда получаем

$$\frac{dV_i}{dt} = L \cdot D \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \varphi_i \frac{de}{dt} - LD \delta_0 \cdot \varepsilon \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \sin \varphi_i \frac{d\varphi_i}{dt} \quad (5)$$

Но 
$$\frac{de}{dt} = v_y, \quad (6)$$

а 
$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \frac{d(\bar{\varphi}_i - \gamma)}{dt} = - \frac{d\gamma}{dt} = - f, \quad (7)$$

где  $\bar{\varphi}_i$  — угол между серединой  $i$ -ой камеры и началом отсчета в неподвижной системе координат (осью  $OY$ );

$\gamma$  — угол между осями ординат неподвижной и вращающейся систем координат, что позволяет записать

$$\frac{dV_i}{dt} = L \cdot D \cdot v_y \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \varphi_i + LD \cdot \delta_0 \cdot \varepsilon \cdot f \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \sin \varphi_i. \quad (8)$$

Итак, уравнение неразрывности для  $i$ -ой камеры динамически нагруженного гидростатического подшипника можно переписать в следующем виде:

$$Q_{вх\ i} - Q_{вых\ i} = L \cdot D \cdot \sin \frac{\pi}{n} [v_y \cos \varphi_i + e f \sin \varphi_i]. \quad (9)$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой скорость изменения зазора в  $i$ -ой камере.

Для мгновенного состояния составляющих левой части уравнения (9) будем пользоваться обычными зависимостями ламинарного и турбулентного режимов течения. При этом исходим из того, что для мгновенного состояния (в момент времени  $t$ ) можно считать постоянными угловую скорость вращения линии центров  $f$ , расстояние между центрами вала и обоймы  $e$  и скорость перемещения вала вдоль линии центров  $v_y$ .

Заметим, что здесь рассматривается угловая скорость вращения линии центров, а не векторов сил в векторной диаграмме нагружения. Угловые скорости линии центров и векторов нагрузок в общем случае не одинаковы [2]; они могут совпадать только в частных случаях, например, при действии только центробежной силы.

Рассмотрение мгновенного состояния позволяет в уравнениях статически нагруженного подшипника добавить член, учитывающий изменение объема в камере. Его влияние на несущую способность подшипника с капиллярной компенсацией рассмотрим при ламинарном режиме течения жидкости. Тогда, считая течение жидкости по элементам гидравлического тракта для мгновенного состояния квазистационарным, можно пользоваться полученными [3] зависимостями для левой части уравнения (9).

В этом случае в безразмерном виде уравнение (9) для  $i$ -ой камеры  $n$ -камерного гидростатического подшипника будет иметь вид:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 + a_{вп\ i} \left( 1 - \frac{2L}{m+1} \frac{f}{\omega} \right) - a_{в\ i} \frac{L}{m}. \quad (10)$$

где  $h_i = \frac{p_i}{p_{вк}}$  — относительное давление в  $i$ -ой камере подшипника;

$h_{i\pm 1} = \frac{p_{i\pm 1}}{p'_{вк}}$  — относительное давление в  $(i \pm 1)$ -ой камере подшипника;

$p_i, p_{i\pm 1}$  — избыточное над давлением слива давление в  $i$ -ой,  $(i \pm 1)$ -ой камере;

$p_{вк}$  — перепад давления на подшипнике;

$$a_{ii} = 1 + 3,4 \oslash \{k_{i\epsilon} + k [k_{i(i+1)}^5 + k_{i(i-1)}^3]\};$$

$$a_{i(i\pm 1)} = -3,4K \oslash k_{i(i\pm 1)}^3;$$

$$\oslash = \frac{D\delta_0^3 l_k}{d_k^4 l} \text{ — параметр конструкции;}$$

$$K = \frac{ml}{Db} \text{ — параметр конструкции;}$$

$$a_{вp i} = 40,8 K \oslash a_{вp} \epsilon \sin \frac{\pi}{n} \cdot \sin \varphi_i;$$

$$a_{вp} = \frac{\sqrt{bu}}{\delta_0^2 p_{вк}} \left(1 + \frac{l}{m}\right);$$

$$a_{вi} = 40,8 \frac{v_y \cdot b \cdot D \cdot v}{\delta_0^3 \cdot p_{вк}} \cdot \sin \frac{\pi}{n} \cdot \cos \varphi_i.$$

Система уравнений, составленная из уравнения (10) для всех камер подшипника, дает возможность определить давление в каждой камере и, следовательно, несущую способность гидростатического подшипника.

