Для количественной оценки входящих в (12) величин погрешностей была использована статистика периодических (в течение 2-х лет) градуировок трех однотипных комплектов аппаратуры, каждый из которых имел по 3 измерительных канала. Параметры полученных составляющих погрешностей измерений, в функции текущих значений амплитуд, приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, входящие в (12) величины погрешностей представляют собой как аддитивные, так и мультипликативные составляющие. Значения суммарной погрешности измерений, определенные согласно (12), представлены на рис. 2 в функции текущих значений амплитуд колебаний.

При соизмеримости значений измеренных амплитуд колебаний со значениями возможных погрешностей (например, в области малых амплитуд) учет погрешностей измерения позволит более достоверно оценить параметры распределения моделей компонент вибрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Наука, 1969.

2. Руководство для инженеров по решению задач теории вероятностей, под ред. Свешникова А. А. Л., Судпромгиз, 1962.

3. Маликов М. Ф. Основы метрологии. Комитет по делам мер и измерительных приборов, М., 1949.

Ю. В. Киселев

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ УЗКОПОЛОСНОГО ВИБРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

Изучение свойств узкополосных процессов занимает важное место в исследовании общей вибрации газотурбинных двигателей (ГТД), так как в общем спектре вибрации ГТД имеются ярко выраженные зоны узкополосной вибрации. На основании этого в работе [2] предложено рассматривать общую вибрацию ГТД как сумму узкополосных вибрационных процессов. В результате можно свести изучение общей вибрации ГТД к изучению отдельных узкополосных вибрационных процессов.

Одной из основных статистических характеристик для стационарных процессов является корреляционная функция, которая несет информацию об энергии процесса, об изменении значений случайного процесса во времени, о частотном составе процесса. Корреляционная функция является мощным средством для обнаружения периодической составляющей в шумовом сигнале.

В настоящее время корреляционный анализ является менее распространенным, чем спектральный. Это связано, во-первых, с трудностями по созданию аппаратуры и, во-вторых, при использовании ЭЦВМ с большим временем обработки. Предлагаемая работа является попыткой снизить затраты времени на

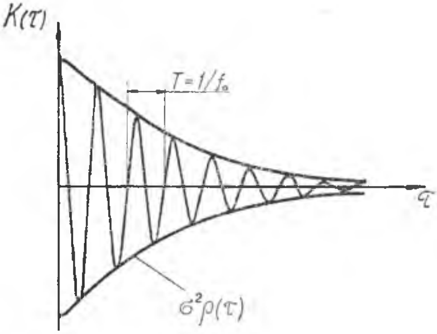

Рис. 1. Корреляционная функция узкополосного случайного процесса

определение корреляционной функции процесса путем использования корреляционной функции огибающей узкополосного процесса.

Известен целых ряд моделей узкополосной вибрации [2]. В данной работе рассматриваются некоторые из этих моделей:

гармоническая вибрация со случайной фазой;

белый шум, прошедший через фильтр;

сумма гармонической вибрации и случайного шума, прошедшего через фильтр.

Характеристики шума во второй и третьей моделях зависят от того, на какой фильтр воздействует вибрационный шум. Если известна характеристика фильтра, то, считая, что средняя частота спектра узкополосной вибрации совпадает со средней частотой фильтра, и используя известные соотношения [1, 3], можно получить аналитические выражения для корреляционных функций указанных трех моделей. В общем виде выражение для корреляционной функции первой, второй и третьей моделей можно записать следующим образом:

$$K(\tau) = \sigma^2 \rho(\tau) \cos 2\pi f_0 \tau. \qquad (1)$$

Медленно изменяющийся множитель в выражении (1) — огибающая корреляционной функции $B(\tau) = \sigma^2\rho(\tau)$ — определяется формой и полосой фильтра, а высокочастотное заполнение определяется средней частотой фильтра. Примерный график корреляционной функции вида (1) показан на рис. 1.

