КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ, ВЫПУСК XIX. 1965 г.
Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей

С. И. БОГОМОЛОВ

К ВОПРОСУ ОБ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ОБЛОПАЧЕННЫХ ТУРБИННЫХ ДИСКОВ

При исследовании колебаний турбинных лопаток иногда нельзя рассматривать их вне связи с диском.

Податливость диска может оказать существенное влияние на колебания лопаток, несколько изменяя характер их. Вместе с тем, лопатки оказывают влияние на колебания диска.

При изучении колебаний дисков и при изучении колебаний турбинных лопаток, особенно колебаний с высшими частотами, необходимо рассматривать совместные колебания системы «диск—лопатки».

Теоретическое исследование колебаний облопаченных дисков и исследование колебаний лопаток должно сводиться к совместному решению дифференциальных уравнений изгибных колебаний диска и изгибно-крутильных колебаний лопаток.

В такой постановке была решена простейшая задача об определении частоты и формы изгибных колебаний диска постоянной толщины, снабженного лопатками постоянного поперечного сечения, совершающими только аксиальные колебания [1].

Теоретическое исследование этой задачи сводилось к совместному решению соответствующих дифференциальных уравнений колебаний для диска и лопаток:

$$\Delta\Delta W(r) - \frac{N}{D}\,\Delta W(r) - \frac{h}{D}\,\frac{\delta}{g}\,(2\pi\nu)^2\,W(r) = 0. \tag{1}$$

$$EI_y\,\frac{\partial^4 z(x,\Theta,t)}{\partial x^4} + \frac{\delta F}{g}\,\frac{\partial^2 z(x,\Theta,t)}{\partial t^2} = 0. \tag{2}$$

$$GI_k\,\frac{\partial^2 \varphi(x,\Theta,t)}{\partial x^2} - I_0\,\frac{\partial^2 \varphi(x,\Theta,t)}{\partial t^2} = 0. \tag{3}$$

Поперечные колебания диска выражались в виде:

$$w(r,\theta,t) = W(r)\cdot\cos k\theta\cdot\sin 2\pi\nu t,$$

а решения для дифференциальных уравнений форм колебаний записывались в форме:

$$W(r) = C_1 I_k(\alpha r) + C_2 Y_k(\alpha r) + C_3 I_k(\beta r) + C_4 K_k(\beta r),$$

$$Z(x) = A_1 V_1(\gamma x) + A_2 V_2(\gamma x) + A_3 V_3(\gamma x) + A_4 V_4(\gamma x),$$

$$\Phi(x) = B_1 \sin\left(\frac{2\pi\nu}{c^2} x\right) + B_2 \cos\left(\frac{2\pi\nu}{c^2} x\right).$$

Граничные условия и условия сопряжения при совместном решении дифференциальных уравнений (1), (2) и (3) таковы (фиг. 1):

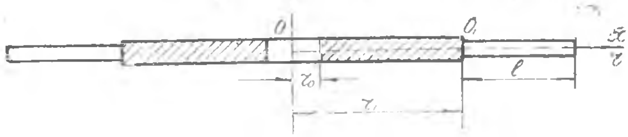
а) $W(r) = 0$, $\frac{dW(r)}{dr} = 0$ — условия жесткого закрепления диска на внутреннем контуре при $r = r_0$;

б) $M_r = M_\pi$, $N_r + \frac{\partial H_r}{r\partial\theta} = Q_\pi + P_\pi$ — равенство изгибающих моментов и перерезывающих сил диска и лопаток при $r = r_1$;

в) $W(r)\cos k\theta = z(x)\cos k\theta$, $\frac{dW(r)}{dr}\cos k\theta = \frac{dz(x)}{dx}\cos k\theta$,

$\Phi(x)\cdot\sin k\theta = -\frac{k}{r} W(r)\sin k\theta$ — условия сопряжения диска и лопаток при $r = r_1$, $x = 0$;

г) $\frac{d^2z(x)}{dx^2} = 0$; $\frac{d^3z(x)}{dx^3} = 0$; $\frac{d\Phi(x)}{dx} = 0$ — условия на свободном конце лопаток при $x = l$.



Фиг. 1.

Экспериментальная проверка метода решения данной задачи была проведена на модели облопаченного диска.

Так как при больших угловых скоростях вращения можно пренебречь влиянием заделки лопаток в диске на их колебания, т. е. лопатки рассматривать как продолжение диска, то лопатки этой модели представляют собой стержни, выфрезерованные как одно целое с диском.

Стержни эти были достаточно широкими и их жесткость на изгиб в аксиальном направлении была в несколько раз меньше, чем в тангенциальном. Такая конструкция модели дала возможность качественно изучить совместные колебания простейшей системы «диск-лопатки» и с помощью песочных фигур исследовать влияние изгибных колебаний диска на колебания лопаток.

Теоретическое и экспериментальное исследования позволили сделать следующие выводы:

1) вследствие изгибных колебаний диска с узловыми диаметрами лопатки, как правило, совершают изгибно-крутильные колебания даже и в том случае, когда центр тяжести и центр жесткости поперечного сечения лопаток совпадает;

2) колебания облопаченного диска, как правило, происходят с узловыми диаметрами.

Колебания с узловыми окружностями, находящимися на диске, не наблюдались.