Эту систему можно кратко записать в матричной форме:

$$Uh = A, \quad (10a)$$

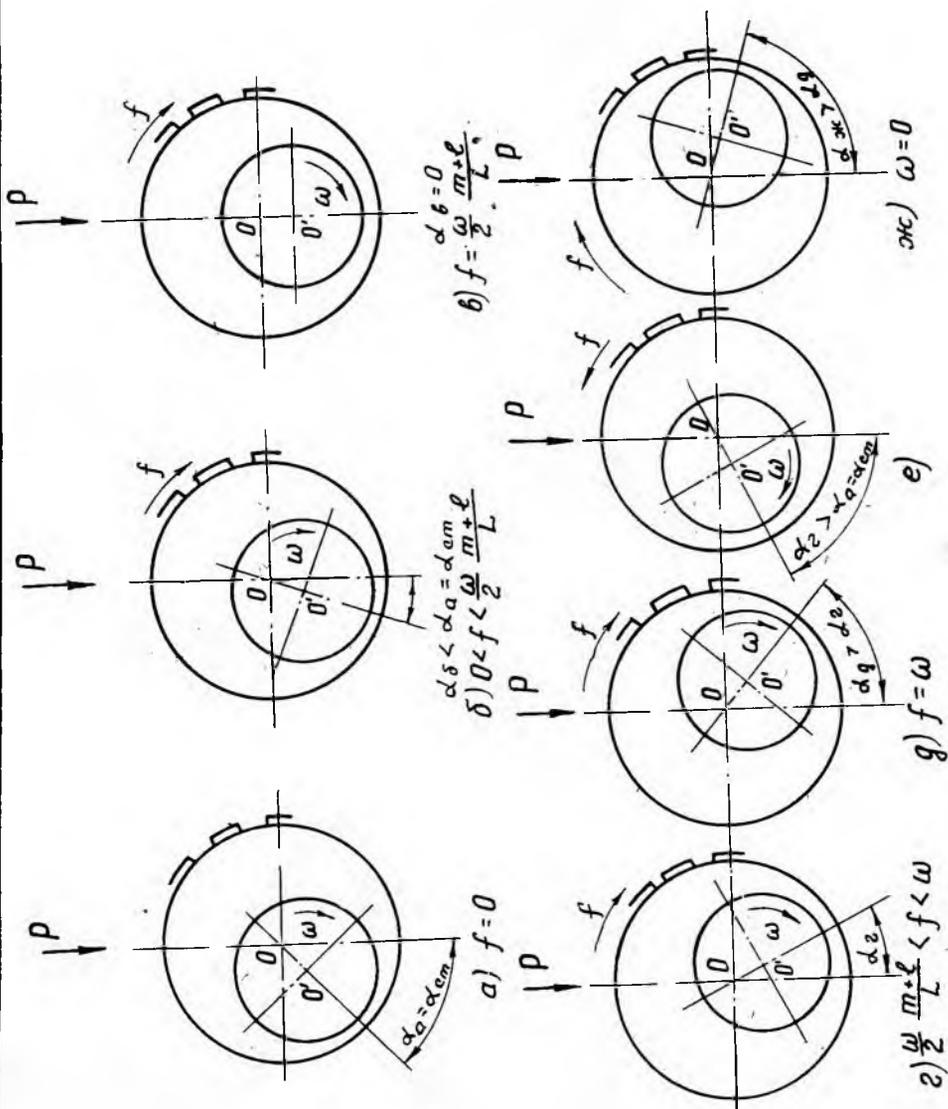
где

$$U = \left\| \begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & 0 & \dots & 0 & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & 0 & 0 & a_{n(n-1)} & a_{nn} & \end{array} \right\| \text{ — матрица системы.}$$

$$h = \left\| \begin{array}{c} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{array} \right\| \text{ — матрица — столбец из неизвестных,}$$

$$A = \left\| \begin{array}{c} 1 + a_{вp1} \left(1 - \frac{2L}{m+l} \cdot \frac{f}{\omega}\right) - a_{в1} \frac{L}{m} \\ \vdots \\ 1 + a_{вpn} \left(1 - \frac{2L}{m+l} \cdot \frac{f}{\omega}\right) - a_{вn} \frac{L}{m} \end{array} \right\| \text{ — матрица — столбец свободных членов.}$$

Система (10a) представляет собой линейную неоднородную систему с симметричной матрицей. Решение ее производится при фиксированных значениях параметров задачи.



Фиг. 2. Взаимное расположение вала и обоймы гидростатического подшипника при различных соотношениях угловых скоростей вращения и протекания.

Рассмотрим некоторые случаи нагружения гидростатических подшипников.

