

невозможности обеспечить оптимальное значение трения в конструкции предпочтительным является введение трения большего (даже во много раз), нежели меньшего, чем оптимальное.

Кроме того, из рис. 3 видно, что метод полных циклов дает более высокие значения повреждаемости, чем метод полусумм-полуразностей.

Полученные результаты указывают на существенную зависимость расчетных значений нагруженности и повреждаемости от параметров конструкционного гистерезиса. Следовательно, при проведении динамических расчетов необходимо учитывать реальные нелинейные и гистерезисные свойства крыла. Кроме того, установлена возможность снижения уровня динамических нагрузок и повреждаемости за счет параметров конструкционного гистерезиса, что следует учитывать при проектировании оптимальных крыльевых конструкций.

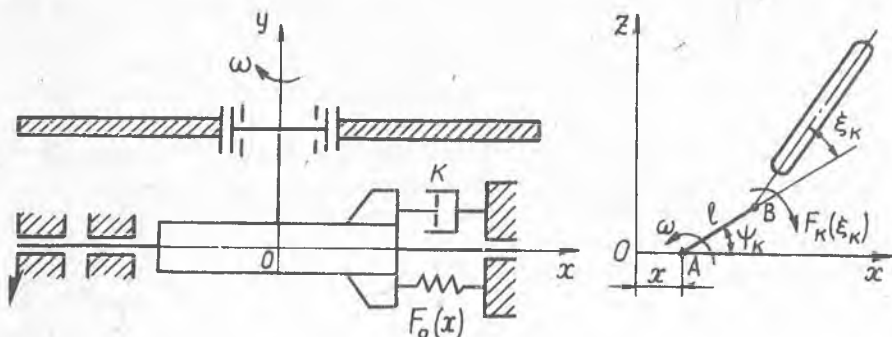
В.К.Логинов

#### КОНСТРУКЦИОННОЕ ДЕМПИРОВАНИЕ ЗЕМНОГО РЕЗОНАНСА ВЕРТОЛЕТА

В последние годы появились работы, посвященные выяснению роли демпфирования в задачах устойчивости неконсервативных систем. Было показано, что введение малого вязкого трения в систему может дестабилизировать ее [1], [2], [3], [6 и др.]. В работе [7] на примере двойного обращенного маятника, шарниры которого обладают упруго-фрикционной характеристикой специального типа, показана дестабилизирующая роль малого сухого трения. В работе [6] рассмотрена неконсервативная система с конструкционным демпфированием, причем оказалось, что трение может как дестабилизировать систему, так и улучшать ее устойчивость. Однако роль конструкционного гистерезиса криволинейной формы в задачах устойчивости до сих пор остается невыясненной, поскольку гистерезис такого типа обладает свойством менять в зависимости от трения не только диссипативные свойства системы, но и ее жесткость.

В качестве примера рассмотрена задача устойчивости идеализированной схемы вертолета на земле (рис. 1) [3], [5]. Фюзеляж имеет одну степень свободы -  $x$ , винт вращается вокруг вертикальной оси  $A$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$  в пустоте, тяжелые жесткие лопасти могут вращаться вокруг вертикальных шарниров  $B$ .

Упруго-фрикционные характеристики фюзеляжа  $F_0(x)$  и вертикальных шарниров  $F_k(\xi_k)$  имеют вид петель гистерезиса криволинейной формы.



Р и с. 1. Расчетная схема вертолета

Уравнения движения принятой модели вертолета имеют вид

$$M\ddot{x} + k_0x + F_0(x) = S \sum_{k=1}^n [(\ddot{\xi}_k - \omega^2 \xi_k) \sin \psi_k + 2\omega \dot{\xi}_k \cos \psi_k]; \quad (I)$$

$$\ddot{\xi}_k + \frac{F_k(\xi_k)}{J} + \nu_0^2 \omega^2 \xi_k = \frac{\nu_0^2}{l} \ddot{x} \sin \psi_k,$$

где  $\psi_k = \omega t + \frac{2\pi}{n}(k-1)$ ,  $n$  - число лопастей,  $S$  - статический момент лопасти относительно вертикального шарнира,  $J$  - момент инерции лопасти относительно вертикального шарнира,  $M$  - масса системы,  $\nu_0$  - безразмерный параметр лопасти,  $\nu_0 = \sqrt{\frac{cS}{J}}$ , петли гистерезиса  $F_0(x)$ ,  $F_k(\xi_k)$  заданы своими скелетными линиями  $f_0(x)$ ,  $f_k(\xi_k)$ .

