

жений на положение окружности колеса дают основание отметить следующее. Характер распределения напряжений соответствует возбуждению 4-й гармоникой. Узловые диаметры по окружности фиксированные, т. к. график построен по 32 замерам, а от замера к замеру положение волн не меняется. Разброс напряжений от лопатки к лопатке в полочном венце определяется в основном не разбросом показаний тензодатчиков и не отличиями в жесткости шера, а положением лопатки в волне перемещений, как и предполагалось выше.

Выдвинутые положения о кинематике колебаний полочного венца согласуются с имеющимися в литературе теоретическими взглядами и позволяют дать удовлетворительное объяснение большинству фактов, встречающихся при эксплуатации полочных колес.

## Л и т е р а т у р а

1. Богомолов С. И., Журавлева А. М. Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях. Харьков, «Вища школа», 1973, с. 176.
2. Борщанский К. Н. Колебания стержней и лопаток, связанных проволоками. — Энергомашиностроение, 1965, № 1, с. 7—10.
3. Иванов В. П. О некоторых вибрационных свойствах упругих систем, обладающих циклической симметрией. КуАИ, 1967, вып. 29, с. 118—120.
4. Иванов В. П. Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов и других упругих тел, обладающих циклической симметрией. — В сб.: Прочность и динамика авиационных двигателей. «Машиностроение». 1971, вып. 6, с. 113—132.
5. Багрянцев А. Л. К вопросу о колебаниях лопаточных венцов, забалансированных полками. КуАИ, 1970, вып. 45, с. 308—312.

УДК 621.438—253.5.001.57

Е. Л. Михеенков

### К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ОХЛАЖДАЕМОЙ ЛОПАТКИ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ

Проектирование температурного поля — задача, требующая своего разрешения при создании новых или увеличении ресурса и параметров существующих ГТУ, и представляющая комплексное рассмотрение вопросов теплообмена, теплопровод-

ности, прочности и термодинамики. Желательно на стадии проектирования обеспечивать оптимальное температурное поле охлаждаемой лопатки турбины. Проведенные ранее исследования [1], [2] позволили сформулировать методику проектирования температурного поля охлаждаемой лопатки и условия прочности. Проектирование температурного поля заключается в подборе системы тепловых потоков в охладитель при известных граничных условиях со стороны газа: температуре и местных коэффициентах теплоотдачи.

Как показано в работе [2], напряжения в сечении перпендикулярно нагретой лопатки в координатах  $(\sigma; t)$  располагаются на прямой с угловым коэффициентом  $(-E \alpha)$  и проходят через точку с координатами  $(\sigma_{ср}, t_{ср})$ .

Здесь  $\sigma_{ср} = \frac{N}{F_{сеч}}$  — среднее напряжение в сечении лопатки;  $t_{ср} = \frac{1}{F} \int t dF$  — средняя по площади сечения температура лопатки;  $N$  — растягивающее усилие;  $F$  — площадь поперечного сечения лопатки;  $E$  — модуль упругости материала лопатки;  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения материала лопатки. Совместное рассмотрение кривой длительной прочности  $\sigma_{дл}^{трасч}(t)$  и линии распределения напряжений в сечении охлаждаемой лопатки в единой системе координат  $(\sigma; t)$  позволило сформулировать условие прочности: среднее по площади значение температуры  $T_{ср}$  должно обеспечить требуемое нормами прочности значение коэффициента запаса по несущей способности  $K_b$ . Это условие будет выполнено, если  $T_{ср}$  будет такова, что  $\sigma_{дл}(T_{ср}) = K_b \frac{N}{F_{сеч}}$ . Минимальная температура определяется пересечением кривой  $\frac{\sigma_{дл}(t)}{K_{мин}}$  и линии перераспределения напряжений, характеризуемой тангенсом наклона  $(-E \alpha)$ . Максимальное значение температур в сечении не определяется нормами прочности и должно быть оговорено из других соображений (жаростойкости, коррозионной стойкости и др.).

Таким образом, с точки зрения прочности могут быть определены среднее по площади, максимальное и минимальное значения температур в сечении лопатки, которые выступают как ограничения.

Для формулировки условия оптимизации задачи проектирования температурного поля охлаждаемой лопатки турбины рассмотрим кратко термодинамические потери, вносимые

и цикл охлаждением лопатки турбины, применив эксергетический метод анализа [3]. Процесс теплообмена с термодинамической точки зрения всегда не выгоден. Действительно, эксергия тепла  $\Delta Q$ :

$$\Delta e_Q = \Delta Q \left(1 - \frac{T}{T_0}\right),$$

где  $T$  и  $T_0$  — соответственно температура, при которой подводится тепло, и температура окружающей среды.

