

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. с. 301619. Аэрометрический приемник/Каплун Я. П., Вашкевич М. П. — Оpubл. в Б. И., 1971, № 14.
2. А. с. 427252. Устройство для измерения пульсаций давления газа/Богданов В. В. — Оpubл. в Б. И., 1974, № 17.
3. А. с. 475524. Устройство для измерения нестационарных давлений в гидросистемах/Гимадиев А. Г., Брудков Л. И. — Оpubл. в Б. И., 1975, № 24.
4. Андрианкин О. А. Средства измерения пульсирующего давления потока в канале воздухозаборника самолета в стендовых условиях. — В сб.: Вопросы аэрогидромеханики летательных аппаратов. — МАИ, 1975, вып. 323.
5. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. — М.: МГУ, 1960.
6. Карам мл., Франк. Частотные характеристики пневматических линий передач. — Труды ASME, 1967, т. 89, сер. Д.
7. Гудсон, Леонард. Обзор методов моделирования переходных процессов в гидравлических линиях. — Труды ASME, 1972, т. 94, сер. Д, № 2.

УДК 534.11.001

В. В. Волков, А. Л. Клумбис, К. М. Рагульские

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФЕКТНЫХ СОСТОЯНИЙ И ВИБРОДИАГНОСТИКА СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Проведение испытаний сложных машинных конструкций, состоящих из неподвижно соединенных элементов, на усталость, прочность и ресурс связано с непрерывной оценкой технического состояния конструкций и определением характера его изменения. Среди множества методов оценки технического состояния конструкций в последнее время широкое распространение получили методы вибродиагностики, основанные на измерении и анализе динамических характеристик [1]. Практическое применение методов вибродиагностики предполагает наличие информации о характере изменения динамических характеристик конструкции в зависимости от ее дефектного состояния. Получение такой информации для сложных механических систем требует обширных экспериментальных исследований, которые можно существенно сократить применением математического моделирования дефектных состояний объектов диагностирования.

В настоящей работе предлагается метод выявления и анализа диагностических признаков сложных механических конструкций, в основу которого положено математическое моде-

лирование дефектных состояний, проводимое на базе результатов параметрической идентификации моделей конструкций и применения метода конечных элементов (МКЭ).

Для разработки теоретических основ предлагаемого метода рассмотрим механическую систему с распределенными параметрами, находящуюся под воздействием известной гармонической силы. Пусть имеется также некоторая априорная информация, позволяющая выбрать структуру математической модели, например, в виде дифференциального уравнения в частных производных с рядом неизвестных коэффициентов и известными краевыми условиями. Естественно, что такая математическая модель не отражает полностью всей физики происходящих в системе процессов, но тем не менее при определенных значениях неизвестных коэффициентов позволяет проанализировать поведение системы в условиях ее дефектного состояния. Таким образом, может быть поставлена задача параметрической идентификации модели известной структуры.

Обозначим частотное уравнение математической модели исследуемой системы как  $\Delta = 0$ , ее неизвестные параметры  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , а вектор собственных частот  $\bar{\Omega}$ . Тогда частотное уравнение приобретает следующий вид:

$$\Delta(P_1, P_2, \dots, P_n, \bar{\Omega}) = 0. \quad (1)$$

Обычно применяемая аналитическая форма частотных уравнений [3] сужает круг решаемых задач из-за невозможности составления частотных уравнений для сложных механических систем.

В данной работе для составления частотных уравнений нами был применен метод конечных элементов, в котором задача определения собственных частот имеет вид [2]:

$$\det\{[K] - \bar{\Omega}^2 [M]\} = 0,$$

где  $[K]$  — матрица жесткости системы;  $[M]$  — матрица масс системы.

Такой подход позволяет намного расширить круг решаемых задач, так как он не имеет описанного выше ограничения.

Пусть для рассматриваемой механической системы имеется экспериментальная информация в виде вектора резонансных частот  $\omega$ . Экспериментально определяемые резонансные частоты не будут точно совпадать с собственными частотами системы из-за потери энергии в механической системе и ошибок измерений. С учетом этого уравнение (1) принимает вид:

$$\Delta(P_1, P_2, \dots, P_n, \omega_j) = \varepsilon_j; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_j$  — ошибка из-за несоответствия между  $\Omega_j$  и  $\omega_j$ .

