4. Л а з у т к и н Г.В., Т р у б и н В.Н. Экспериментальные статические и динамические характеристики амортизаторов типа ДК //Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов: Сб.науч.тр. - Куйбышев: КуАИ, 1976. - Вып. 3. - С. 32-37.

5. Т р о й н и к о в А.А., Т р у б и н В.Н., Л а з у т к и н Г.В. К вопросу об упругодемпфирующих свойствах материала МР//Там же, 1975. - Вып. 2. - С. 60-65.

УДК 539:374:534.24

Г.В.М е л ь н и к о в а

ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТУРБИННЫХ ЛОПАТОК С ДЕМПФЕРОМ СУХОГО ТРЕНИЯ

Для исследования нестационарных динамических процессов, возникающих при изгибных колебаниях лопаток турбомашин, может быть успешно применен метод прямого математического моделирования на ЭВМ процесса распространения механических возмущений /1-3/.

Применение указанного метода к изгибным колебаниям осложняется наличием двух типов волн (от продольного растяжения-сжатия и сдвига), распространяющихся с различными скоростями.

В настоящей работе в соответствии с основными принципами метода прямого математического моделирования выбрана модель структурного элемента изгиба. Эта модель на каждом временном интервале точно удовлетворяет законам сохранения импульса, момента импульса и механической энергии, что обеспечивает хорошую устойчивость вычислительного процесса при большом числе временных этапов.

С использованием указанной модели структурного элемента изгиба проведено исследование нелинейных нестационарных вынужденных колебаний лопаток турбин, имеющих демпфирующие элементы сухого трения под нижней полкой лопатки. Численный анализ проводился как при постоянной, так и при меняющейся частоте возбуждения.

1. Основные уравнения

Приведем основные уравнения для плоского изгиба лопатки турбины, рассматриваемой как балка постоянного сечения.

Условия равновесия и совместности деформаций в течение промежутка времени Δt границ j -го и примыкающих к нему $(j\pm 1)$-х элементов имеют вид:

$$M_{j*}^{\pm}=M_{j\pm 1,*}^{\mp}; \qquad \omega_{j*}^{\pm}=\omega_{j\pm 1,*}^{\mp};$$
$$Q_{j*}^{\pm}=Q_{j\pm 1,*}^{\mp}; \qquad V_{j*}^{\pm}=V_{j\pm 1,*}^{\mp}, \tag{I}$$

где $Q_{j*}^{\pm}$, $M_{j*}^{\pm}$ – силы и моменты взаимодействия j -го элемента с соседними комплексными элементами ("+" – на правой границе, "–" – на левой границе элемента);

$\omega_{j*}^{\pm}$, $V_{j*}^{\pm}$ – угловая и поперечная скорости внешних границ комплексного элемента.

Для получения правильного соотношения между углом сдвига и поперечной силой вводится дополнительная податливость в граничных связях K_{jn}.

В момент времени t для стыков j -го и $(j\pm 1)$ -х элементов известны M_{j0}, Q_{j0}, ω_{j0}, V_{j0}, $M_{j\pm 1,0}$, $Q_{j\pm 1,0}$, $\omega_{j\pm 1,0}$, $V_{j\pm 1,0}$, а также значения $Q_{jn0}^{\pm}$, $Q_{j\pm 1,n0}^{\mp}$ (индекс "0" указывает на то, что значение параметров рассматривается в начале данного временного этапа; $Q_{jn}^{\pm}$ – усилия в дополнительных упругих граничных связях). Для промежутка времени Δt должны быть заданы внешние нагрузки, приложенные к границе соседних элементов. Для сил линейного вязкого сопротивления внешние нагрузки имеют вид

$$q_{j\Sigma}^{\pm}=q_j^{\pm}-\rho c_M F z_{jq}^{\pm} V_{j*}^{\pm};$$

$$m_{j\Sigma}^{\pm}=m_j^{\pm}-\rho c_M J_j z_{jm}^{\pm}\omega_{j*}^{\pm},$$

где $q_j^{\pm}$, $m_j^{\pm}$ – внешние силы и моменты, действующие на участках стержня длиной $0{,}5\Delta x_j$, прилегающих к соответствующим границам элемента;

J_j – момент инерции поперечного сечения;

$z_{jq}^{\pm}$, $z_{jm}^{\pm}$ – безразмерные коэффициенты вязкого сопротивления, постоянные в течение времени Δt; в дальнейшем примем, что

$$z_{jq}^{\pm}=z_q=const, \quad z_{jm}^{\pm}=z_m=const;$$

C_M – скорость распространения волн изгиба;

ρ – плотность материала;

F – площадь поперечного сечения балки.