Как бы практически ни была мала длина лопаток, узловые окружности обязательно располагаются на лопатках, но колебания такого вида есть изгибные колебания лопаток с высшими частотами с учетом податливости диска.

Изгибные колебания диска оказывают влияние не только на аксиальные, но и на тангенциальные колебания лопаток вследствие того, что, как правило, ось с максимальным моментом инерции поперечного сечения лопатки не совпадает с плоскостью диска.

Для изучения этого влияния была поставлена и решена следующая задача [2]: определить частоты и формы колебаний диска постоянной толщины, снабженного лопатками, у которых ось с максимальным моментом инерции поперечного сечения составляет с плоскостью диска некоторый угол γ (фиг. 2).

Теоретическое исследование этой задачи сводилось к совместному решению дифференциального уравнения изгибных колебаний диска и дифференциальных уравнений изгибных колебаний лопаток в аксиальном и тангенциальном направлениях.

Рассматривая, как обычно, что колебания системы происходят по закону синуса, дифференциальные уравнения форм колебаний диска и лопаток записываются в следующей форме:

$$X^{IV}(z) - \alpha^4 X(z) = 0. \quad Y^{IV}_{(z)} - \beta^4 Y(z) = 0.$$

$$(\Delta + \lambda^2)(\Delta - \delta^2) W(r) = 0.$$

Фиг 2.

Граничные условия и условия сопряжения имеют следующий вид:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ W(r) = 0; \\ 2)\ \dfrac{dW(r)}{dr} = 0; \end{array}\right| \; r = 0.$$

$$\left.\begin{array}{l} 3)\ M_1 = M_x \cos\gamma - M_y \sin\gamma; \\ 4)\ N_1 + \dfrac{\partial H_1}{2\partial\theta} = Q_x \cos\gamma + Q_y \sin\gamma; \\ 5)\ W(r) = X(z)\cos\gamma + Y(z)\sin\gamma; \end{array}\right| \; \begin{array}{l} r = r_1 \\ z = 0. \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 6)\ \dfrac{dW(r)}{dr} = \dfrac{dX(z)}{dz}\cos\gamma + \dfrac{dY(z)}{dz}\sin\gamma; \\ 7)\ -X(z)\sin\gamma + Y(z)\cos\gamma = 0; \\ 8)\ -\dfrac{dX(z)}{dz}\sin\gamma + \dfrac{dY(z)}{dz}\cos\gamma = 0; \end{array}\right| \; \begin{array}{l} r = r_1 \\ z = 0. \end{array}$$

$$9)\ \frac{d^2X(z)}{dz^2}=0; \qquad 11)\ \frac{d^3X(z)}{dz^3}=0;$$
$$10)\ \frac{d^2Y(z)}{dz^2}=0; \qquad 12)\ \frac{d^3Y(z)}{dz^3}\neq 0; \quad \Bigg\}\ x=l.$$

Экспериментальное исследование было проведено на четырех моделях облопаченных дисков, лопатки которых выфрезеровывались как одно целое с диском и имели различные углы установки $\gamma = 0°, 15°, 30°, 45°$.

Толщина диска $h = 20$ *мм*, диаметр диска (без лопаток) $d = 600$ *мм*, длина лопаток $l = 200$ *мм*, число лопаток $n = 120$, вес каждой модели диска 84,2 *кг*.

Теоретическое и экспериментальное исследование показало, что чем больше угол γ, тем существеннее влияние изгибных колебаний диска на тангенциальные колебания лопаток.

Основные выводы о совместных колебаниях системы «диск—лопатки», которые были сделаны в предыдущем решении, относятся и к рассматриваемой задаче.

Подводя итог решению рассмотренных задач, можно сделать следующие общие выводы:

1) рассматриваемая колебательная система не есть обычный диск или же отдельные лопатки, это уже новая динамическая система «диск + лопатки», которая имеет некоторые свои особенности.

Теоретическое исследование данной системы должно сводиться к совместному решению соответствующих уравнений для диска и лопаток;

2) колебания дисков с лопатками качественно несколько отличаются от изгибных колебаний необлопаченных дисков.

Вследствие того, что жесткость лопаток меньше жесткости диска, колебания облопаченных дисков с узловыми окружностями, находящимися на самом диске, для некоторых систем, вероятно, вообще невозможны.

Узловые окружности при колебаниях располагаются на лопатках, но колебания такого вида есть изгибные колебания лопаток с высшими частотами.

Следовательно, если высшие частоты изгибных колебаний лопаток вызывают опасения, то точка зрения, что колебания дисков с узловыми окружностями не являются опасными, должна быть несколько уточнена для облопаченных дисков;

3) участие диска в изгибных колебаниях оказывает влияние на колебания лопаток. Лопатки, как правило, совершают изгибно-крутильные колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *С. И. Богомолов.* «Влияние поперечных колебаний турбинного диска на колебания лопаток». Труды Харьковского политехнического института им. В. И. Ленина, том XIV, серия инженерно-физическая, 1958.

2. *С. И. Богомолов.* «Колебания турбинных лопаток с учетом изгибных колебаний диска». Труды Харьковского политехнического института им. В. И. Ленина, том XXV, вып. 3, серия инженерно-физическая, 1959.