

А. И. Белоусов, А. А. Сидоренко, Д. Е. Чегодаев

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК АКТИВНОЙ ПНЕВМООПОРЫ

Активные пневматические виброзащитные системы (АПВЗС) получают все более широкое практическое применение. К их достоинствам следует отнести очень малую жесткость при динамическом возбуждении, нулевое статическое смещение, независимость работы от изменения величины изолируемой массы, возможность выбора формы амплитудно-частотной характеристики и адаптивного управления путем использования упреждающей обратной связи [1]. Эти системы позволяют расширить область эффективной виброзащиты во всем диапазоне амплитуд и частот, включая и резонанс [2].

Различные схемы активных пневмоопор на проточных элементах рассмотрены в работе [3]. Показано, что оптимальной опорой с точки зрения устойчивости являются опора с глухой рабочей 1 и проточной демпферной 2 камерами (рис. 1). В данной работе предлагается методика расчета динамических характеристик двухкамерных опор (рис. 1), справедливая для любых конструкций опор, независимо от способа компенсации и регулирования рабочего давления в несущей камере.

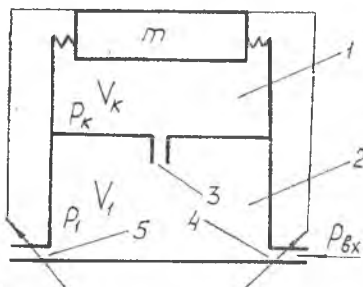


Рис. 1. Принципиальная схема активной пневмоопоры: 1—рабочая камера; 2—демпферная камера; 3—межкамерный дроселирующий элемент; 4—входной регулятор расхода; 5—выходной регулятор расхода

Методика позволяет провести комплексный анализ характеристик опоры. Суть методики — представление активной пневмоопоры линейной моделью опоры с внешним наддувом, математическим описанием которой являются уравнения неразрывности, состояния и равновесия сил, действующих на опору.

На основании линеаризованных уравнений неразрывности

$$\delta M_{вх} - \delta M_{вых} - \delta M_{д} = V_1 \frac{d}{dt} \delta \rho_1, \quad (1)$$

расходной характеристики дросселирующего элемента 3

$$\delta M_x = V_k \frac{d}{dt} \delta p_k + p_k \frac{d}{dt} \delta V_k \quad (2)$$

и состояния газа  $\delta p = \frac{p}{np} \delta p$  устанавливаем связь между  $\delta p_k$  и  $\delta x$ . При этом полагаем, что массовые расходы через входной 4, выходной 5 и межкамерный дросселирующий 3 элементы и их приращения зависят только от давлений в камерах  $p_k, p_1$  и хода изолируемой массы  $x_2$ :

$$\delta M_{вх} = r_1 a_1 \delta x + b_1 \delta p_1; \quad (3)$$

$$\delta M_{вых} = r_2 a_2 \delta x + b_2 \delta p_{k1}; \quad (4)$$

$$\delta M_d = b_3 \delta p_1 + b_4 \delta p_{k2}, \quad (5)$$

$$\text{где } a_1 = \frac{\partial M_{вх}}{\partial R_1}; \quad a_2 = \frac{\partial M_{вых}}{\partial R_2}; \quad r_1 = \frac{\partial R_1}{\partial x}; \quad r_2 = \frac{\partial R_2}{\partial x};$$

$$b_1 = \frac{\partial M_{вх}}{\partial p_1}; \quad b_2 = \frac{\partial M_{вых}}{\partial p_1}; \quad b_3 = \frac{\partial M_d}{\partial p_1}; \quad b_4 = \frac{\partial M_d}{\partial p_k};$$

$R_1, R_2$  — перемещения управляемого органа регуляторов расхода соответственно входа 4 и выхода 5.

Подставим выражения (3), (4) и (5) соответственно в уравнения (1) и (2) и, исключив из них  $\delta p_1$ , получим уравнение

$$\begin{aligned} & r_1 a_1 b_3 \delta x + (b_1 - b_2 - b_3) \left( \frac{V_k p_k}{n p_k} \frac{d}{dt} \delta p_k - F_k p_k \frac{d}{dt} \delta x - b_4 \delta p_k \right) - \\ & - r_2 a_2 b_3 \delta x - b_4 b_3 \delta p_k = \frac{V_k p_1}{n p_k} \frac{d}{dt} \left( \frac{V_k p_k}{n p_k} \frac{d}{dt} \delta p_k - F_k p_k \frac{d}{dt} \delta x - \right. \\ & \left. - b_4 \delta p_k \right). \end{aligned}$$

