демпфера в общем случае не совпадает с максимумом демпфирования в системе при кинематическом возмущении. Это объясняется определением минимума максимального значения резонансной характеристики не только величиной демпфирования, но и собственной частотой системы.

Из вышеотмеченного следует, что расчет демпфирующих характеристик в активных пневматических опорах необходимо проводить с учетом специфики их динамического состояния, свойственной системам с релаксационным демпфированием. Суть данной специфики заключается в нахождении границ частотного диапазона демпфирования вязким трением, определяемых параметрами T_2/T_1, T_3/T_1, T_4/T_3, $T_1\omega_0$, за которыми происходит уменьшение его величины до нуля. Максимальное значение коэффициента передачи опоры не определяется максимумом диссипативной составляющей, а зависит еще и от собственной частоты системы.

Литература

1. *Чегодаев Д. Е., Белоусов А. И.* Гидростатические опоры как гасители колебаний.— В сб.: Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей. КуАИ, 1974, вып. 67, с. 196—204.
2. *Ruzicka Ierome E.* Active vibration and shock isolation. SAE. Preprints, s. a. № 680747 (рус. пер. Активные виброзащитные системы. Э. И. «Испытательные приборы и стенды». 1969, № 10, реф. 59, с. 14—25).
3. *Чегодаев Д. Е.* Оптимизация демпфирующих свойств газостатических опор.—В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. КуАИ, 1977, вып. 4, с. 105—109.
4. *Белоусов А. И., Сидоренко А. А., Чегодаев Д. Е.* Методика расчета динамических характеристик активной пневмоопоры.— В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. КуАИ, 1978, вып. 5, с. 72—78.

УДК 629.7.036.5—522.001.4

В. П. Шорин, В. Я. Свербилов

КОСВЕННЫЙ МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В связи с трудностью построения расчетных моделей устройств и систем гидроавтоматики аналитические способы определения их динамических характеристик не обладают удовлетворительной точностью. Поэтому нередко идентифицируют характеристики по результатам частотных испытаний.

Известен способ экспериментального определения матрицы частотных характеристик гидравлических систем [1], который позволяет значительно снизить стоимость и трудоемкость испытаний.

Рассмотрим возможности этого метода на примере регулятора расхода топлива прямого действия. Воспользуемся уравнением регулятора в виде

$$\delta G = W_{\varphi}\,\delta\varphi + W_{\Delta}\,\delta\,(\Delta p), \qquad (1)$$

где δG, $\delta\varphi$ и $\delta\,(\Delta p)$ — изображения по Лапласу малых отклонений расхода, площади проходного сечения и перепада давления на регуляторе.

Задачей частотных испытаний регулятора является определение передаточных функций W_{φ} и W_{Δ}. Это можно сделать обычным способом с помощью двух частотных испытаний, в каждом из которых по одному из входов задается возмущение, а на другом поддерживается нулевое граничное условие. Однако в реальных стендовых условиях обычным способом возможно определение только функции W_{Δ} (при $\delta\,\varphi = 0$). Прямое определение функции W_{φ} потребовало бы для поддержания постоянного перепада давления ($\delta\,(\Delta p = 0)$) реализации в стендовых условиях нулевых импедансов в концевых сечениях регулятора (установка на входе и выходе регулятора бесконечно больших емкостей, применение средств измерения расхода с нулевым акустическим сопротивлением и т. п.). Поэтому функцию W_{φ} определяют расчетным путем по результатам двух частотных испытаний.

Первое из них проводится при постоянной площади проходного сечения регулятора ($\delta\,\varphi = 0$), а возмущением является перепад давления на регуляторе, задаваемый пульсатором. По измеренным величинам расхода G и перепада давления Δp из уравнения (1) определяется функция W_{Δ}. Во втором испытании возмущение задается по площади проходного сечения ($\varphi = \text{var}$). При этом вследствие влияния присоединенных стендовых магистралей переменным является и перепад давления на регуляторе ($\Delta p = \text{var}$). По измеренным в ходе второго испытания величинам — площади φ, перепада Δp и расхода G — и известной функции W_{Δ} из уравнения (1) определяется передаточная функция W_{φ}.

Рассмотренный способ определения передаточных функций регулятора уже не является прямым, однако как и прямой способ требует для своего осуществления двух испытаний по каждому из входов в систему.

Применение метода, изложенного в работе [1], позволяет проводить испытание только по одному входу с одним генератором колебаний, используя взаимодействие регулятора со стендом для косвенного определения передаточной функции W_φ.

Методика испытаний состоит в следующем.