Для упрощения анализа приведем систему уравнений (I) к безразмерному виду согласно следующим выражениям:

$$\tau = pt, \quad p = \sqrt{\frac{c_1}{M}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{p}, \quad u = \frac{xM}{S},$$

$$\varepsilon = \frac{n}{2} \frac{S^2}{JM}, \quad \Phi_0 = \frac{F_0 M}{c_1 S}, \quad \Phi_k = \frac{F_k M}{c_1 \varepsilon S},$$

$$\nu_0 = \frac{f_0 M}{c_1 S}, \quad \psi_k = \frac{f_k M}{c_1 \varepsilon S}, \quad 2n_0 = \frac{k_0}{\sqrt{c_1 M}}.$$

Систему уравнений (I) запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} + 2n_0 \dot{u} + \Phi_0(u) &= \sum_{k=1}^n \left[ (\ddot{\varphi}_k - \Omega^2 \varphi_k) \sin \psi_k + \right. \\ &+ 2\Omega \dot{\varphi}_k \cos \psi_k \left. \right]; \\ \ddot{\varphi}_k + \nu_0^2 \Phi_k(\varphi_k) + \nu_0^2 \Omega^2 \varphi_k &= \frac{2}{n} \varepsilon \ddot{u} \sin \psi_k. \end{aligned} \right\} (2)$$

Рассмотрим случай, когда  $n=2$ ;  $\nu_0=0,25$ ;  $\varepsilon=0,02$ ;  $2n_0=0,05$ ;  $c_0=c_k=1$ ;

$b_0=b_k=1$ , а скелетные линии петель гистерезиса  $\varphi_0(u)$  и  $\varphi_k(\varphi_k)$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(u) &= c_0 u - a_0 + \sqrt{(2b_0 u + a_0)a_0}, \\ \varphi_k(\varphi_k) &= c_k \varphi_k - a_k + \sqrt{(2b_k \varphi_k + a_k)a_k}. \end{aligned} \right\} (3)$$

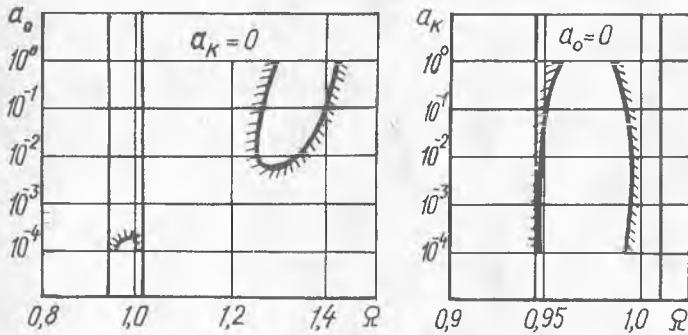
В выражениях (3) постоянные  $a_0$ ,  $a_k$  связаны с интенсивностью сил сухого трения [4].

Решение системы уравнений (2) было получено численным интегрированием на ЭЦВМ по методу Рунге-Кутты. Исследовалась устойчивость состояния равновесия. Для этого задавалось малое возмущение по скоростям  $\dot{u}$  и  $\dot{\varphi}_k$ . Полученные при этом кривые  $\dot{u}(u)$ ,  $\dot{\varphi}_k(\varphi_k)$  через преобразующие устройства выводились на осциллограф. Если интегральная кривая в координатах  $\dot{u}-u$  сходилась в точку, система считалась устойчивой. В случае неограниченного возрастания координат или устойчивого предельного цикла на плоскости  $\dot{u}-u$  система считалась неустойчивой.

