

А.Л.Багрянцев

## МЕТОД РАСЧЕТА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ВЕНЦА ЛОПАТОК С ПОЛКАМИ

Метод определения собственных частот венца лопаток с бандажными полками основывается на характерных чертах кинематики колебаний таких венцов, представленных в виде единой упругой круговой системы, [2]. Предполагается, что перемещения изгиба и кручения пера лопаток происходят с целым числом волн по окружности, с фиксированными узловыми диаметрами этих компонент, смещенными по углу; имеется проскальзывание по полкам, определяющее дополнительную податливость пера; диск является частью системы. Используются также следующие допущения: система полагается линейной и консервативной, пренебрегается перемещениями пера в плоскости его наибольшей жесткости, расчет частот для форм отдельных лопаток ведется по стержневой теории, инерция поворота пера лопаток при изгибе не учитывается, масса полки полагается распределенной в районе размещения последней.

При расчете собственной частоты системы лопатки-диск с учетом колебаний диска используется формула Дункерлея

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{\rho_g^2} + \frac{1}{\rho_d^2}, \quad (1)$$

где  $\rho$  - круговая частота системы;  $\rho_g$  - круговая частота лопаточного венца на жестком диске;  $\rho_d$  - круговая частота диска с жесткими лопатками.

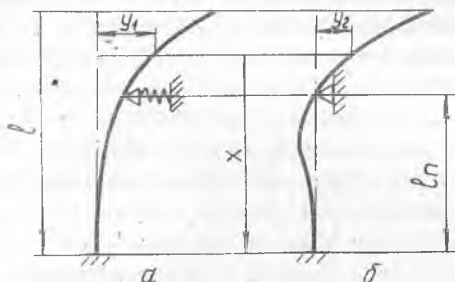
Расчет частот венца проводится энергетическим методом с учетом вращения системы. Для упрощения расчета используется обычный прием - заранее определяется конфигурация системы при колебаниях.

Для описания формы изгибных колебаний пера используем суперпозицию двух компонент

$$y = y_1 + y_2.$$

Для определения значений семейства низших частот колеса осевого компрессора указанные компоненты выбраны следующими. В качестве компоненты  $y_1$ , или податливости пера при проскальзывании по пол-

кам, принимается форма колебаний пера с геометрическими граничными условиями, аналогичными условиям основной формы колебаний изолированной лопатки (рис. 1,а), но не повторяющая ее в точности, так как имеется дополнительная упругая связь — опора на полку. По аналогии с осесимметричными телами угловое смещение амплитуды компоненты  $y_1$  относительно амплитуды деформации кручения принимается равным  $90^\circ$ . За компоненту  $y_2$  принята форма колебания изолированной лопатки с опиранием на полку (рис. 1,б). Предполагается, что при максимально возможном числе узловых диаметров она остается единственной изгибной компонентой, поэтому принимаем ее амплитуду совпадающей с амплитудой деформации кручения.



совпадающей с амплитудой деформации кручения.

На основании свойств циклически симметричных систем [3] и вышеизложенного запишем все три компоненты перемещения в следующем виде:

Р и с.1. Составляющие изгибной формы пера: а — компонента  $y_1$ ; б — компонента  $y_2$ .

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= Y_1 \sin \gamma_k \cos \rho_d t; \\ y_2 &= Y_2 \cos \gamma_k \cos \rho_d t; \\ y &= \varphi \cos \gamma_k \cos \rho_d t, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\rho_d$  — круговая частота лопаточного венца на жестком диске без учета вращения;  $y_1, y_2$  — компоненты деформации изгиба;  $Y_1, Y_2, \varphi$  — функции, характеризующие форму колебания пера;  $y$  — деформация кручения пера;  $t$  — время;  $\gamma_k = m \frac{2\pi}{S} k$  ( $k=0,1,2,\dots,S-1$ ) — величина, определяющая положение лопатки в волне перемещений и зависящая от  $m$  — числа узловых диаметров,  $S$  — числа лопаток в колесе,  $k$  — номера лопатки.