Генератор синусоидальных колебаний подключается ко входу $\delta\varphi$ регулятора (рис. 1). Изменение расхода δG вследствие влияния присоединенной стендовой магистрали (передаточная функция Z) приводит к появлению сигнала $\delta(\Delta p)$

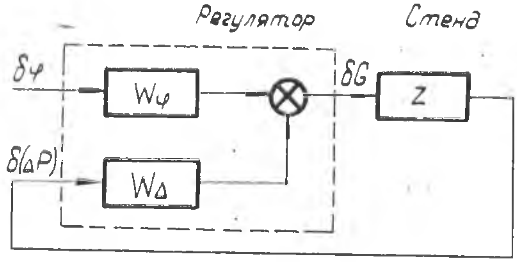

Рис. 1. Структурная схема взаимодействия регулятора со стендовой системой

на другом входе регулятора. Проводится два частотных испытания, каждое из которых отличается передаточной функцией Z стендовых магистралей. Это достигается, например, изменением длины подводящего трубопровода после первого испытания. В процессе каждого испытания регистрируются величины $\delta\varphi$, $\delta(\Delta p)$, δG, по которым строятся частотные характеристики $\frac{\delta(\Delta p)}{\delta\varphi}$ и $\frac{\delta G}{\delta\varphi}$. Далее по результатам обоих испытаний определяются искомые частотные характеристики W_φ и W_Δ следующим образом:

$$W_\Delta = \frac{\left(\frac{\delta G}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\delta G}{\delta\varphi}\right)_1}{\left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_1}; \tag{2}$$

$$W_\varphi = \frac{\left(\frac{\delta G}{\delta\varphi}\right)_1\left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\delta G}{\delta\varphi}\right)_2\left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_1}{\left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\delta\Delta p}{\delta\varphi}\right)_1}. \tag{3}$$

Выражения (2)—(3) являются решением системы операторных уравнений

$$\left.\begin{aligned}(\delta G)_1 &= W_\varphi(\delta\varphi)_1 + W_\Delta(\delta\Delta p)_1;\\ (\delta G)_2 &= W_\varphi(\delta\varphi)_2 + W_\Delta(\delta\Delta p)_2,\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где индекс обозначает номер испытания.

Установим связь между погрешностью измеряемых в процессе испытаний величин и погрешностью искомых передаточных функций.

Полагая законы распределения измеряемых величин нормальными, математическое ожидание искомых функций можно определить по формулам (2) и (3), подставляя в них математические ожидания измеряемых величин.

Тогда для W_Δ имеем

$$\overline{W}_\Delta = \frac{\left(\dfrac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\dfrac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_1}{\left(\dfrac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\dfrac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1}. \qquad (5)$$

Рассматривая W_Δ как функцию четырех независимых комплексных величин, ее дисперсию можно определить по формуле [2]

$$D(W_\Delta) = \sum_{i=1}^{4}\left|\frac{\partial W_\Delta}{\partial X_i}\right|^2 D(X_i),$$

где X_i —один из комплексных аргументов функции $W_\Delta = W_\Delta\ (X_1, \ldots, X_4)$.

Относительная величина дисперсии

$$\frac{D(W_\Delta)}{|W_\Delta|^2} = \frac{1}{|W_\Delta|^2}\sum_{i=1}^{4}\left|\frac{\partial W_\Delta}{\partial X_i}\right|^2 \frac{D(X_i)}{|X_i|^2}|X_i|^2$$

или

$$\frac{D(W_\Delta)}{|W_\Delta|^2} = \frac{1}{|W_\Delta|^2}\,\frac{D(X)}{|X|^2}\sum_{i=1}^{4}\left|\frac{\partial W_\Delta}{\partial X_i}\right|^2 |X_i|^2, \qquad (6)$$

если считать одинаковыми относительные погрешности измеряемых величин:

$$\frac{D(X_i)}{|X_i|^2} = \frac{D(X)}{|X|^2} = \text{idem}.$$

Дифференцируя функцию W_Δ (2) по каждому из аргументов и подставляя выражения для производных в формулу (6), после преобразований получим

$$\frac{D(W_\Delta)}{|W_\Delta|^2} = \frac{D(X)}{|X|^2}\left[\frac{\left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_1^2 + \left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_2^2}{\left|\left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2} + \frac{\left|\frac{\overline{\delta \Delta p}}{\delta\varphi}\right|_1^2 + \left|\frac{\overline{\delta \Delta p}}{\delta\varphi}\right|_2^2}{\left|\left(\frac{\overline{\delta \Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta \Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2}\right]. \qquad (7)$$

Выражение (7) связывает относительные погрешности измеряемых величин X_i и искомой величины W_Δ.