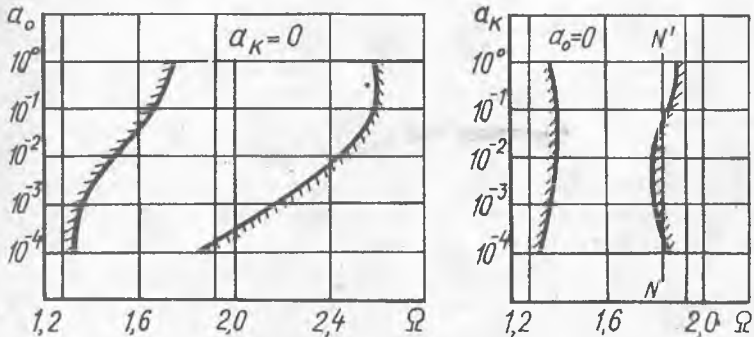
В результате решения для каждой пары значений  $a_0$ ,  $a_k$  были получены зоны угловых скоростей  $\Omega$ , внутри которых система неустойчива. Оказалось, что для линейной системы ( $a_0=a_k=0$ ) в реальном диапазоне изменения  $\Omega$  имеются две зоны неустойчивости [0,945; 1,01] и [1,28; 1,92] (на рис. 2,3 - вертикальные линии). На рис. 2 показаны границы первой зоны неустойчивости при различных значениях  $a_0$ ,  $a_k$ . На левом рисунке изменяется трение  $a_0$ , на правом  $a_k$ . Из решения видно, что изменением трения  $a_0$  можно не только сдвинуть и сформировать первую зону неустойчивости, но и вообще добиться устойчивости системы. Увеличение трения в вертикальных шарнирах  $a_k$  приводит лишь к сужению зоны неустойчивости.

Подобные зависимости, построенные для второй зоны неустойчивости, приведены на рис. 3. Видно, что и на второй зоне неустойчивости силь-

нее сказывается трение  $\alpha_0$ . Однако для некоторых значений угловой скорости можно, монотонно изменяя трение  $\alpha_k$  (например, по  $N-N'$  на правом рисунке), привести систему из неустойчивого состояния в устойчивое, а затем вновь в неустойчивое.



Р и с. 2. Первая зона неустойчивости



Р и с. 3. Вторая зона неустойчивости

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

границы зон неустойчивости состояния равновесия рассмотренной системы зависят от параметров конструкционного гистерезиса  $F_0(x)$ ,  $F_k(\varphi_k)$ ;

для отстройки системы от неустойчивого режима целесообразнее изменять трение в гистерезисе  $F_0(x)$ .

### Л и т е р а т у р а

1. Б о л о т и н В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, 1961.
2. Х е р м а н н Чжон Ин-Чен. О дестабилизирующем влиянии затухания в неконсервативных упругих системах. - "Прикладная механика", 1965, № 3.
3. Г а н и е в Р.Ф., П а в л о в И.Г. К теории земного резонанса вертолетов. - "Прикладная механика", Киев, 1973, том IX, вып. 5.
4. Л о г и н о в В.К., С т р а х о в Г.И. Устойчивость системы с квадратичным гистерезисом. Труды РКИИГА, Рига, 1972, вып. 222.
5. М и л ь М.Д. и др. Вертолеты. Ч. II. "Машиностроение", 1967.
6. Н. Ziegler. *Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik. Ingenieur-Archiv, vol. 20, 1952.*
7. J. C. Jong. *On Stability of a Circulatory system with Bilinear Hysteresis Damping. Trans. of ASME, E36, № 1, 1969.*

Ю.С.Тишкин, Н.И.Старцев

### О РАЗМЕЩЕНИИ ДЕМПИРУЮЩИХ ОПОР ПО ДЛИНЕ ТРУБОПРОВОДА

Для избежания опасных колебаний трубопроводов применяют частотную отстройку, которая становится малоэффективной при высоких частотах возбуждения и креплении на корпусах с малой жесткостью. В этих случаях целесообразнее обеспечивать низкий уровень резонансных напряжений демпфированием колебаний, для чего вместо жестких зажимов необходимо использовать упругие демпфирующие опоры.

Методика проектирования трубопроводов с демпфирующими опорами заключается в определении необходимого количества опор, их расстановке, расчете оптимальной жесткости и переменных напряжений. Необходимые данные могут быть получены из решения дифференциального уравнения колебания трубопровода при кинематическом возбуждении [1] с учетом сле-