Если измерено  $n$  резонансных частот, то уравнение (2) может быть выражено в виде системы из  $n$ -х уравнений относительно  $n$  — неизвестных параметров  $P_i$ , для которых может быть установлена процедура их нахождения.

Для этого используем итерационную процедуру численного решения уравнения (2), в которой  $P_1^{(0)}, P_2^{(0)}, \dots, P_n^{(0)}$  — начальные оценки неизвестных параметров.

Разложим правую часть уравнения (2) в ряд Тейлора относительно начальных оценок параметров и ограничимся только линейными членами ряда. Получим следующее уравнение:

$$\varepsilon_j = \varepsilon_j^{(0)} + \left. \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial P_1} \right|_{(0)} dP_1 + \dots + \left. \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial P_n} \right|_{(0)} dP_n; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где индекс (0) обозначает начальную оценку параметров. Принимая остаточную ошибку  $\varepsilon_j$  равной нулю, получаем:

$$-\varepsilon_j^{(0)} = \left. \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial P_1} \right|_{(0)} dP_1 + \dots + \left. \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial P_n} \right|_{(0)} dP_n; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет систему  $n$ -х линейных уравнений, относительно коррекций неизвестных параметров  $dP_1, dP_2, \dots, dP_n$ . Находя эти коррекции, можно улучшать начальные оценки параметров  $P_i^{(0)}$  следующим образом:

$$P_i^{(1)} = P_i^{(0)} + dP_i; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Итерационное исчисление продолжается до тех пор, пока коррекции параметров  $dP_i$  станут достаточно малыми.

Определенные в результате идентификации неизвестные параметры  $P_i$  подставим в выбранную нами структуру математической модели и проанализируем полученную модель с целью определения взаимосвязи диагностических признаков с дефектными состояниями конструкции. Для математического моделирования дефектных состояний используем МКЭ и ограничимся диагностикой дефектов конструкций, связанных с уменьшением ее жесткости (ослабление заклепочных соединений, трещины, расслоения и т. д.).

Появление дефектов, вызывающих уменьшение жесткости в исследуемых конструкциях, интерпретируем изменением параметров конечных элементов (при ослаблении соединений) или разрывом связей между соответствующими конечными

элементами, вводом дополнительных узлов (при наличии трещин).

Так как матрица жесткости механической системы

$$[K] = \begin{bmatrix} \sum_{r \in (1, 1)} [k_{1,1}^r] & \dots & \sum_{r \in (1, n)} [k_{1,n}^r] \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{r \in (i, 1)} [k_{i,1}^r] & \dots & \sum_{r \in (i, n)} [k_{i,n}^r] \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{r \in (n, 1)} [k_{n,1}^r] & \dots & \sum_{r \in (n, n)} [k_{n,n}^r] \end{bmatrix} \quad (6)$$

формируется из матриц жесткости конечных элементов  $[k_{i,j}]$  в зависимости от расположения узлов, то такое интерпретирование дефекта позволяет получать матрицу жесткости системы  $[K]$  с учетом введенных дефектов. Аналогично можно получить матрицу масс системы  $[M]$ .

Пользуясь известными зависимостями [2] вектора собственных частот  $\Omega$  с матрицами  $[K]$  и  $[M]$ , а также вектора узловых перемещений  $\{q_i\}$  с вектором узловых сил  $\{R_i\}$  и матрицей жесткости системы  $[K]$ , представляется возможным проанализировать зависимость частот, перемещений, напряжений и других характеристик от ее технического состояния.

Метод определения и анализа диагностических признаков механической конструкции, основанный на параметрической идентификации и методе конечных элементов, был применен нами для исследования дефектных состояний трехслойных сотовых пластин, состоящих из обшивок и жесткого заполнения. Под термином «дефект» подразумевается уменьшение жесткости, связанное с трещинами обшивок, отслоением заполнителя от обшивок или разрушением заполнителя.