Необходимо найти параметры по стыкам элементов, удовлетворяющие условиям (I), по ним – параметры на границах внутренних элементов, а затем новые значения $V_j, M_j, Q_j, \omega_j, M_{j\pm 1}, Q_{j\pm 1}, \omega_{j\pm 1}, V_{j\pm 1}$, а также $Q_{jn}^{\pm}, Q_{j\pm 1,n}^{\pm}$.

Для упрощения формул перейдем к безразмерным параметрам, считая некоторую нагрузку q^0 заданной.

Допустим, что

$$\bar{Q} = Q/q^0, \quad \bar{M} = M/q^0 r, \quad \bar{q} = q/q^0, \quad \bar{m} = m/q^0 r, \quad \bar{x} = x/r,$$

$$\bar{V} = \rho C_M F V/q^0, \quad \omega = \rho C_M J\omega/q^0 r, \quad t = t C_M/r,$$

где $r = \sqrt{\frac{J}{F}}$ – радиус инерции поперечного сечения балки.

Обозначим $\alpha = 0{,}5\Delta\bar{x} = 0{,}5\Delta x/r$, $\beta = 1 + E_j F_j K_{jn}$.

Тогда основные уравнения в безразмерных параметрах примут следующий вид*:

$$\begin{aligned}
&M_j^{\pm} = M_{j0} \pm (\omega_j^{\pm} - \omega_{j0});\\
&Q_j^{\pm} = Q_{j0} \pm (V_j^{\pm} - V_{j0});\\
&Q_{j*}^{\pm} = Q_j^{\pm} \mp q_j^{\pm} \pm 2_q V_{j*}^{\pm};\\
&M_{j*}^{\pm} = M_j^{\pm} \mp \alpha Q^{\pm} \mp m_j^{\pm} \pm 2_m \omega_{j*}^{\pm};\\
&\omega_{j*}^{\pm} = \omega_j^{\pm};\\
&V_{j*}^{\pm} = \beta V_j^{\pm} - (\beta - 1)\left[V_{j0} \pm (Q_{j0} - Q_{jn0}^{\pm})\right] \pm \alpha\omega_j^{\pm}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Метод математического моделирования позволяет проводить расчет каждого стыка независимо от других. Считая известными для j -го стыка $(j-1)$ -го и j -го элементов значения на левом конце M_{j*}^{-}, Q_{j*}^{-} и пр., достаточно найти для $(j+1)$ -го стыка j -го и $(j+1)$ -го

---

* В дальнейшем черточки над безразмерными параметрами опускаются.

элементов значения на правом конце M_{j*}^{+}, Q_{j*}^{+} и пр., которые одновременно являются значениями на левом конце следующего $(j+1)$-го элемента.

2. Граничные и начальные условия

В начальный момент времени $t = 0$ должны быть заданы для всех элементов исходные значения параметров M_j, Q_j, ω_j, V_j, $Q_{jn}^{\pm}$, удовлетворяющие граничным условиям задачи; в ненагруженном стационарном состоянии начальные значения всех параметров равны нулю.

Приведем формулы для основных граничных условий применительно к правому концу j-го элемента.

<u>В случае неподвижной заделки</u> $V_{j*}^{+} = 0$, $\omega_{j*}^{+} = 0$,

$$\omega_j^{+} = 0, \quad V_j^{+} = (\beta - 1)(V_{j0} - Q_{j0} + Q_{jn0}^{+})/\beta,$$

$$Q_{j*}^{+} = Q_j^{+} - q_j^{+}, \quad M_{j*}^{+} = M^{+} - m_j^{+} - \alpha Q_j^{+}.$$