Кроме того,

$$\Delta Q = G_b C_{pb} \Delta T_{\text{охл}} = G_b C_{pb} (T_{\text{газа}} - T_{b \text{ вх}}) \cdot \gamma_{\text{ито}}.$$

Потери энергии в долях от адиабатного перепада в турбине

$$\frac{\Delta Q}{\Delta h_{\text{T. ад}}} = \frac{G_b C_{pb} \cdot \Delta i_{\text{расп}}}{G_{\text{газа}} \Delta i_{\text{ад-турб}}} = \bar{G}_{\text{охл}} \frac{\Delta i_{\text{расп}}}{\Delta i_{\text{ад-турб}}} \gamma_{\text{ито}}.$$

При заданной разности температур газа и воздуха на входе ( $T_{\text{газа}} - T_b$ ) увеличение отбираемого количества тепла прямо пропорционально увеличению процента расхода охлаждающего воздуха.

Следовательно, на стадии проектирования следует минимизировать суммарный тепловой поток от газа к лопатке, т. е. целевой функцией будет интеграл  $\int_{\text{обл}} q_{\text{охл}} dU$ .

Добавим к приведенным выше прочностным ограничениям еще и ограничения по максимальным напряжениям изгиба в сечении лопатки. С этой точки зрения обычно в сечении лопатки выделяют три характерные точки А ( $-\xi_{\text{макс}}, \eta_A$ ), В ( $\xi_B, \eta_{\text{макс}}$ ) и С ( $+\xi_{\text{макс}}, \eta_C$ ), где  $\xi$  и  $\eta$  — приведенная центральная система координат.

Можно следующим образом сформулировать задачу оптимизации температурного состояния лопатки: найти распределение плотности тепловых потоков  $q$  по периметру охлаждения  $U_{\text{охл}}$ , обеспечивающее минимальное значение суммарного теплового потока

$$Q_{\Sigma} = \int U_{\text{охл}} q \cdot dU$$

при условии, что выполняются следующие ограничения:

$$T_{\text{мин}} \leq t(q, X, Y) \leq T_{\text{макс}};$$

$$\frac{1}{F_{\text{сеч}}} \int_F t(q, X, Y) dF \leq T_{\text{ср}};$$

$$|\Delta \sigma_{\text{нА}}| = |E_A \left[ \int_{FE} \frac{\eta_A}{\eta^2} dF (M_{\xi} + \int_{FE} \varepsilon_T \eta dF) - \int_{FE} \frac{\xi_A}{\xi^2} dF \right] \times \\ \times (M_{\eta} - \int_{FE} \varepsilon_T \xi dF)| \leq \Delta \sigma_1;$$

$$|\Delta\sigma_{\text{нв}}| = |E_{\text{в}} \left[ \frac{\gamma_{\text{в}}}{\int_{\text{F}} E \gamma^2 dF} \left( M_{\xi} + \int_{\text{F}} E \varepsilon_{\tau} \eta dF \right) - \frac{\xi_{\text{в}}}{\int_{\text{F}} E \xi^2 dF} \right] \times \\ \times (M_{\eta} - \int_{\text{F}} E \varepsilon_{\tau} \xi dF)| \leq \Delta\sigma_{\text{в}};$$

$$|\Delta\sigma_{\text{нс}}| = |E_{\text{с}} \left[ \frac{\gamma_{\text{с}}}{\int_{\text{F}} E \gamma^2 dF} \left( M_{\xi} + \int_{\text{F}} E \varepsilon_{\tau} \eta dF \right) - \frac{\xi_{\text{с}}}{\int_{\text{F}} E \xi^2 dF} \right] \times \\ \times (M_{\eta} - \int_{\text{F}} E \varepsilon_{\tau} \xi dF)| \leq \Delta\sigma_{\text{с}}.$$

Задача оптимизации явно нелинейная, так как характеристики материала  $E$  и  $\varepsilon_{\tau}$  являются функциями температур, а положение приведенной системы координат  $\eta$  и  $\xi$  определяется конкретным температурным полем.

Сведем эту задачу к линейной. Примем, что свойства материала, соответствующие средней температуре лопатки, постоянны по площади сечения.