Согласно работе [3], трехслойные пластины симметричного строения, у которых внешние слои имеют одинаковую толщину и выполнены из одного материала, могут быть сведены к эквивалентным однородным пластинам с приведенной жесткостью на изгиб, равной

$$D_{\alpha} = \frac{H^3}{3(1 - \mu_1 \mu_2)} \{ E_{\alpha}^{(1)} \xi^3 + E_{\alpha}^{(2)} [(1 - \xi)^3 - \xi^3] + E_{\alpha}^{(1)} [1 - (1 - \xi)^3] \},$$

где  $\xi = h_1/H = h_2/H$ ;  $h_1, h_2$  — толщина внешних слоев;  $H$  — общая толщина пластины;  $\mu_1, \mu_2$  — приведенные коэффициенты Пуассона.

Причем

$$\mu_{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^3 \mu_{\alpha}^{(i)} \bar{E}_{\beta}^{(i)} h_i}{\sum_{i=1}^3 \bar{E}_{\beta}^{(i)} h_i}; \quad \alpha = 1, 2; \quad \beta = 2, 1,$$

где  $\bar{E}_{\beta}^{(i)} = E_{\beta}^{(i)} / [1 - \mu_1 \mu_2]$  — эффективный модуль  $i$ -го слоя.

Из изложенного выше видно, что трехслойная сотовая пластина сводится к эквивалентной однородной, с приведенными параметрами, которые в общем случае являются неизвестными. Для определения данных параметров воспользуемся описанным выше методом идентификации.

Расчеты и экспериментальные исследования были проведены для трехслойной изотропной сотовой пластины длиной 1,28 м, шириной 0,35 м и обшивками, сделанными из дюралюминия Д16АТВ. Толщина внешних слоев  $h = 1$  мм, толщина сот 13 мм, средняя плотность  $\rho_{\text{ср}} = 540$  кг/м<sup>3</sup>.

Для данной пластины, заземленной по ширине края, в условиях кинематического возбуждения экспериментально были установлены следующие резонансные частоты:

$$\omega_1 = 107 \text{ 1/с}; \quad \omega_2 = 659 \text{ 1/с}.$$

Исходя из априорной информации, были приняты следующие начальные оценки приведенных параметров:

$$D = 1 \cdot 10^{10} \text{ Па};$$

$$\mu = 0.12.$$

Коррекции параметров, используемых в процессе идентификации, согласно формуле (4), принимают следующий вид:

$$dD = \frac{\varepsilon_1^{(0)} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \mu} \Big|_{(0)} - \varepsilon_2^{(0)} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \mu} \Big|_{(0)}}{\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial D} \Big|_{(0)} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \mu} \Big|_{(0)} - \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial D} \Big|_{(0)} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \mu} \Big|_{(0)}}; \quad (7)$$

$$d\mu = \frac{\varepsilon_2^{(0)} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial D} \Big|_{(0)} - \varepsilon_1^{(0)} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial D} \Big|_{(0)}}{\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial D} \Big|_{(0)} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \mu} \Big|_{(0)} - \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial D} \Big|_{(0)} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \mu} \Big|_{(0)}}, \quad (8)$$

где  $\epsilon_i$  — ошибка между рассчитанным с помощью МКЭ значением собственной частоты и экспериментально установленным значением резонансной частоты.

В результате расчетов на ЦВМ были получены оценки приведенных параметров жесткости и коэффициента Пуассона:

$$D = 6,65 \cdot 10^{10} \text{ Па}; \quad \mu = 0,249.$$

При этом несовпадение расчетных (для идентифицированных приведенных параметров) и экспериментально определенных резонансных частот составляло 1—2% ( $\delta_{\omega_1} = 2,1 \text{ 1/с}$ ;  $\delta_{\omega_2} = 8,6 \text{ 1/с}$ ).

Полученные значения приведенных параметров позволяют сформировать матрицы жесткостей и масс пластины и рассчитать методом конечных элементов формы изгибных колебаний и собственные частоты для различных величин и мест расположения дефектов. Анализ результатов моделирования показал, что величина изменения собственных частот служит надежным диагностическим признаком. На рис. 1 приведены за-