Из полученного равенства после преобразования его к операторной форме и группировки членов равенства относительно  $\delta p_k$  и  $\delta x$  находим динамическую реакцию газового объема:

$$c_{дин}(s) = c \frac{T_3^2 s^2 + T_1 s + K}{T_4^2 s^2 + T_2 s + 1}, \quad (6)$$

где

$$c = \frac{(a_2 - a_1) b_3}{(b_2 - b_1) \cdot b_4} F_k \text{ — статическая жесткость;}$$

$$T_1 = \frac{(b_1 - b_2 - b_3)}{b_3} \frac{p_k F_k}{(a_1 - a_2)} \text{ — постоянная времени опережения;}$$

$$T_2 = \frac{1}{b_2 - b_1} \left[ \frac{\rho_1 V_1}{n p_1} + \frac{(b_1 - b_2 - b_3)}{b_4} \frac{\rho_K V_K}{n p_K} \right] \quad \text{— постоянная времени запаздывания;}$$

$$T_3^2 = \frac{\rho_K F_K}{b_3 (a_1 - a_2)} \frac{\rho_1 V_1}{n p_1}; \quad T_4^2 = \frac{\rho_1 V_1 \rho_K V_K}{b_4 (b_1 - b_2) n p_1 p_K} \quad \text{— постоянные времени;}$$

$K = r_1 = r_2$  — коэффициент усиления обратной связи.

Коэффициенты  $T_1, T_2, T_3, T_4$  отражают чувствительность расхода через опору к изменению величин давлений в камерах  $p_K, p_1$  и перемещения  $x$ . Анализ динамической реакции газового объема, представленной в виде передаточной функции (6), определяет новый подход к исследованию динамических характеристик активной двухкамерной опоры.

После подстановки  $s = i\omega$  в уравнение (6) получим частотную характеристику газового объема, которая характеризует динамическую жесткость опоры:

$$c_{\text{дин}}(i\omega) = c \frac{K + i\omega T_1 - \omega^2 T_3^2}{1 + i\omega T_2 - \omega^2 T_4^2}, \quad (7)$$

где  $\omega$  — частота возмущений газового слоя.

Выражение (7) можно представить в виде

$$c_{\text{дин}}(i\omega) = c_y(\omega) + iD(\omega), \quad (8)$$

где

$$c_y(\omega) = c \frac{(K - \omega^2 T_3^2)(1 - \omega^2 T_4^2) + \omega^2 T_1 T_2}{(1 - \omega^2 T_4^2)^2 + \omega^2 T_2^2} \quad \text{— упругая составляющая;}$$

$$D(\omega) = c \frac{T_1(1 - \omega^2 T_4^2) - T_2(K - \omega^2 T_3^2)}{(1 - \omega^2 T_4^2)^2 + \omega^2 T_2^2} \omega \quad \text{— диссипативная составляющая.}$$

Частотная характеристика (7), представленная в виде комплексного выражения (8), позволяет проанализировать влияние рабочих параметров опоры на каждую из составляющих в отдельности (рис. 2) и оценить устойчивость стационарных положений изолируемой массы.

При оценке устойчивости опоры используется новый критерий, связывающий величины динамической жесткости и демпфирования газового слоя с запасом устойчивости опоры, что существенно упрощает процесс исследования.

Устойчивость системы имеет место в случае положительно-

по демпфированию газового объема, что осуществляется при выполнении условия

$$\frac{T_2}{T_1} < \frac{1 - \omega^2 T_4^2}{K - \omega^2 T_3^2} \quad (9)$$

Анализируя динамическую жесткость газового объема опоры по выражению (6), можно установить [4], что в квазистатическом режиме ( $\omega \rightarrow 0$ ) динамическая жесткость  $c_y(\omega)$  равна статической  $c$ , т. е. при медленных перемещениях изолируемой массы расход газа через входной элемент 4 равен расходу его через дросселирующий 3 и выходной 5 элементы опоры. Этому режиму соответствует горизонтальный участок характеристики  $c_y(\omega)$  при малых частотах (рис. 2).

Диссипативная составляющая  $D(\omega)$  в этом частотном диапазоне близка к нулю, поскольку рассеивание энергии невелико. В случае быстрых перемещений изолируемой массы входное давление не успевает скомпенсировать давление в рабочей камере. В результате нагрузка воспринимается не только гидростатической силой, а также силой, возникающей при сжатии или расширении газового объема опоры, которая может существенно превышать величину гидростатической силы. Отсюда следует, что жесткость активной опоры переменна и имеет несколько значений, независимо от метода компенсации. Одним из предельных значений является жесткость изолированной (непроточной) поршневой системы ( $c_y = c_\infty$ ) [5], которая полностью определяется упругими свойствами газового объема ( $c_\infty = c \cdot T_3/T_4$ ). Жесткости  $c_\infty$  соответствует второй горизонтальный участок на зависимости  $c_y(\omega)$ . Поскольку в этом случае не происходит выдавливания газа в дроссели, диссипативная составляющая при  $\omega \rightarrow \infty$  стремится к нулю.