В практике узкополосные процессы, образующие общую вибрацию, получают путем выделения их из общего вибрационного шума с помощью фильтра. Фильтр настраивается на среднюю частоту интересующего нас узкополосного процесса. Таким образом, средняя частота узкополосной вибрации известна заранее и высокочастотное заполнение корреляционной функции не дает нам новой информации. Поэтому нас будет интересовать только огибающая корреляционной функции.

Отметим некоторые свойства огибающей корреляционной функции.

1. Значение огибающей корреляционной функции при $\tau = 0$ равно дисперсии процесса

$$B(0) = \sigma^2.$$

2. По огибающей корреляционной функции можно судить об интервале корреляции процесса. В ряде случаев для узкополос-

ных процессов кроме известных определений интервала корреляции [1] очень удобно применять понятие интервала корреляции по уровню ε огибающей корреляционной функции

$$|\rho(\tau)| < \varepsilon \text{ при } \tau > \tau_0(\varepsilon).$$

Таким образом, для определенного класса задач вибрационной диагностики ГТД достаточно знать огибающую корреляционной функции.

Существует еще одна деталь, говорящая в пользу определения огибающей корреляционной функции. При непосредственном вычислении корреляционной функции процесса шаг задержки должен быть меньше периода высшей частоты сигнала. Если учесть, что корреляционная функция, как и любая статистическая характеристика, может быть найдена экспериментально лишь на основе обработки довольно большого объема данных, то очевидно, что для вычисления корреляционной функции узкополосного процесса требуется очень большое время.

Для определения огибающей корреляционной функции узкополосных вибрационных процессов, которые могут быть представлены указанными моделями, предлагается использовать связь между огибающей корреляционной функцией процесса и корреляционной функцией огибающей этого процесса.

Для первой модели эта связь очевидна. Корреляционная функция огибающей процесса определяется следующим образом:

$$K_A(\tau) = A_0^2.$$

Корреляционная функция самого процесса имеет следующий вид:

$$K(\tau) = \frac{A_0^2}{2}\cos 2\pi f_0\tau,$$

где A_0 — амплитуда гармонической вибрации.

Сравнивая эти два выражения, находим

$$K_A(\tau) = 2B(\tau). \qquad (2)$$

Для второй модели узкополосного процесса эта связь выражается следующим образом [3]:

$$K_A(\tau) \approx 0{,}4\sigma^2\rho^2(\tau), \qquad (3)$$

$$\frac{K_A(\tau)}{\sigma_A^2} \approx \rho^2(\tau). \qquad (4)$$

Эти формулы верны с точностью до 10%, так как в правой части стоят первые члены знакоположительных рядов разложения корреляционной функции огибающей процесса и коэффициента корреляции огибающей по степеням $\rho(\tau)$.

Для устранения методической ошибки, связанной с конечным числом членов ряда разложения в выражениях (3) и (4), следу-

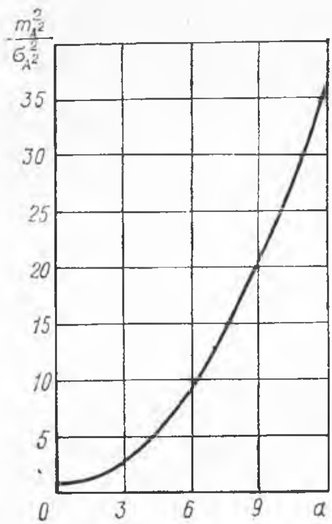

Рис. 2. Зависимость отношения $\frac{m^2_{A^2}}{\sigma^2_{A^2}}$ от соотношения сигнал/шум $a = \frac{A_0}{\sigma}$

ет использовать связь корреляционной функции квадрата огибающей и огибающей корреляционной функции процесса:

$$K_{A^2}(\tau) = 4\sigma^4\rho^2(\tau), \tag{5}$$

$$\frac{_{A^2}(\tau)}{\sigma^2_{A^2}} = \rho^2(\tau). \tag{6}$$

Для третьей модели связь между корреляционной функцией огибающей узкополосного процесса и огибающей корреляционной функции этого процесса очень сложная, хотя для малых и больших соотношений сигнал/шум эта связь значительно упрощается. Если использовать корреляционную функцию квадрата огибающей, то эту связь можно получить для любых соотношений сигнал/шум.

$$K_{A^2}(\tau) = 4\sigma^4\left[\rho^2(\tau) + a^2\rho(\tau)\right], \tag{7}$$

где $a = \frac{A_0}{\sigma}$ — соотношение сигнал/шум;

A_0 — амплитуда гармонической вибрации;

σ — среднеквадратичное отклонение шума.