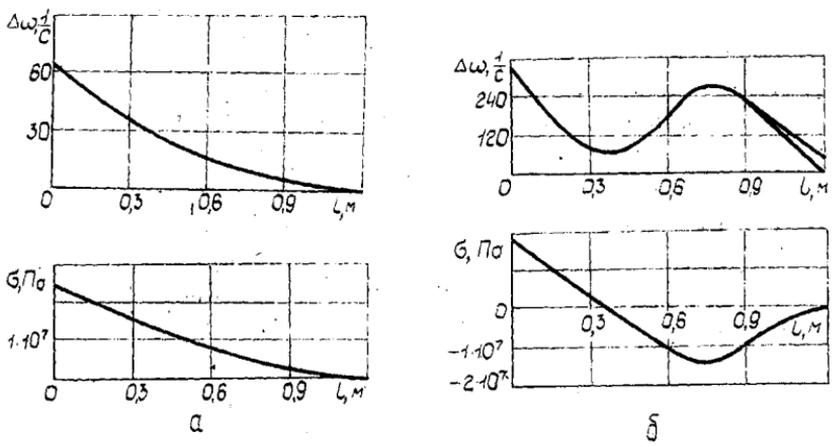


Рис. 1. Зависимости изменения собственных частот от места расположения дефекта и напряжений: а — для первой изгибной формы колебаний; б — для второй изгибной формы колебаний

висимости изменения данного диагностического признака для первых двух форм изгибных колебаний сотовой трехслойной пластины от напряжений и места расположения дефекта (трещины) по длине пластины. Из графиков следует, что изменение собственных частот наиболее существенно при дефекте в

местах концентрации напряжений, т. е. в местах с наибольшей вероятностью появления трещин. Этот факт является важным при получении диагностической информации в системах диагностирования технического состояния конструкций.

Моделирование дефектных состояний конструкций показало также, что величина дефекта не влияет на положение точек экстремумов графиков относительно продольной координаты. Этот факт был положен нами в основу автоматизации процесса поиска места расположения дефекта сложных механических конструкций.

Пусть  $\sigma_i(x)$  — нормированное отклонение собственной частоты:

$$\sigma_i(x) = \frac{\Delta \omega_i(x)}{\omega_i}; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

где  $\Delta \omega_i(x)$  — абсолютное отклонение  $i$ -й собственной частоты в зависимости от координаты дефекта  $x$ , направление которой совпадает с продольной осью сотовой конструкции;  $\omega_i$  — значение  $i$ -й собственной частоты нормально функционирующей конструкции (без дефектов);  $n$  — число собственных частот, учитываемых при определении места расположения дефекта.

Результаты моделирования показали, что существует зависимость между максимальными относительными отклонениями собственных частот  $\sigma_{i \max}(x)$ , которая выражает через коэффициенты связи  $S_{1,i}$ :

$$S_{1,i} = \frac{\sigma_{i \max}(x)}{\sigma_{1 \max}(x)}; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Для оценки величины относительного отклонения  $\sigma_i(x)$  различных собственных частот значения  $\sigma_{i \max}(x)$  разбиваются на интервалы, которым присваиваются следующие весовые коэффициенты:

$$\begin{aligned} b &= 0, \text{ если } 0 < \sigma_i(x) \leq 0,35 \sigma_{i \max}(x); \\ b &= 1, \text{ если } 0,35 \sigma_{i \max}(x) < \sigma_i(x) \leq 0,65 \sigma_{i \max}(x) \\ b &= 2, \text{ если } 0,65 \sigma_{i \max}(x) < \sigma_i(x) \leq \sigma_{i \max}(x). \end{aligned} \quad (11)$$

На полученные в результате математического моделирования графики относительных отклонений собственных частот  $\sigma_i(x)$  наносится сетка, горизонтальные линии которой проходят через границы интервалов, т. е.  $0,035 \sigma_{i \max}(x)$ ,  $0,65 \sigma_{i \max}(x)$ ,  $\sigma_{i \max}(x)$ , а вертикальные — через точки пересечения горизонтальных линий данных интервалов с графиком изменения на-

ивышей собственной частоты (рис. 2, д). Таким образом, вертикальные линии образуют зоны локализации дефекта, каждой из которых соответствует определенный вектор весовых коэффициентов. Число уравнений и зон локализации определяется исходя из требуемой точности координаты места дефекта, а также из того, чтобы при появлении дефекта в любом