<u>В случае свободного края</u> $Q_{j*}^{+} = 0$, $M_{j*}^{+} = 0$. Из формул (2) следует

$$Q_j^{+} = \frac{(1+2_m)\{q_j^{+} - 2_q[V_{j0} - (\beta-1)Q_{jn0}^{+}]\} - 2_q\alpha(\omega_{j0} - M_{j0} + m_j^{+})}{(1+\beta 2_q)(1+2_m) + 2_q\alpha^2},$$

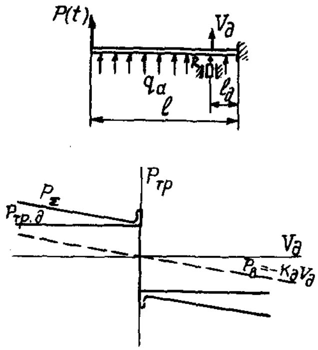
что позволяет найти

$$\omega_j^{+} = (\omega_{j0} - M_{j0} + m_j^{+} + \alpha Q_j^{+})/(1+2_m)$$

и все остальные параметры.

3. Примеры расчета

Расчетная схема консольного стержня, имитирующего вынужденные нелинейные колебания турбинной лопатки с демпфирующей вставкой, представлена на рис. I. На расстоянии ℓ_g от заделки расположен демпфер сухого трения. К стержню приложена возбуждающая сила $P_0(t)$ с плавно меняющейся по времени частотой возбуждения. Изменение частот возбуждения имитирует прохождение через резонансный режим при изменении частоты вращения. По длине стержня действуют распределенные силы внешнего вязкого сопротивления q_a, имитирующие силы аэродинамического демпфирования. Показана принятая в расчете характеристика демпфера сухого трения с различной величиной сил трения покоя $P_{тр.п}$ и движения $P_{тр.д}$.



Р и с. I. Расчетная схема стержня с демпфером сухого трения и характеристика демпфера

Для простоты анализа площадь сечения, плотность, модуль упругости материала приняты постоянными. Коэффициенты вязкости $\eta_m = \eta_q$ также приняты постоянными во всех узлах, кроме сечения, где расположен демпфер.

Процедура, реализующая условия взаимодействия стержня с демпфером сухого трения, предусматривает все возможные варианты работы демпфера на данном временном этапе. При скорости в узле, где расположен демпфер, равной нулю $(V_{j*}^{+} = V_д = 0)$, начинается движение, если абсолютное значение полной силы реакции демпфера $R = R_j$ больше или равно силе сухого трения покоя, т.е. $|R| \geq P_{тр.п}$. В случае, когда $|R| > P_{тр.п}$ и движение началось, т.е. $V_д \neq 0$,

$$R = -(P_{тр.д} \, sign \, V_д + K_д V_д),$$

где $P_{тр.д}$ - сила сухого трения движения $(P_{тр.д} \geq P_{тр.п})$;

$K_д$ - размерный коэффициент демпфирования, которому соответствует безразмерная величина $\eta_д = K_д / \rho c F^o$.

Если в процессе движения $|R| < P_{тр.д}$, то движение прекращается ($V_д$ = 0).

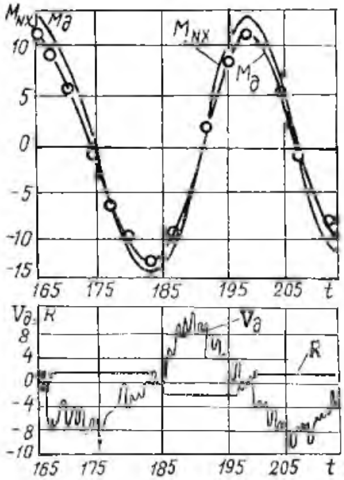
На рис. 2 приведены расчетные осциллограммы изменения моментов в заделке M_{Nx} и в сечении над демпфером $M_д$, силы реакции R и скорости проскальзывания в демпфере $V_д$ при $P_{тр.п} = P_{тр.д} = 2$ и $\ell_д / \ell = 0,9$ (принято $q^o = q_o$, где q_o - амплитуда возбуждающей силы).

На осциллограммах отчетливо видны участки, где демпфер вступает в работу, остается неподвижным или начинает движение в обратном направлении. По изгибным осциллограммам строились огибающие процесса распространения волн возмущений.