Математическое ожидание и относительная погрешность функции W_φ определяется аналогично, исходя из формулы (3):

$$W_\varphi = \frac{\left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_1\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_2\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1}{\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1}; \qquad (8)$$

$$\frac{D(W_\varphi)}{|W_\varphi|^2} = \frac{D(x)}{|x|^2}\,\frac{1}{|W_\varphi|^2}\,\frac{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_2^2\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_1^2}{\left|\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2}\left[\frac{\left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_1^2}{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_1^2} + \frac{\left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_2^2}{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_2^2} + 2|W_\Delta|^2\right] \qquad (9)$$

или

$$\frac{D(W_\varphi)}{|W_\varphi|^2} = \frac{D(x)}{|x|^2}\,\frac{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_2^2\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_1^2}{\left|\left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_1\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_2\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2}\times$$

$$\times\left[\frac{\left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_1^2}{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_1^2} + \frac{\left|\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right|_2^2}{\left|\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right|_2^2} + 2\,\frac{\left|\left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta G}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2}{\left|\left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_2 - \left(\frac{\overline{\delta\Delta p}}{\delta\varphi}\right)_1\right|^2}\right]. \qquad (10)$$

С целью оценки ожидаемых величин погрешности проводилось моделирование испытания регулятора на АВМ типа МН-7 при следующих исходных данных:

$$W_\varphi = \frac{1}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1};\quad W_\Delta = \frac{T_2^2 p^2 + T_1 p}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1};\quad Z_1 = \frac{1}{T_0 p + 1};\quad Z_2 = 0,$$

где $T_1 = 2{,}8\cdot 10^{-3}$ c, $T_2^2 = 1{,}5\cdot 10^{-5}$ c^2, $T_0 = 10^{-3}$ c.

По измеренным в результате частотных испытаний на модели АФЧХ $\delta G|\delta\varphi$ и $\delta\Delta p|\delta\varphi$ для двух значений Z (Z_1 и Z_2) определялась АФЧХ W_Δ. Далее, на основании (7) вычислялся коэффициент чувствительности относительного среднеквадратического отклонения АФЧХ W_Δ к относительному среднеквадратическому отклонению измеряемых АФЧХ;

$$K = \frac{\sigma(W_\Delta)}{|W_\Delta|} : \frac{\sigma(X_i)}{|X_i|} = \sqrt{\frac{D(W_\Delta)}{|W_\Delta|^2} : \frac{D(X_i)}{|X_i|^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\left|\overline{\frac{\partial G}{\partial \varphi}}\right|_1^2 + \left|\overline{\frac{\partial G}{\partial \varphi}}\right|_2^2}{\left|\left(\overline{\frac{\partial G}{\partial \varphi}}\right)_2 - \left(\overline{\frac{\partial G}{\partial \varphi}}\right)_1\right|^2} + \frac{\left|\overline{\frac{\partial \Delta p}{\partial \varphi}}\right|_1^2 + \left|\overline{\frac{\partial \Delta p}{\partial \varphi}}\right|_2^2}{\left|\left(\overline{\frac{\partial \Delta p}{\partial \varphi}}\right)_2 - \left(\overline{\frac{\partial \Delta p}{\partial \varphi}}\right)_1\right|^2}}. \quad (11)$$

Характер изменения коэффициента чувствительности по частоте определяется величиной передаточной функции стендовых магистралей Z и ее изменением ΔZ во втором испытании. При принятых значениях Z и ΔZ наиболее точных результатов следует ожидать на частотах более 30 Гц (рис. 2), где среднеквадратическое отклонение АФЧХ W_Δ примерно в два раза превышает относительное среднеквадратическое отклонение измеряемых АФЧХ.

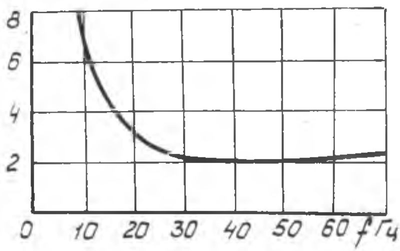

Рис. 2. Коэффициент чувствительности относительного среднеквадратического отклонения АФЧХ W_Δ к относительному среднеквадратическому отклонению измеряемых АФЧХ

Литература

1. *Šorin V. P.* Eksperimentalno odredjivanje korekcija frekventnih karakteristika složenih hidrauličkih mreža (posredna metoda). Hidraulički i pneumatski sistemi upravljnja i prenosnici snage, Beograd, 1974.
2. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М., «Наука», 1969, с. 576.