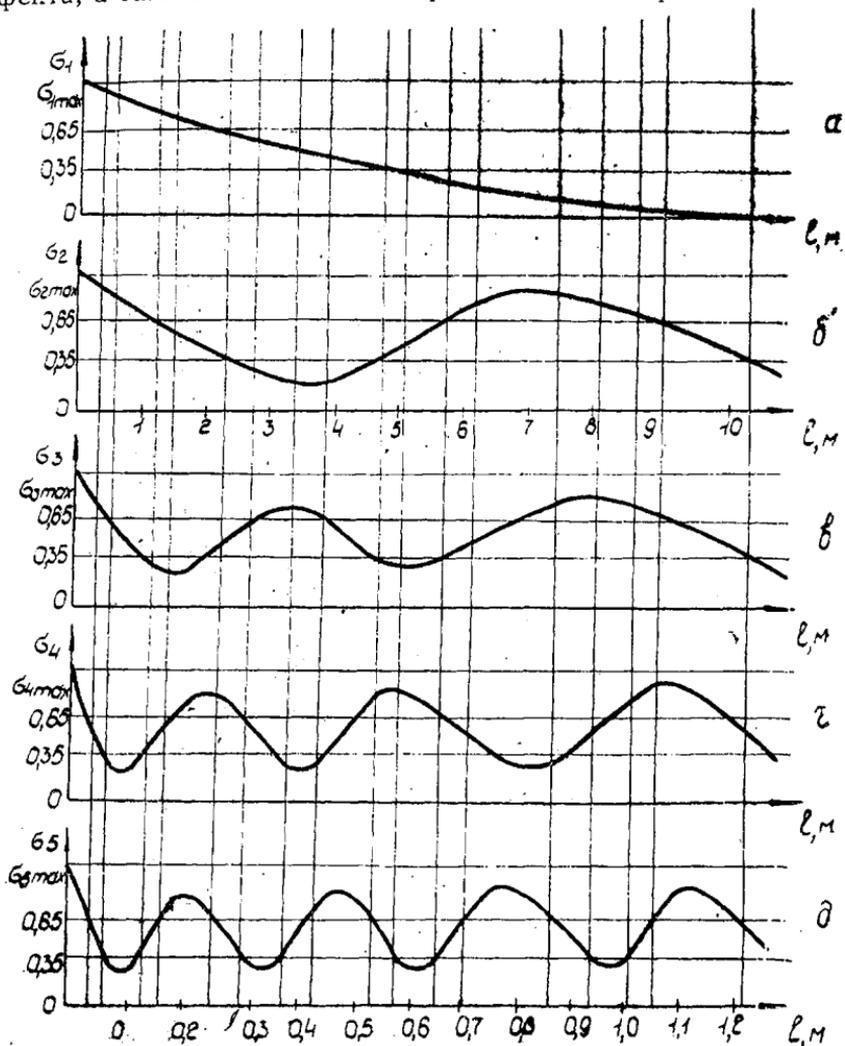


Рис. 2. Зависимости значений весовых коэффициентов  $b_i$  от места расположения дефекта и изгибных форм колебаний

месте конструкции отклонение хотя бы одной относительной собственной частоты попало бы в зону с максимальным весовым коэффициентом. Совокупность векторов весовых коэффициентов образует матрицу

$$[B] = [b_n, m], \quad (12)$$

где  $n$  — номер собственной частоты;  $m$  — число зон локализации дефекта.

Следовательно, данная матрица полностью отражает изменение частотных свойств конструкции в зависимости от места расположения дефекта.

При определении места дефекта, т. е. зоны локализации дефекта производится сравнение столбцов матрицы  $[B]$  с вектором  $\lambda$  весовых коэффициентов, формируемым в процессе виброиспытаний реальной конструкции. При совпадении элементов некоторого столбца матрицы  $[B]$  с элементами вектора  $\{\lambda\}$  номер этого столбца указывает зону локализации дефекта и соответствующие ей координаты.

Формирование вектора  $\{\lambda\}$  осуществляется следующим образом.

1. В процессе виброиспытаний с помощью преобразователей (например, акселерометров) определяют абсолютные изменения резонансных частот  $\Delta\omega_i$  конструкции. Количество преобразователей и места их закрепления определяются из условия наибольшей чувствительности преобразователя ко всем, принимаемым во внимание изменениям резонансных частот. При вибродиагностике пластин последняя одним концом закрепляется на вибраторе, тогда информацию об изменении резонансных частот можно получить и с одного преобразователя, закрепленного на свободном конце пластины.