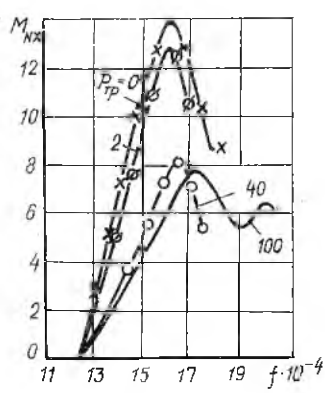
Огибающая процесса, представляющая собой амплитудно-частотную характеристику для выбранной модели при постоянной скорости изменения частоты возбуждения $f = f_z/c$ и различных значениях силы трения $P_{тр.п} = P_{тр.д}$, показана на рис. 3. При увеличении силы трения от $P_{тр} = 0$ до $P_{тр} = 40$ максимальное значение изгибающего момента в заделке M_{NX} падает довольно резко. При дальнейшем увеличении силы трения $P_{тр}$ максимальное значение момента практически остается на одном уровне.

На рис. 4 показано влияние расположения демпфера на величину максимальных моментов в месте расположения демпфера. Это позволяет оценить массу демпфера и его оптимальное расположение.

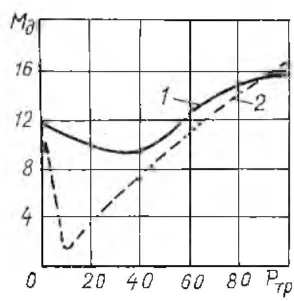
Для постоянного значения $\ell_д$ построены кривые изменения максимальных



Р и с. 2. Расчетная осциллограмма прохождения турбинной лопатки с демпфером через резонанс

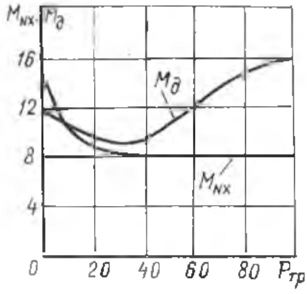


Р и с. 3. Амплитудно-частотная характеристика выбранной модели при различных значениях силы трения $P_{тр}$



Р и с. 4. Влияние расположения демпфера на величину максимальных моментов в месте расположения демпфера: $1 - \ell/\ell_д = 0,9$; $2 - \ell/\ell_д = 0,1$

моментов в заделке M_{Nx} и в месте расположения демпфера $M_{д}$ в зависимости от силы трения в нем (рис. 5). При малых значениях $P_{тр}$ более напряженной остается заделка $(M_{Nx} > M_{д})$, затем момент в заделке M_{Nx} монотонно убывает, а $M_{д}$ проходит через минимум и начинает возрастать, так что определяющим становится сечение над демпфером. Наибольшая эффективность демпфера сухого трения достигается при сравнительно небольших силах трения.



Р и с. 5. Изменение максимальных моментов в заделке M_{Nx} и в месте расположения демпфера $M_{д}$ в зависимости от силы трения $P_{тр}$

Таким образом, применение метода математического моделирования позволяет детально исследовать нестационарные процессы при наличии демпферов сухого трения и, в частности, дает возможность оценивать эффективность применения конструкционных демпферных вставок сухого трения для демпфирования резонансных колебаний лопаток турбомашин.

Анализ выбранной модели показал, что оптимальное демпфирование обеспечивается при относительно небольших силах трения, соизмеримых с действующей переменной нагрузкой с учетом ее динамического усиления.

Библиографический список

I. Ш о р р Б.Ф. Прямое математическое моделирование процесса распространения механических возмущений в твердых деформируемых телах //Проектирование и доводка авиационных ГТД. - Куйбышев: КуАИ, I976. - С.70-75.

2. М е л ь н и к о в а Г.В., Ш о р р Б.Ф. Изгибные колебания балок с демпфером сухого трения //XШ конф. по вопросам рассеяния энергии при колебаниях механических систем: Тез.докл. - Киев: Наукова думка, I983. - С. 36.

3. Ш о р р Б.Ф., М е л ь н и к о в а Г.В. Вынужденные колебания механической системы с демпфирующими элементами сухого и вязкого трения при переходе через резонансы //Рассеяние энергии при колебаниях механических систем. - Киев: Наукова думка, I982.-С.II-I7.