

Ю.В.Киселев

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОШИБКИ  
ПРИ ОЦЕНКЕ ВЗАИМНОГО СПЕКТРА ВИБРОПРОЦЕССОВ  
АНАЛОГОВЫМ АНАЛИЗАТОРОМ

В предлагаемой работе рассмотрены некоторые методические ошибки, возникающие при оценивании взаимного спектра аналоговым анализатором.

Принцип действия прибора, предназначенного для получения взаимного спектра двух процессов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ , состоит в перемножении сигналов  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$ , снимаемых с выходов двух узкополосных фильтров, синхронно перестраивающихся по частоте, и осреднении результата (рис. 1):

$$C_{12}(\omega) = \overline{y_1(t)y_2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \int_{-\infty}^t x_1(t_1) h_1(\omega, t-t_1) dt_1 \times \right. \\ \left. \times \int_{-\infty}^t x_2(t_2) h_2(\omega, t-t_2) dt_2 \right] dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\omega, t') h_2(\omega, t'+\tau) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \times \right. \\ \left. \times \int_0^T x_1(t-t') x_2(t-t'+\tau) dt \right] dt' d\tau = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{12}(\omega, \tau) R_{12}(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где  $h_1(\omega, t)$  и  $h_2(\omega, t)$  - импульсные переходные характеристики фильтров.

Если в качестве фильтров использовать идентичные, синфазные и идеальные (без потерь) фильтры, у которых

$$h_1(\omega, t) = h_2(\omega, t) = \cos(\omega t + \varphi),$$

то

$$\Phi_{12}(\omega, \tau) = \cos \omega \tau.$$

В этом случае прибор будет вычислять величину, являющуюся косинусным преобразованием Фурье от функции взаимной корреляции, т.е. действительную составляющую взаимного спектра:

$$C_{12}(\omega) = \operatorname{Re} [G_{12}(\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (2)$$

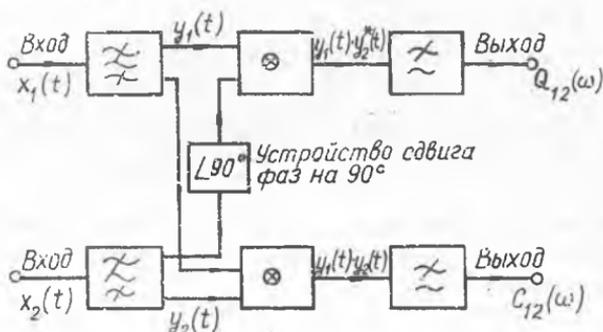
Аналогичным образом может быть измерена и мнимая часть взаимного спектра. Для этого необходимо, чтобы импульсные характеристики фильтров различались фазовым сдвигом  $\pi/2$ , тогда

$$\varphi_{12}(\omega, \tau) = \sin \omega \tau,$$

а, следовательно,

$$Q_{12}(\omega) = \text{Im} [e_{12}(\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (3)$$

В литературе [2], [3] рассмотрены ошибки при взаимно-спектральном анализе для случая, если анализируемые процессы являются чисто случайными или чисто синусоидальными. Вибрация ГТД описывается моделью типа "синусоиде плюс шум", поэтому возникла необходимость оценить следующие ошибки для этой модели.



Р и с. 1. Принцип работы аналогового анализатора взаимного спектра

### 1. Влияние ограниченности времени осреднения.

Для оценки флуктуаций  $\sigma$  на выходе системы фильтр-перемножитель-интегратор можно воспользоваться результатами, известными из теории корреляторов,

$$\sigma^2 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} h_u(t) h_u(t+t') dt [R_{11}(t') R_{22}(t') + R_{12}(t'-\tau) R_{21}(t'+\tau)] dt'$$

где  $h_u(t)$  - импульсная переходная характеристика интегратора.