2. По измеренным абсолютным отклонениям  $\Delta\omega_i$  и заранее зафиксированным  $\omega_i$  вычисляются относительные отклонения  $\sigma_i$ .

3. Учитывая коэффициенты связи  $S_{1,i}$ , находится максимальное произведение  $\max(S_{1,i} \sigma_i)$ , где индекс  $i$  обозначает номер резонанса с максимальным относительным отклонением, т. е.

$$\max(S_{1,i} \sigma_i) \rightarrow \sigma_{i_{\max}}$$

Это связано с тем, что нормирование осуществлено не только по зонам локализации, но и по указанным выше интервалам.

4. По выражениям

$$\sigma_{1\max} = \sigma_{i\max} S_{1,i}$$

$$\sigma_{j\max} = \frac{\sigma_{1\max}}{S_{1,j}}; j = 1, 2, \dots, n$$

вычисляются все остальные максимальные относительные отклонения.

5. В соответствии с выражениями (10) все максимальные относительные отклонения  $\sigma_{j\max}$  разбиваются на интервалы и каждому полученному  $\sigma_i$  присваивается весовой коэффициент  $b_i$ , совокупность которых и составляет вектор  $\{\lambda\}$ , т. е.

$$\{\lambda\} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

На рис. 2 представлены графики относительных  $\sigma_i$  для пяти собственных частот, полученных в результате моделирования дефектных состояний исследуемой сотовой пластины ( $\omega_1 = 105$  1/с;  $\omega_2 = 650$  1/с;  $\omega_3 = 1865$  1/с;  $\omega_4 = 3510$  1/с;  $\omega_5 = 5614$  1/с). Исходя из зависимостей, представленных на рис. 2, формируется матрица весовых коэффициентов

$$[B] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 4 & 1 & 2 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 3 & 3 & 4 & 0 & 5 & 2 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $b = 3$ , если весовой коэффициент в  $m$ -й зоне принимает значения 1 или 2;  $b = 4$ , если весовой коэффициент в  $m$ -й зоне принимает значения 1 или 0;  $b = 5$ , если весовой коэффициент в  $m$ -й зоне принимает значения 2, или 1, или 0. Это связано с тем, что в некоторых случаях в  $m$ -й зоне локализации дефекта  $n$ -я резонансная частота может принять несколько значений весовых коэффициентов, т. е. весовой коэффициент определяется неоднозначно.

Реализация данного алгоритма на ЭВМ дает возможность автоматизировать процесс виброиспытаний сложных механических конструкций. Причем, представляется возможным ус-

тановить наличие и месторасположение дефектов, которые визуально не наблюдаются (например, разрушение сотового за-полнителя).

### В ы в о д ы:

1. Моделирование дефектных состояний сложных механических конструкций с применением идентификации и метода конечных элементов позволяет определить и проанализировать диагностические признаки технического состояния конструкций, установить их взаимосвязь с местом расположения дефекта.

2. Предложен алгоритм локализации дефекта, позволяющий автоматизировать процесс поиска дефекта в сложных конструкциях.

3. Применение данного метода для диагностики дефектов сотовых пластин показало совпадение результатов моделирования с экспериментальными данными по частотам и координатам дефекта.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Биргер И. А. Техническая диагностика. — М.: Машиностроение, 1978.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975.
3. Киреев В. А., Толстобров Е. П. Анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных сотовых панелей из композиционных материалов при поперечном изгибе. — Труды ЦАГИ, 1977, вып. 1972.
4. Дейл О., Коуин Р. Многопараметрическая идентификация линейных непрерывных колебательных систем. — Тр. амер. об-ва инж.-мех. Динамические системы и управление, 1971, № 1.

УДК 629.13.03:539.43

Д. С. Еленевский

### ПОУЗЛОВАЯ ОТРАБОТКА ВИБРОПРОЧНОСТИ ЛОПАТОК ТУРБИНЫ ГТД

Обеспечение требуемой вибропрочности рабочих лопаток турбины является одной из серьезных проблем при создании современных ГТД. Эффективным средством решения этой задачи является комплексный метод поузловой отработки вибропрочности лопаток турбины на стендах и установках.