В теле произвольной формы на стационарном тепловом режиме можно выделить характерные линии — изотермы и адибаты [4]. Тепловой поток равен нулю в направлении, нормальном к адибатам. При делении рассматриваемого сечения по адибатам получаем

$$T_{\text{газа}} - t_{\text{нар}i} = q_i \frac{\Delta U_{\text{вн}i}}{\alpha_{\text{газа}} l \cdot \Delta U_{\text{нар}}};$$

$$T_{\text{газа}} - t_{\text{вн}i} = q_i \frac{\Delta U_{\text{вн}}}{\Delta U_{\text{нар}}} \left( \frac{1}{\alpha_{\text{газа}}} - \frac{\delta}{\lambda \cdot K_{\text{ф}}} \right),$$

где  $T_{\text{газа}}$  — температура газа;  $t_{\text{нар}i}$ ;  $t_{\text{вн}i}$  — местные температуры лопатки;  $q_i$  — местная плотность теплового потока;  $U_{\text{нар}}$ ;  $U_{\text{вн}}$  — периметры теплообмена со стороны газа и воздуха;  $K_{\text{ф}}$  — коэффициент формы [5].

Таким образом, установлена линейная зависимость температур лопатки от  $q_i$ :

$$t_{\text{тела}} = T_{\text{газа}} - A_i q_i.$$

Тогда условие по обеспечению средней температуры лопатки

$$t_{\text{ср}} \approx \frac{1}{F_{\text{сеч}}} \sum_{i=1}^n t_{\text{ср}} \Delta F_i = T_{\text{газа}} - \sum_{i=1}^n A_i \text{ср} \bar{q}_i \leq T_{\text{ср}}.$$

Все температуры лопатки должны лежать между  $T_{\text{мин}}$  и  $T_{\text{макс}}$ . Это условие можно записать в виде неравенства

$$\frac{T_{\text{газа}} - T_{\text{макс}}}{A_{\text{нар}i}} \leq q_i \leq \frac{T_{\text{газа}} - T_{\text{мин}}}{A_{\text{вн}i}}.$$

Величины напряжений изгиба  $\Delta\sigma_{\text{нл}}$ ,  $\Delta\sigma_{\text{нв}}$ ,  $\Delta\sigma_{\text{нс}}$  зависят от координат точек  $A(\xi_{\text{л}}, \gamma_{\text{л}})$ ,  $B(\xi_{\text{в}}, \gamma_{\text{в}})$  и  $C(\xi_{\text{с}}, \gamma_{\text{с}})$ , но положение самой

системы координат  $(\xi; \eta)$  неопределенно, так как оно зависит от температурного поля. Заменяем точные условия приближенными. Например, для точки А имеем:

$$|\Delta\sigma_{1A}| = \left| E_{\Lambda} \left( \frac{M_x + \int_F E \epsilon_1 \eta dF}{\int_F E \eta^2 dF} \eta_A - \frac{M_y - \int_F E \epsilon_1 \xi dF}{\int_F E \xi^2 dF} \xi_A \right) \right| \leq \Delta\sigma_1;$$

$$|\Delta\sigma_{1A}| \approx \frac{M_x + \sum_i E \alpha \Delta T_{cp} Y_i \Delta F_i}{I_x} Y_A - \frac{M_y - \sum_i E \alpha \Delta T_{cp} X_i \Delta F_i}{I_x} X_A \leq \Delta\sigma_1.$$

Путем несложных преобразований можно получить

$$a_{1A} q_1 + a_{2A} q_2 + \dots + a_{nA} q_n \geq b_A,$$

$$\text{где } a_{iA} = \left| E \alpha \Delta F_i A_{i \text{cp}} \left( \frac{X_A X_i}{I_x} + \frac{Y_A Y_i}{I_y} \right) \right|;$$

$$b_A = \left| \frac{M_x}{I_x} Y_A - \frac{M_y}{I_y} X_A + E \alpha (\Gamma_T - T_{cp}) \left( \frac{Y_A S_Y}{I_x} + \frac{X_A S_X}{I_y} \right) \right| - \Delta\sigma_1.$$

Аналогичные выражения можно получить для точек В и С. Теперь можно сформулировать задачу линейного программирования: найти наименьшее значение суммарного теплового потока от охлаждаемой лопатки в охладитель

$$Q_{\Sigma} = q_1 \Delta U_1 + q_2 \Delta U_2 + \dots + q_n \Delta U_n$$

при условии, что на величины тепловых потоков  $q_1, q_2, \dots, q_n$  наложены следующие ограничения:

$$q_i \leq \frac{T_{\text{газа}} - T_{\text{мин}}}{A_{i \text{вн}}} \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$$q_i \leq \frac{T_{\text{газа}} - T_{\text{мин}}}{A_{i \text{нар}}} \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$$A_{\text{ср1}} \bar{f}_1 q_1 + A_{\text{ср2}} \bar{f}_2 q_2 + \dots + A_{\text{срn}} \bar{f}_n q_n \geq T_{\text{газа}} - T_{\text{ср}};$$

$$a_{1A} q_1 + a_{2A} q_2 + \dots + a_{nA} q_n \geq b_A;$$

$$a_{1B} q_1 + a_{2B} q_2 + \dots + a_{nB} q_n \geq b_B;$$

$$a_{1C} q_1 + a_{2C} q_2 + \dots + a_{nC} q_n \geq b_C.$$

Как известно, функция  $Q_{\Sigma}$  носит название целевой. Величины плотностей тепловых потоков  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , соответствующие минимуму целевой функции при соблюдении наложенных ограничений, называются решением задачи линейного программирования или оптимальным планом.