При статическом нагружении линия центров неподвижна, т. е.

$$f = 0 \quad v_y = 0.$$

Тогда уравнение (10) будет иметь вид:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 + a_{вр i}. \quad (11)$$

Если вращения вала нет, то  $a_{вр i} = 0$  и тогда

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1. \quad (12)$$

Определим направление результирующей давления в случае динамического и статического нагружения.

При статическом нагружении в конфузорной части поперечного сечения подшипника происходит повышение давления за счет насосного эффекта, а в диффузорной — понижение давления за счет откачки смазки. При принятом направлении вращения (по часовой стрелке) область повышенных давлений находится справа от линии центров, и вал смещается в сторону вращения (фиг. 2а). Угол между результирующей и линией центров устанавливается  $\alpha_{ст} = \alpha_a$ . Но при вращении линии центров в сторону вращения вала объем, приходящийся на камеру, справа от линии центров увеличивается, а слева уменьшается, что ведет к некоторому повышению давления в диффузорной части и понижению его в конфузорной, а в конечном счете — к приближению результирующей давлений к линии центров. Здесь  $\alpha_s < \alpha_{ст}$  (фиг. 2б). Очевидно, возможен случай, когда при увеличении скорости вращения линии центров результирующая давлений располагается слева от линии центров и будет тем более отклонена в сторону вращения вала, чем больше угловая скорость прецессии превысит угловую скорость вращения вала (фиг. 2г).

Из рассуждений следует, что при каком-то соотношении между угловыми скоростями вращения и прецессии вала равнодействующая давлений будет направлена вдоль линии центров ( $\alpha = 0$ ) (фиг. 2в) и мгновенные внешние силы в этом случае постоянны по направлению относительно линии центров. Тогда при  $V_y = 0$  (внешние силы постоянны и по величине) из-за симметрии эпюры давлений

$$f = \frac{m+l}{L} \cdot \frac{\omega}{2}. \quad (13)$$

Отсюда следует, что для гидростатического подшипника, нагруженного переменной по направлению, но постоянной по величине силой так, что угловая скорость вращения линии центров определяется соотношением (13) и направлена в сторону вращения вала, дополнительной несущей способности от вращения вала не

развивается, несущая способность определяется только гидростатическим эффектом.

Уравнение (10) для этого случая будет иметь вид:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1. \quad (14)$$

Уравнение (14) совпадает по внешнему виду с уравнением неразрывности (12) для  $i$ -ой камеры, когда отсутствует вращение вала. Но нужно иметь в виду, что уравнение (14) записано для мгновенного состояния, а не для статических условий, когда вал не совершает вообще никаких движений.

Следует заметить, что при нагружении переменной по величине и направлению силой так, что при прецессии в сторону вращения вала соблюдается соотношение (13), но имеются перемещения вдоль линии центров ( $v_y \neq 0$ ), дополнительно к гидростатической грузоподъемности добавится несущая способность масляного слоя, обусловленная перемещением центра вала вдоль линии центров.

Уравнение для  $i$ -ой камеры в этом случае запишется:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 - a_{\text{в}i} \frac{L}{m}. \quad (15)$$

Для расчета гидростатических опор вертикально расположенных роторов практический интерес представляет случай, когда отсутствуют направленные силы, а действуют только переменные по направлению нагрузки, например, дисбаланс.

При нагружении центробежной силой величина ее постоянна, а вектор силы вращается с угловой скоростью, равной скорости вращения вала и направленной с ней в одну сторону. Линия центров вращается с той же скоростью и в ту же сторону (фиг. 2д).

При соблюдении соотношения (13) и  $v_y = 0$  несущая способность гидростатического подшипника определялась только гидростатическим эффектом. С увеличением угловой скорости прецессии выше значения, определяемого соотношением (13), слева от линии центров образуется повышенное давление.

При  $f > \frac{m+l}{L} \cdot \frac{\omega}{2}$  второй член правой части уравнения (10) изменяет свой знак.

Теперь в камерах, находящихся под углом  $\pi < \varphi_i < 2\pi$  давление увеличивается, а в остальных — уменьшается. Это происходит потому, что падение давления из-за роста объема справа от линии центров превалирует над увеличением его в этой части из-за конфузорности сечения. Поэтому равнодействующая сил давления будет находиться слева от линии центров в противоположность статическому нагружению, где она находилась справа.

