

ной схемы (тонкая, свободно опертая пластина) и о возможности практического использования данного метода испытаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Писаренко Г. С., Трапезон А. Г. Определение усталостной прочности материалов в условиях плоского напряженного состояния. — «Проблемы прочности», 1975, № 4.
2. Корнилов А. А. Способ исследования усталости листовых материалов. А. с. № 308333 от 17.IX.1971.
3. Степаненко Н. Д., Ковешников Б. П. Методика определения усталостных свойств стеклопластиковых лопаток компрессоров и стеклопластиков при высокочастотных колебаниях. — В сб.: «Усталостная прочность и долговечность авиационных конструкций». Труды КуАИ, Куйбышев, 1974, вып. 1.
4. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. М., «Наука», 1967.
5. Ковешников Б. П., Степаненко Н. Д. Влияние типа армирования и частоты нагружения на упругие свойства стеклопластиков. — В сб.: «Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов». Куйбышев, 1975, вып. 1 (68).

УДК 623.428.1

Т. Г. ТАТИШВИЛИ, М. В. ХВИНГИЯ

КОЛЕБАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ БАЛОК С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОЙ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА

Известно, что упругая характеристика многослойной балки, нагруженной сосредоточенной нагрузкой, описывается петлей гистерезиса [1], [2].

Рассмотрим колебания слоистой невесомой балки (полосы), в середине которой закреплена масса; защемленные концы балки нагружены упругими моментами сил трения. Уравнение вынужденных колебаний такой системы имеет вид

$$m\ddot{x} + P(x) = F(x, t), \quad (1)$$

где m — масса, $P(x)$ — характеристика упруго-фрикционной силы, $F(x, t)$ — нелинейная возмущающая сила.

Статическая характеристика упруго-фрикционных сил может быть симметричной или несимметричной, состоять из прямолинейных или криволинейных участков, а также иметь и другие особен-

ности III. Рассмотрим общий случай, когда эта характеристика замкнута и состоит из пяти последовательных участков P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 (рис. 1). Как видно из рисунка, гистерезисная петля несимметрична. Несимметричность вызвана конструктивными особенностями, которые заключаются в неодинаковых условиях заземления при прямом и обратном циклах, и является характерной особенностью граничных условий реальных упругих конструкций.

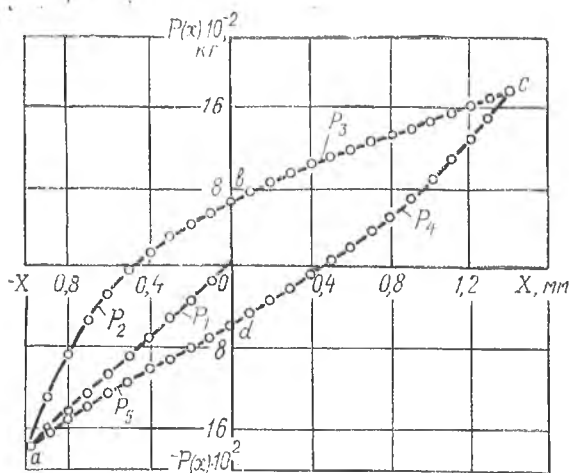


Рис. 1. Статическая характеристика упруго-фрикционных сил

Уравнение ветвей можно получить либо математической обработкой экспериментальных данных петли, либо приближенной аппроксимацией ее теоретического очертания.

Метод аппроксимации удобен тем, что исключает выполнение трудоемких экспериментов при различных коэффициентах трения, предварительных давлениях, амплитудных значениях внешней нагрузки и перемещения; однако необходимым условием его использования является наличие экспериментально проверенного теоретического метода расчета.

В случае многослойной балки (полосы) можно воспользоваться уравнениями петель, приведенными в [2], обработать результаты на ЦВМ и получить аппроксимированные уравнения отдельных участков. При этом изменение амплитудных значений перемещения и нагрузки в реальных пределах дает эквиди-

стантные петли гистерезиса, ветви которых можно описать следующими уравнениями:

$$P_1 = A_1x + B_1x^2 + C_1x^3;$$

$$P_2 = A_{01}x_{1\max} + A_2(x_{1\max})x + B_2x^2 + C_2x^3;$$

$$P_3 = A_{01}x_{1\max} + A_3x + B_3x^2 + C_3x^3;$$

$$P_4 = A_{02}x_{2\max} + A_4(x_{2\max})x + B_4x^2 + C_4x^3;$$

$$P_5 = A_{02}x_{2\max} + A_5x + B_5x^2 + C_5x^3, \quad (2)$$

где A_i , B_i , C_i ($i=0-5$) — постоянные, полученные при аппроксимации, а $x_{1\max}$ и $x_{2\max}$ — максимальные отклонения системы от нулевого положения.

Показанная на рис. 1 петля соответствует следующей упругой системе [2]: длина×ширина×толщина = 750×100×10 мм, число полос — 6; материал — сталь 65Г; ориентировочный коэффициент трения $f=0,14$; жесткость системы от изменения условий заземления на концах меняется в 1,4 раза.

Вычисленные точных сопряженных значений нагрузка — перемещение при прямом и обратном ходах и дальнейшая аппроксимация согласно уравнениям (2) по участкам начального нагружения (P_1), а также после выхода системы на циклический режим работы (P_2 , P_3 , P_4 , P_5) выполнялись с помощью ЦВМ, с шагом по перемещениям $\Delta x = 0,01$ мм. Погрешность аппроксимирующих формул по сравнению с точным на всех участках изменения x не превосходит 1%.