Решение задачи линейного программирования с большим числом ограничений невозможно без ЭВМ. Разработана

программа оптимизации с использованием стандартной программы [6] решения системы линейного программирования. Программа оптимизации является частью комплекса программ расчета температур и напряжений в сечении лопатки дефлекторного типа. Контур охлаждения разбит на 60 участков (находится 60 значений  $q_i$ ). По найденным значениям  $q_i$  определяются температуры и напряжения в сечении лопатки.

На рис. 1 приведены результаты расчета температур и напряжений с оптимальным планом тепловых потоков. Видно, что все температурные ограничения выдерживаются удовлетворительно. Менее точно выполняются ограничения по  $\Delta\sigma$ . Но надо учесть, что величины  $\Delta\sigma_1$  и  $\Delta\sigma_2$  являются аргументом задачи и могут быть изменены.

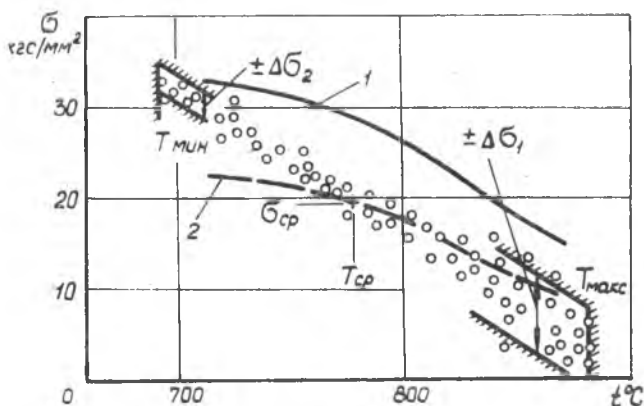


Рис. 1. Связь между напряжениями и температурами в сечении охлаждаемой лопатки турбины: 1 — линия напряжений  $\frac{\sigma_{дл}(t)}{K_{т\text{ мин}}}$ ; 2 — линия напряжений  $\frac{\sigma_{дл}(t)}{K_B}$

Разработанная программа оптимизации позволяет проектировать оптимальное температурное поле охлаждаемой лопатки газовой турбины.

## Л и т е р а т у р а

1. Зыкина-Моложен Л. М., Михеенков Е. Л. Метод машинного проектирования температурного поля охлаждаемой лопатки турбины. — Тезисы докладов IV научно-технической конференции, Куйбышев, 1976, с. 88—89.

2. *Миневичев В. Л.* Выбор рационального распределения температур в сечении охлаждаемой лопатки газовой турбины. — Тезисы докладов IV научно-технической конференции, Куйбышев, 1976, с. 101—103.
3. Экспериментальный метод и его приложения. М., «Мир», 1967. 248 с.
4. *Шейдер П.* Инженерные методы расчета теплопроводности. М., ИЛ, 1960, 458 с.
5. *Кондратьев Г. М.* Тепловые измерения. М.-Л., Машгиз, 1957, 244 с.
6. *Айзенштадт В. С., Лепешинский Н. А.* Система линейного программирования для ЕС ЭВМ. Минск, 1975, 40 с.

УДК 534.624.07

А. С. Сердотецкий

## ОБ ОЦЕНКЕ СВЯЗАННОСТИ КОЛЕБАНИЙ В ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦАХ

Известно, что при определенных условиях колеблющиеся лопатки турбомашин допустимо рассматривать как динамически изолированные, предполагая диски (барабаны) жесткими. Долгое время оставаясь доминирующим, такой подход для новых современных конструкций становится некорректным. Причина заключается в том, что лопаточные венцы современных турбомашин выполняются все более тонкими, менее жесткими и что в конструкцию вводятся различного рода бандажные связи. В этих условиях упруго-динамическое взаимодействие лопаток оказывается столь сильным, что накладывает на колебания не только количественные, но и качественные особенности. О необходимости учета динамического взаимодействия отдельных элементов свидетельствует тенденция развития методов вибрационных расчетов венцов как единых упругих систем, на что обращается внимание, в частности, в работе [1].

К настоящему времени не выработаны критерии, которые бы количественно оценивали существенность динамического взаимодействия лопаток и позволяли обосновать выбор расчетной методики. Ниже излагается попытка применительно к лопаточным венцам использовать понятие связанности коле-