Рассмотрим движение изолируемой массы на газовом объеме с динамической жесткостью, описанной уравнением (6).

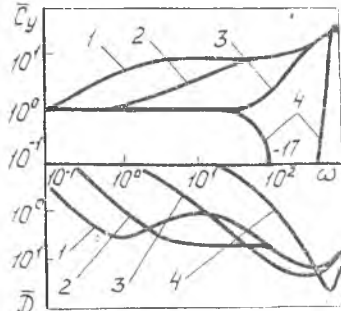


Рис. 2. Зависимости упругой  $c_y$  и диссипативной  $D$  составляющих динамической жесткости от частоты колебаний при различных значениях параметров опоры: 1, 2, 3, 4 — соответственно  $T_1 = 10$ ; 3; 0,1; 0,01 с при  $T_2/T_1 = 0,1$ ;  $T_4/T_3 = 0,025$ ;  $\omega_0 = 10$  с<sup>-1</sup>;  $K = 1$ .

Согласно принципу Даламбера,

$$m s^2 x_2 + c_{\text{дин}}(x_2 - x_1) = 0, \quad (10)$$

с учетом равенства (6)

$$m s^2 x_2 + c \frac{T_3^2 s^2 + T_1 s + K}{T_4^2 s^2 + T_2 s + 1} (x_2 - x_1) = 0.$$

Решив последнее уравнение относительно отношения координат перемещения изолируемой массы  $x_2$  и основания опоры  $x_1$ , получим передаточную функцию активной опоры:

$$K(s) = \frac{x_2(s)}{x_1(s)} = \frac{\omega_0^2 (T_3^2 s^2 + T_1 s + K)}{S^2 (T_4^2 s^2 + T_2 s + 1) + \omega_0^2 (T_3^2 s^2 + T_1 s + K)}. \quad (11)$$

$$\text{Здесь } \omega_0^2 = \frac{c}{m}.$$

После подстановки  $s = i\omega = i\bar{\omega}\omega_0$  в выражение (11) найдем амплитудно-фазовую характеристику системы

$$K(i\omega) = \frac{(K - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 T_3^2) + i\bar{\omega}\omega_0 T_1}{(K - \bar{\omega}^2) - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 (T_3^2 - \bar{\omega}^2 T_4^2) + i\bar{\omega}\omega_0 (T_1 - \bar{\omega}^2 T_2)}. \quad (12)$$

Модуль и аргумент этой функции соответственно равны:

$$R(\bar{\omega}) = \sqrt{\frac{(K - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 T_3^2)^2 + \bar{\omega}^2 \omega_0^2 T_1^2}{[(K - \bar{\omega}^2) - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 (T_3^2 - \bar{\omega}^2 T_4^2)]^2 + \bar{\omega}^2 \omega_0^2 (T_1 - \bar{\omega}^2 T_2)^2}}; \quad (13)$$

$$\psi(\bar{\omega}) = \text{arctg} \frac{\bar{\omega}^5 \omega_0^3 (T_1 T_4^2 - T_2 T_3^2) - \bar{\omega}^3 \omega_0 (T_1 - T_2)}{(K - \bar{\omega}^2) - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 (T_3^2 - \bar{\omega}^2 T_4^2) + \bar{\omega}^2 \omega_0^2 T_1 (T_1 - \bar{\omega}^2 T_2) + \dots} \dots \frac{1}{+ \bar{\omega}^4 \omega_0^4 T_3^2 (T_3^2 - \bar{\omega}^2 T_4^2) - \bar{\omega}^2 \omega_0^2 T_3^2 (1 - \bar{\omega}^2)}. \quad (14)$$

Зависимости модуля и аргумента передаточной функции активной опоры представлены на рис. 3 и 4. Модуль в данном случае является коэффициентом виброизоляции активной опоры, а аргумент показывает сдвиг фазы между перемещением основания опоры и изолируемой массы.