Для функций перемещений по высоте пера примем выражения

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= C_1 x^\alpha; \\ y_2 &= C_2 (x^{z+1} - x^z l_n) y_0; \\ \varphi &= \left(\frac{x}{l_n}\right)^\lambda y_0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $C_1$  - коэффициент масштаба для  $y_1$ ;  $C_2$  - коэффициент масштаба для  $y_2$  и зависимости  $y_2$  от  $\varphi$ ;  $y_0$  - максимальный угол поворота пера на радиусе полки;  $l_n$  - расстояние от корня пера до полки ( $l$  - общая длина пера);  $\alpha$ ,  $z$ ,  $\lambda$  - параметры функций перемещения.

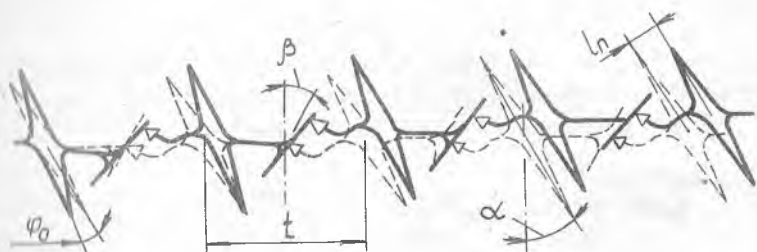


Рис. 2. Схема 1/4 волны перемещения сечений пера на радиусе полки при изгибе по форме  $y_1$  и кручении: --- исходное положение; — отклоненное положение лопаток

Рассмотрев совместность перемещений  $y_1$  и кручения (рис.2), получим зависимость:

$$y_0 = \frac{2C_1 l_n^\alpha \cos \alpha}{t \operatorname{tg} \beta \sum_{k=0}^{\frac{s}{m}} \frac{\sin(y_0 \cos \beta_k) + \sin(y_0 \cos \beta_{k+1})}{\sin y_0}}, \quad (4)$$

где  $\frac{s}{m}$  - число лопаток в четверти волны;  $t$  - шаг лопаток на радиусе полки;  $\alpha$  - угол плоскости наименьшей жесткости пера к оси колеса;  $\beta$  - угол плоскости контакта между полками и осью колеса.

Значение коэффициента  $C_2$  получим, приближенно оценив зависимость прогиба кромок пера по форме  $y_2$  от поворота полки при кручении:

$$C_2 = \frac{0,512 K_z \delta / 2}{\ell^{2+1} \bar{y}_2} \quad (5)$$

Здесь  $\bar{y}_2$  - относительный максимальный прогиб кромки на участке  $0 - \ell_n$  при изгибе по форме  $y_2$  и  $\ell = l$ ;  $K_z$  - коэффициент перехода от вычисленной деформации кромок к реальным перемещениям всего пера,  $0 < K_z \leq 1$ ;  $\delta$  - хорда профиля пера на радиусе расположения полки.

Энергетический баланс колеблющейся системы с учетом вращения

$$\Pi + W = T, \quad (6)$$

где  $\Pi$ ,  $T$ ,  $W$  - суммарные, потенциальная и кинетическая, энергии изгиба и кручения лопаток, работа центробежных сил.

Значения энергий найдем в обычной форме [1]

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^{\ell} E J_{(x)} (y_1'' + y_2'')^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^{\ell} G T_{(x)} (\varphi')^2 dx; \\ T &= \rho_{\perp}^2 \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^{\ell} \rho F_{(x)} (y_1 + y_2)^2 dx + \rho_{\perp}^2 \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^{\ell} \rho J_{p(x)} \varphi^2 dx, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $E$ ,  $G$  - модули упругости материала лопаток I и 2 рода;  $J_{(x)}$ ,  $T_{(x)}$ ,  $F_{(x)}$ ,  $J_{p(x)}$  - геометрические характеристики сечений пера: минимальный момент инерции, жесткость при кручении, площадь, полярный момент инерции;  $\rho$  - плотность материала лопаток.