Для случая центробежной нагрузки  $\alpha_k > \alpha_r$ , а уравнение (10) приводится к виду:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 - a_{\text{в}i} \left[ \frac{2L}{m+l} - 1 \right]. \quad (16)$$

Выражение в квадратных скобках положительное и равно

$$\frac{2L}{m+l} - 1 \approx 1.$$

Тогда

$$|a_{ст}| \approx |a_d|.$$

Сравнивая уравнения (16) и (11), видим, что давление в  $i$ -ой камере, определяемое при  $v_y=0$ , для обоих случаев одинаково, а дополнительное давление, обусловленное гидродинамическим эффектом, имеет ту же абсолютную величину, но меняет знак. Тогда абсолютная величина проекции несущей способности на ось  $ox$  не меняется.

Следовательно, при одних и тех же оборотах и прочих равных условиях несущая способность гидростатического подшипника при нагружении центробежной силой такая же, как и при действии направленной нагрузки.

Если линия центров и вал будут вращаться в противоположных направлениях, то смазка будет выдавливаться (из-за перемещения линии центров) из конфузорной части сечения. Значит, здесь складываются два эффекта (клиновой и выдавливания), что способствует образованию дополнительной несущей способности.

Слева от линии центров (в диффузорной части) создается дополнительное уменьшение давления из-за диффузорности сечения и освобождения дополнительного объема. Поэтому результирующая давлений будет находиться справа от линии центров, и, очевидно, отклонится от нее, больше чем при статическом нагружении (фиг. 2е).

Это следует из уравнения (10), принимающего для рассматриваемого случая (при  $v_y=0$ ) вид

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 + a_{вр i} \left[ 1 + \frac{2L}{m+l} \cdot \frac{j}{\omega} \right]. \quad (17)$$

Так как выражение в квадратных скобках положительное, то в камерах, для которых  $a_{вр i} > 0$  ( $0 \leq \varphi_i \leq \pi$ ), давление увеличивается.

Интересно, что при

$$f = - \frac{m+l}{L} \cdot \frac{\omega}{2} \quad (18)$$

(знак минус говорит о том, что вращение линии центров и вала происходит в разные стороны) динамическая составляющая несущей способности увеличивается вдвое по сравнению со статическим случаем (уравнение (11)), так как уравнение (17) тогда запишется

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 + 2a_{вр i}. \quad (19)$$

При нахождении составляющих давлений от динамического нагружения мы будем расписывать систему уравнений вида

$$a_{ii} h_{i \text{ дин}} + a_{i(i-1)} h_{(i-1) \text{ дин}} + a_{i(i+1)} h_{(i+1) \text{ дин}} = 2a_{вр i} \quad (20)$$

(индекс «дин» подставлен, чтобы подчеркнуть, что ищется динамический прирост давления). Эта система будет отличаться от системы для статического случая только тем, что правая часть во всех уравнениях ее будет содержать постоянный множитель «2», который можно вынести за знак определителя.

А. К. Дьячков [2] указывает еще на один случай, противоположный статическому нагружению, который является крайностью для гидродинамического подшипника: наличие вращения линии центров при отсутствии вращения вала и перемещения вдоль линии центров (фиг. 2ж), что возможно при изменении направления силы в векторной диаграмме нагружения неподвижного вала.

Для этого случая к давлению от гидростатического эффекта слева от линии центров, в результате ее поворота, добавляется давление от выжимания масла.

Поэтому результирующая давлений, как и в случае центробежной силы, будет находиться слева от линии центров.

Математически этот случай можно выразить следующим уравнением для  $i$ -ой камеры:

$$a_{ii} h_i + a_{i(i-1)} h_{i-1} + a_{i(i+1)} h_{i+1} = 1 - 40,8k \varnothing \frac{L}{m} \frac{\nu b D}{\delta_0^2 p_{вх}} f \varepsilon \sin \frac{\pi}{n} \sin \varphi_i. \quad (21)$$

Видно, что в камерах с  $0 \leq \varphi_i \leq \pi$  давление уменьшится, а в остальных — увеличится. Если сравнить уравнение (21) с уравнением (16) для центробежной нагрузки, то, вспомнив обозначения в уравнении (10), нетрудно видеть, что отклонение результирующей давлений от линии центров в рассматриваемом случае больше, чем в случае центробежной нагрузки, т. е.  $\alpha_{ж} > \alpha_{д}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Белоусов. Динамические характеристики опорных гидростатических подшипников. «Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов». Труды КуАИ. Вып. XXX, 1967.
2. А. К. Дьячков. Исследование в области динамически нагруженных подшипников. «Трение и износ в машинах», АН СССР, сб. IV, М.-Л., 1949.
3. А. И. Белоусов. Влияние перекоса вала относительно обоймы гидростатического подшипника на его грузоподъемность. Сб. «Исследование вибраций, прочности и конструкции деталей авиадвигателей». Труды МАИ, вып. 180, «Машиностроение», М., 1968.