На рис. 3 видно существование двух предельных значений резонансных частот, зависящих от величины параметров  $T_2/T_1$  и  $T_1/\omega_0$ . Амплитудно-частотные характеристики промежуточных значений  $T_1/\omega_0$  проходят через общую точку пересечения предельных резонансных кривых. Применим к данной системе метод фиксированной точки [4], который может быть положен в основу оптимизации активной пневмоопоры по резонансным свойствам. При этом находится сочетание параметров  $T_4/T_3$  и  $T_1/\omega_0$ , при которых опора имеет резонансную

характеристику, максимум которой совпадает с фиксированной точкой. Такому положению кривой соответствует опти-

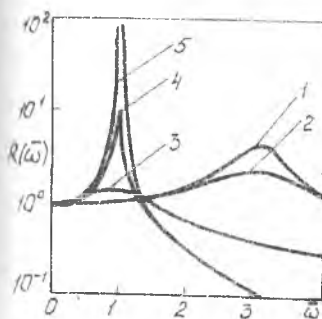


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики опоры при различных значениях параметров: 1, 2, 3, 4, 5 — соответственно  $T_1 = 10; 1; 0,1; 0,01; 0,001$  с при  $T_2/T_1 = 0,1; T_4/T_3 = 0,025; \omega_0 = 10$  с $^{-1}; K = 1$

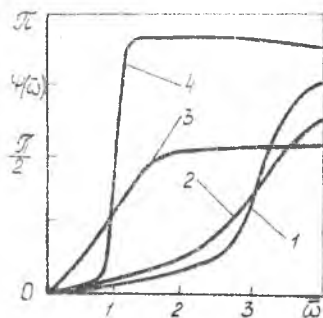


Рис. 4. Фазочастотные характеристики опоры: 1, 2, 3, 4 — соответственно  $T_1 = 10; 1; 0,1; 0,01$  с при  $T_2/T_1 = 0,1; T_2/T_3 = 0,025; \omega_0 = 10$  с $^{-1}; K = 1$

мальная резонансная частота, которая определяется из условия

$$R(T_3^2 = \infty) = -R(T_3^2 = 0).$$

С учетом уравнения (13) оптимальная частота

$$\omega_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2K}{1 + K \frac{T_4^2}{T_3^2}}} = \sqrt{\frac{2K}{1 + K \frac{T_2}{T_1}(bN + 1)}};$$

где  $N$  — отношение объемов демпферной и рабочей камер;

$b = \frac{b_4}{b_1 - b_2 - b_3}$  — коэффициент чувствительности расхода через опору к давлению в камерах.

Подставляя значение оптимальной частоты в выражение (13), получаем

$$R_{\text{опт}} = \frac{(K - T_3^2 T \omega_0^2)^2 + T_1^2 T \omega_0^3}{[(K - T_3^2 T \omega_0^2) - T(1 - T_4^2 T \omega_0^2)]^2 + T_1^2 \omega_0^2 \left(\frac{1 - K T_2/T_1}{1 + K T_2/T_1}\right)^2};$$

где  $T = \frac{2K}{1 + K \frac{T_4^2}{T_3^2}}$ .

Проектирование виброзащитной пневмоопоры производится в следующем порядке. По заданному значению коэффициента усиления  $R_{\text{опт}}$  находятся соотношения  $T_4/T_3$ ,  $T_2/T_1$  и  $\bar{\omega}_{\text{пт}} = \omega/\omega_0$ . Так как величина  $\omega$  оговаривается условиями проектирования (следовательно, собственная частота  $\omega_0$  и статическая жесткость  $s$  известны), задача сводится к определению параметров проектируемой опоры, обеспечивающих требуемую величину статической жесткости.

Изложенная методика позволяет рассчитать рабочие параметры опоры по заданным коэффициенту усиления и резонансной частоте.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ружичка Дж. Е. Активные виброзащитные системы. Экспресс-информация. Испытательные приборы и стенды, ВИНТИ, 1969, № 1.
2. Soliman J. J. Tajer Ardabili D. Aktiv soilation system using a pazzleflapper valve Proc, Inst. Mech. Engrs 1967—68, v. 182, 30.
3. Шмаков В. Т. Пневматические активные средства виброизоляции для прецизионных станков. В сб.: «Машиностроение». Тр. УПИ, т. IX, вып. 1. Ульяновск, 1973.
4. Чегодаев Д. Е., Белоусов А. И. Гидростатические опоры как гасители колебаний. В сб.: «Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей», вып. 67. КуАИ, 1974.
5. Ружичка Дж. Е. Резонансные характеристики направленных виброзащитных систем с демпфированным вязким и сухим трением. Тр. американского общества инженеров-механиков, сер. В, 89, 1967, № 4.

УДК 534.22:532.517.6

А. Г. Гимадиев, В. П. Шорин

#### О ВЫБОРЕ ВХОДНОГО ПАРАМЕТРА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

При расчете частотных характеристик гидравлических систем, включающих нелинейные дросселирующие элементы в виде диафрагм, жиклеров, демпферов, часто используется метод гармонической линеаризации.

В ряде работ, например [1], при гармонической линеаризации характеристик дросселирующих элементов гидравлические системы рассматриваются как звенья с четко обозначен-