Уравнение вынужденных колебаний балки решалось на аналоговой вычислительной машине типа МН-17М.

Необходимость такого метода была вызвана большой продолжительностью переходного процесса в исследуемой системе (40—50 циклов) и соответствующим возрастанием машинного времени. АВМ дает возможность в данном случае при некотором снижении точности вычислений (ожидаемая погрешность 3—5%) воспроизвести весь процесс, включая и переходный режим за 15—20 мин.

Особенностью воспроизведения петли гистерезиса является то, что машина с помощью дополнительных схем выполняет логические операции по запоминанию сигналов, соответствующих максимальным перемещениям. Переключение решений с одной ветви на другую осуществлялось согласно заданной программе, заключающейся в выполнении условий стыковки ветвей по перемещениям и скоростям.

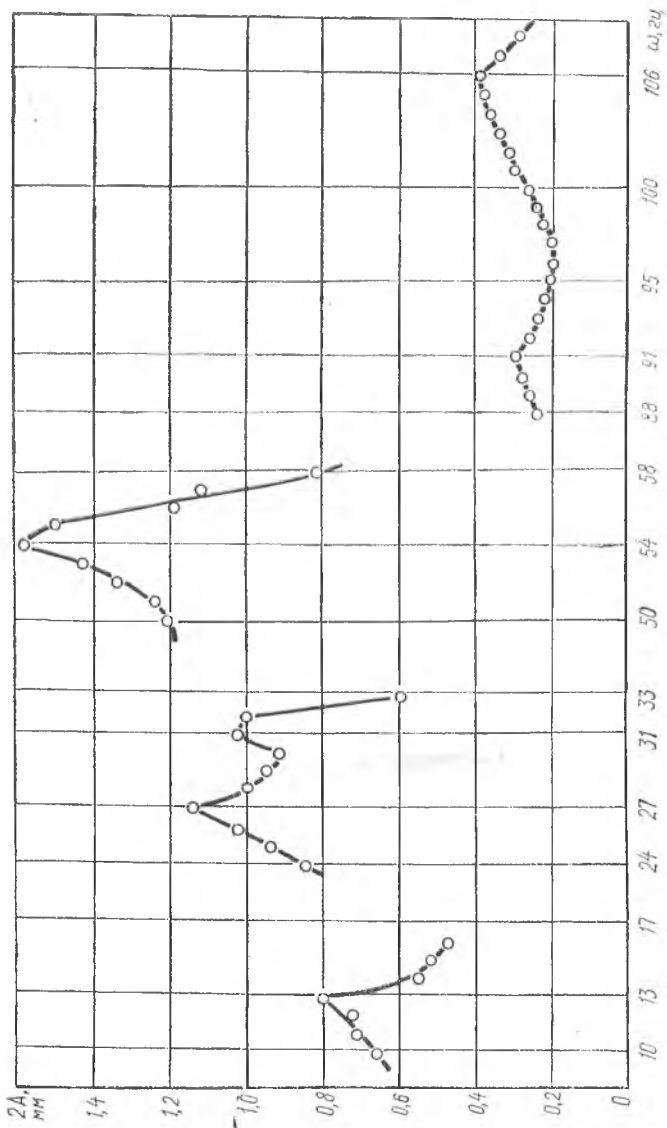


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика, полученная на АВМ

Возмущающая сила менялась по сложному нелинейному закону, соответствующему закону формирования электромагнитной силы в магните с переменным зазором

$$F(x, t) = \frac{0,051}{\mu_0 S} \Phi^2, \quad (3)$$

где Φ определяется из выражения

$$\Phi = \frac{U}{W} \sin \omega t - \frac{(\delta - x)z}{\mu_0 S W^2} \Phi. \quad (4)$$

Здесь U — переменное напряжение; W — число витков катушки электромагнита; δ — зазор между якорем и статором; z — активное сопротивление; μ_0 — магнитная постоянная; S — сечение магнитопровода.

На рис. 2 показана амплитудно-частотная характеристика в широком диапазоне изменения возмущающей частоты ω ; кривая указывает на наличие в системе суб- и супергармонического резонансов, являющихся следствием нелинейной асимметрии

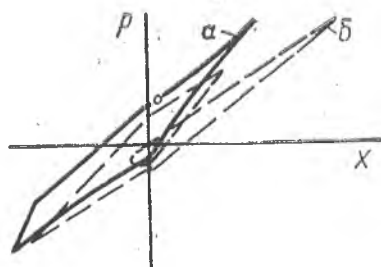


Рис. 3. Реальные петли, воспроизведенные на АВМ: для основного резонанса (а) и для субгармонического резонанса (б)

характеристики петли гистерезиса. Реальная петля, воспроизведенная на АВМ по уравнениям (2), соответствует установившимся режимам основного и субгармонического резонанса, что показано на рис. 3, а, б. Как видно из этого рисунка, решение, полученное на АВМ, совпадает с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М., Физматгиз, 1960.
2. Хвингия М. В., Пулая Г. Г., Гоглашвили В. Н., Татишвили Т. Г. Конструктивное демпфирование в узлах вибрационных машин. Тбилиси, ГПИ, 1973.