При осреднении  $RC$  - цепочкой среднеквадратичное значение флуктуаций определяется выражением [2]

$$\mathcal{E}_1^w = \frac{1}{\sqrt{2\Delta f_w RC}} \quad (4)$$

где  $\Delta f_w$  - шумовая (эффективная) полоса фильтрующего элемента. Выражение (4) применимо для случайных процессов. Для модели "синусоида плюс шум" имеем [1]

$$\mathcal{E}_1^x = \frac{\sqrt{(\mathcal{E}_1^{sin})^2 + (\mathcal{E}_1^w)^2}}{\alpha_1 \alpha_2 + 1},$$

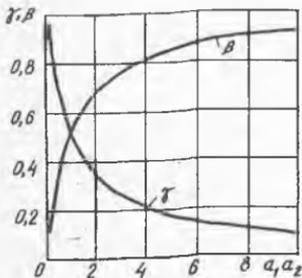
где  $\mathcal{E}_1^{sin}$  - ошибка осреднения для синусоидального процесса.

Поскольку можно считать, что  $\mathcal{E}_1^{sin} = 0$  [1], то

$$\mathcal{E}_1^x = \frac{\mathcal{E}_1^w}{\alpha_1 \alpha_2 + 1} = \mathcal{E}_1^w \gamma, \quad (5)$$

где  $\gamma = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 + 1}$ ,  $\alpha_1 = A_1 / \sqrt{2} \sigma_1$  - соотношение сигнал/шум для первого процесса;  $\alpha_2 = A_2 / \sqrt{2} \sigma_2$  - соотношение сигнал/шум для второго процесса.

Зависимость коэффициента  $\gamma$  от произведения параметров  $\alpha_1 \alpha_2$  показана на рис. 2. При  $\alpha_1 \alpha_2 \geq 10$  среднеквадратичная ошибка осреднения становится весьма малой.



Р и с. 2. Зависимость коэффициентов  $\gamma$  - и  $\beta$  от произведения параметров  $\alpha_1 \alpha_2$

2. Влияние конечности полосы пропускания анализирующих фильтров. Пусть синхронные фильтры синфазные и идентичные, но обладают ко-

нечной полосой пропускания и характеризуются затухающей импульсной переходной функцией:

$$h_1(\omega, t) = h_2(\omega, t) = H(t) \cos(\omega t + \varphi).$$

В этом случае  $\Phi_{12}(\omega, \tau)$  можно представить в виде функции автокорреляции выходных сигналов фильтров:

$$\Phi_{12}(\omega, \tau) = \int_0^{\infty} h_1(\omega, t') h_2(\omega, t' + \tau) dt' = z_{\Delta}(\omega, \tau) = \rho_{\Delta}(\tau) \cos \omega \tau,$$

где  $\rho_{\Delta}(\tau)$  - медленно меняющаяся огибающая нормированной корреляционной функции выходного сигнала фильтра при действии на его вход широкополосного (типа белого) шума.

Таким образом, показания реального прибора, в общем случае, будут представлять смещенную оценку. В случае измерения взаимного спектра двух процессов, у которых взаимокорреляционная функция  $R_{12}(\tau)$  имеет максимум при  $\tau = t_3$  (процессы запаздывают относительно друг друга на время  $t_3$ ), результатом измерения будет

$$\begin{aligned} G_{\Delta 12}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\Delta}(\tau) R_{12}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \approx \\ &\approx \rho_{\Delta}(t_3) \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \rho_{\Delta}(t_3) \operatorname{Re} [G_{12}(\omega)]. \end{aligned} \quad (6)$$

При вычислении мнимой части взаимного спектра получается выражение, аналогичное предыдущему:

$$\begin{aligned} G_{\Delta 12}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\Delta}(\tau) R_{12}(\tau) \sin \omega \tau d\tau \approx \\ &\approx \rho_{\Delta}(t_3) \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau) \sin \omega \tau d\tau = \rho_{\Delta}(t_3) \operatorname{Im} [G_{12}(\omega)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Из зависимостей (6) и (7) следует, что функция  $\rho_{\Delta}(\tau)$  характеризует погрешность измерения взаимного спектра. Она возрастает с увеличением полосы фильтра или, при постоянной полосе фильтра, с увеличением времени задержки между процессами, но не зависит от вида процессов. Величина этой ошибки для фильтра с прямоугольной характеристикой (кварцевые фильтры) и полосой  $\Delta f$

$$\rho_{\Delta}^2(t_3) = \frac{\sin \pi \Delta f t_3}{\pi \Delta f t_3} \approx 1 - \frac{(\pi \Delta f t_3)^2}{6} = 1 - \epsilon_2^n.$$