Для определения параметра a предлагается использовать зависимость математического ожидания квадрата огибающей и дисперсии квадрата огибающей от параметра a:

$$m_{A^2} = 2\sigma^2\left(1 + \frac{1}{2}a^2\right), \tag{8}$$

$$\sigma^2_{A^2} = 4\sigma^4(1 + a^2). \tag{9}$$

Из выражений (8) и (9) следует, что отношение

$$\frac{m^2_{A^2}}{\sigma^2_{A^2}} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2}a^2\right)^2}{1 + a^2} \tag{10}$$

зависит только от a (рис. 2).

Используя связь $K_{A^2}(\tau)$ с $\rho(\tau)$, можно определить $\rho(\tau)$

1. По реализации процесса определяют отношение $\frac{m^2_{A^2}}{\sigma^2_{A^2}}$ и по этому отношению определяют a. Отметим основные три случая:

а) при $\frac{m^2_{A^2}}{\sigma^2_{A^2}} \to \infty$, получается, что $a \to \infty$ и мы будем иметь первую модель;

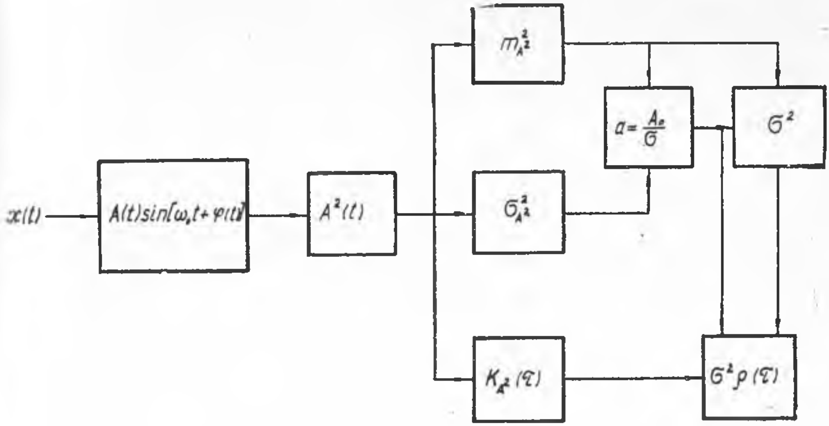

Рис. 3. Алгоритм определения огибающей корреляционной функции узкополосного случайного процесса

б) при $\frac{m_{A^2}^2}{\sigma_{A^2}^2} = 1$ получаем, что $a=0$ и мы будем иметь вторую модель;

в) при промежуточных значениях отношения $\frac{m_{A^2}^2}{\sigma_{A^2}^2}$ мы будем иметь третью модель, и по этому отношению определим параметр a.

2. В зависимости от полученного значения a строится дальнейший алгоритм определения дисперсии самого процесса и медленно изменяющегося коэффициента $\rho(\tau)$ в выражении (1). Общий алгоритм определения огибающей корреляционной функции узкополосного процесса приведен на рис. 3.

Предлагаемый алгоритм может быть реализован достаточно простым аппаратурным путем с использованием ЭЦВМ малой и средней мощности. Этот алгоритм при соответствующем построении вычислительного комплекса позволяет значительно сократить затраты на определение корреляционных функций узкополосных процессов и дает возможность более широко использовать при изучении вибрации ГТД аппарат корреляционного анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков А. К. Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л., «Судостроение», 1971.

2. Сидоренко М. К. Виброметрия газотурбинных двигателей. М., «Машиностроение», 1973.

3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.