Центробежные силы элементов пера совершают работу при перемещении последних по радиусу и в направлении деформации изгиба  $y$ . В последнем случае реакцией являются упругие силы кручения соседних лопаток. Работа центробежных сил при некоторых упрощениях и в соответствии с [1] имеет вид

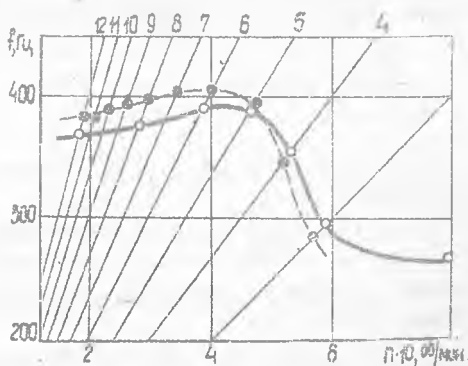
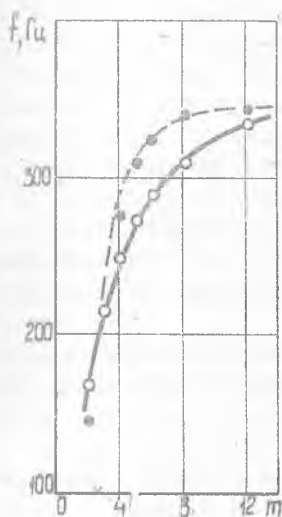
$$W = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^l F_k(x) (z_0 + x) dx \int_0^x (y_1'' + y_2'')^2 dx +$$

$$+ \rho \omega^2 \sum_{k=0}^{s-1} \int_0^l F_k(x) (z_0 + x) (y_1'' + y_2'') (y_1 + y_2) dx, \quad (8)$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения колеса;  $z_0$  — радиус корня пера.

Подставив зависимости (7) и (8) в уравнение энергетического баланса (6), используя для компонент перемещения (2) функции (3). Выполним необходимые вычисления, учитывая зависимости (4) и (5). При суммировании имеем в виду, что

$$\sum_{k=0}^{s-1} \sin^2 \gamma_k = \sum_{k=0}^{s-1} \cos^2 \gamma_k = \frac{s}{2}; \quad \sum_{k=0}^{s-1} \sin \gamma_k \cos \gamma_k = 0.$$



Р и с. 3. Сравнение расчета и результатов тензометрирования: а — собственные частоты колеса без учета вращения; б — резонансная диаграмма; —●— экспериментальные значения; —○— расчетные величины

В результате получаем выражение для определения собственных частот колебаний вращающегося вала в обычном виде (индекс  $m$  опущен)

$$\rho_B = \sqrt{\rho_n^2 + \omega^2 B}$$

(9)

Параметры  $Z$  и  $\lambda$  в уравнении (3) определяются при вычислении соответствующих форм изолированной лопатки, поэтому минимизирующим параметром при определении частот венца будет параметр  $a$ .

Для выполнения расчета собственных частот венца лопаток разработана программа на ЭВМ. На рис. 3 приведено сравнение результатов расчета по формулам (9) и (1) с экспериментальными данными (замеры в лабораторных условиях и тензотрирование на изделии) для одного из колес. Сравнение показывает неплохое совпадение вычисленных и определенных экспериментально величин частот. Из этого следует, что принятые при расчете допущения в основном соответствуют механизму колебаний подочного колеса осевого компрессора, а рассмотренный метод может использоваться для оценки низких частот таких колес.

#### Л и т е р а т у р а

1. К и р и ц к и й Г.С. Авиационные газовые турбины. - М.: Оборонгиз, 1950.
2. Б а г р я к ц е в А.Л. О кинематике колебаний лопаточного венца, бажджированного полками. - В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. - КуИ-бышев, 1979, вып. 6.
3. И в а я о в В.П. О некоторых вибрационных свойствах упругих систем, обладающих циклической симметрией. - Труды КуИ, 1967, вып. 29.