Погрешность измерений для прямоугольного фильтра

$$\mathcal{E}_2^n = \frac{1}{6} (\pi \Delta f t_3)^2 \quad (8)$$

Для фильтра, обладающего гауссовой характеристикой,

$$P_{\Delta}^r(t_3) = e^{-\pi(\Delta f_{\omega} t_3)^2} \approx 1 - \pi(\Delta f_{\omega} t_3)^2 = 1 - \mathcal{E}_2^r;$$

$$\mathcal{E}_2^r = \pi(\Delta f_{\omega} t_3)^2 \quad (9)$$

Ниже приведены численные значения погрешности (8) и соответствующие максимально возможные значения  $t_3$ . Рассмотренная ошибка скажется на величине модуля взаимного спектра.

3. Влияние несинфазности каналов.

$\Delta f, \Gamma_{\omega}$	5			100		
$\mathcal{E}_2^n, \%$	5	10	20	5	10	20
$t_3^{max}, \text{сек}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	$9,3 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$11,5 \cdot 10^{-4}$	$45,8 \cdot 10^{-4}$

Несинфазность каналов анализатора отразится на точности определения модуля взаимного спектра и фазы.

При сдвиге фаз между анализирующими каналами, но при одинаковых характеристиках фильтров

$$h_1(\omega, t) = H_1(t) \cos(\omega t + \varphi_1); \quad h_2(\omega, t) = H_2(t) \cos(\omega t + \varphi_2);$$

$$H_1(t) = H_2(t)$$

Фазовая идентичность во всей полосе прозрачности может быть достигнута компенсацией фазового сдвига на средней частоте полосы пропускания. При различных добротностях измерительных фильтров анализирующих каналов ( $H_1(t) \neq H_2(t)$ ) компенсация фазового сдвига на средней частоте полосы пропускания не обеспечивает синфазности анализа во всей полосе пропускания.

При дискретных спектрах вибрации погрешность для действительной части

$$\varepsilon_{3Re}^{sin} = \left| 1 - \cos \Delta \varphi \pm \operatorname{tg} \alpha \sin \Delta \varphi \right|, \quad (10)$$

для мнимой части

$$\varepsilon_{3Im}^{sin} = \left| 1 - \cos \Delta \varphi \pm \operatorname{ctg} \alpha \sin \Delta \varphi \right|, \quad (11)$$

где  $\Delta \varphi$  - различие фазовых характеристик каналов на крайних частотах полосы пропускания.

Переменный сдвиг фаз может привести к значительным погрешностям измерения при полигармонической вибрации (рис. 3).

Устранить его можно при помощи резонансного контура, включенного в один из каналов, чтобы компенсировать разницу между добротностями избирательных фильтров.

Для шумовых процессов переменный сдвиг фаз между каналами практически не приводит к погрешности измерения при условии, что  $\Delta \varphi = 0$  на частоте  $f = f_0$  фильтра. Погрешность при малых углах сдвига фаз для действительной и мнимой составляющих приближенно может быть определена по формуле

$$\varepsilon_3^{uu} = \left| 1 - \frac{\sin \Delta \varphi}{\Delta \varphi} \right|$$

или

$$\varepsilon_3^{uu} = \frac{(\Delta \varphi)^2}{6}, \quad (12)$$

например, при  $\Delta \varphi = 1,5^\circ$ ;  $\varepsilon_3^{uu} = 0,01\%$ ;

при  $\Delta \varphi = 1^\circ$ ;  $\varepsilon_3^{uu} = 0,005\%$ .

В случае модели "синусоида плюс шум" погрешность из-за несинфазности каналов зависит от соотношения сигнал/шум для каждого процесса. Суммарная ошибка  $\varepsilon_3^x$  определится следующим образом [1]:

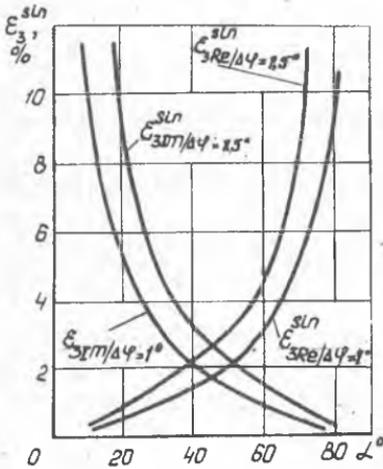
$$\varepsilon_3^x = \frac{\sqrt{(\varepsilon_{3Re}^{sin})^2 a_1 a_2 + (\varepsilon_3^{uu})^2}}{a_1 a_2 + 1}$$

Из выражений (10), (11) и (12) следует, что  $\varepsilon_3^{sin} \gg \varepsilon_3^{uu}$  и

$$\varepsilon_3^x = \frac{\varepsilon_3^{sin} a_1 a_2}{a_1 a_2 + 1} = \varepsilon_3^{sin} \beta, \quad (13)$$

где  $\beta = \frac{a_1 a_2}{a_1 a_2 + 1}$ .

Из сравнения зависимостей  $\gamma$  и  $\beta$  (рис. 2) видно, что увеличение произведения  $a_1 a_2$  ведет к уменьшению ошибки  $\epsilon_1^2$ , но, одновременно, к увеличению  $\epsilon_3^2$ .



Р и с. 3. Влияние несинфазности каналов  $\Delta\varphi$  на величину ошибки  $\epsilon_3$ .

4. Влияние скорости анализа.

Скорость развертки по частоте (скорость перестройки фильтра)  $\nu$  [Гц/сек] выбирается исходя из значений постоянной времени  $RC$  - интегратора и допустимой динамической ошибки  $\epsilon_4$ .

Погрешность  $\epsilon_4$  возникает вследствие фильтрующего действия  $RC$  - цепочки при подаче на ее вход процесса, представляющего собой осциллирующее с частотой  $F = \nu t_3$  напряжение. Из известного выражения для частотных искажений  $RC$  - цепочки

$$\xi = \frac{|C_{12}(\omega)|_{\nu}}{|C_{12}(\omega)|_{\delta=0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi FRC)^2}} \approx \tag{14}$$

$$\approx 1 - \frac{1}{2} (2\pi \nu t_3 RC)^2 = 1 - \epsilon_4,$$

где  $\epsilon_4 = \frac{1}{2} (2\pi \nu t_3 RC)^2,$

откуда скорость анализа  $\nu \leq \frac{\sqrt{0,5 \epsilon_4}}{\pi t_3 RC}.$  (15)

Выбирая параметры анализатора на основании вышеизложенного можно варьировать величину указанных ошибок.

Выбор параметров анализатора предлагается производить следующим образом:

из допустимой величины ошибки  $\varepsilon_2$  определяется полоса анализа;

из величины требуемой статистической ошибки  $\varepsilon_1$  выбирается необходимое значение постоянной времени интегрирующей RC -цепочки;

с учетом требований к величине ошибки  $\varepsilon_3$  производится настройка каналов анализатора на синфазность;

по выбранному значению постоянной времени интегрирующей RC -цепочки и величине допустимой динамической ошибки  $\varepsilon_4$  определяется скорость анализа.

### Л и т е р а т у р а

1. К и с е л е в Ю.В., К р а с и л ь н и к о в О.М. Статистический анализ узкополосных процессов с учетом возможной нестационарности. Тезисы докладов III Всесоюзной научно-технической конференции "Конструкционная прочность двигателей", Куйбышев, 1974.
2. Н о в и к о в А.К. Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л., "Судостроение", 1971.
3. П о п к о в В.И. Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов. Л., "Судостроение", 1974.

М.К.Сидоренко

### АКТИВНАЯ И ПАССИВНАЯ ДИАГНОСТИКА

В настоящее время отсутствуют четко сформулированные цели и задачи, не определены области применения технической диагностики. Более того, в ГОСТе "Техническая диагностика. Основные термины и понятия" [1] нет самого термина "Техническая диагностика".

Из [1] вытекает, что основной задачей диагностики является определение технического состояния объекта, т.е. отнесение его к одному из видов (классов) состояний: исправное, неисправное и т.п. Дополнительной задачей является определение места и, при необходимости, причины и вида дефекта.

В этой постановке задача диагностики сводится к констатации фактического состояния объекта, к своевременному предупреждению об отказе.