

В. Н. АЛЬПЕРТ, Г. И. ИШУТИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛА УСТАНОВКИ НА СТАТИЧЕСКУЮ ПРОЧНОСТЬ ЗАМКА ТИПА «ЛАСТОЧКИН ХВОСТ»

Прочность замкового соединения типа «ласточкин хвост» определяется рядом геометрических характеристик: глубиной и длиной паза, шириной перемычки выступа диска, углом паза при основании, углом установки замка в диске и т. д.

Статическое разрушение замкового соединения «ласточкин хвост» может вызываться недостаточной прочностью перемычек выступа диска, скосов хвостовика лопатки и скосов выступа диска (см. фиг. 1 а и 1 б).

В работе рассматривается разрушение выступа диска и делается попытка оценить влияние угла установки на прочность перемычки.

Для оценки прочности необходимо знать распределение усилий в замковом соединении. Замок «ласточкин хвост» передает на обод диска усилия, действующие на перо, и собственные центробежные нагрузки.

Рассмотрим усилия в замке, взяв для простоты колесо с цилиндрическим ободом. Силы, действующие на перо лопатки, приводятся в корневом сечении к растягивающей силе S , поперечной силе Q , изгибающему моменту $M_{и}$ и крутящему моменту $M_{кр}$. Силой Q и крутящим моментом $M_{кр}$ можно пренебречь, так как напряжения от них малы.

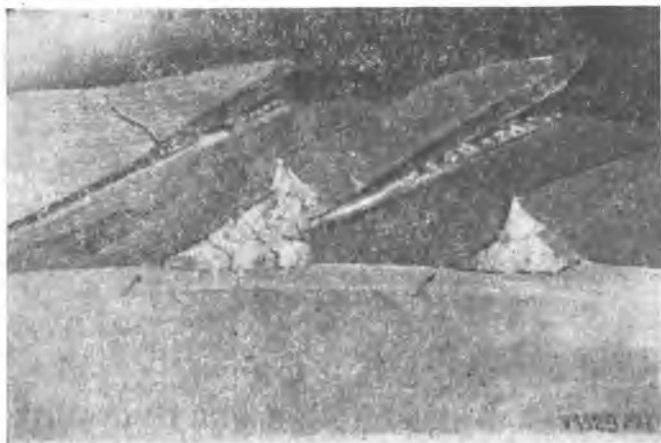
Изгибающий момент $M_{и}$ полностью передается на выступ диска и обычно в расчетах учитываются напряжения изгиба и смятия в замке, вызываемые этим моментом (см., например, [1]).

Существенные напряжения в замке вызывает сила

$$S_{\text{лоп}} = S + S_{\text{хв}}, \quad (1)$$

где S — центробежная сила пера лопатки;

$S_{\text{хв}}$ — центробежная сила хвостовика лопатки.



а)



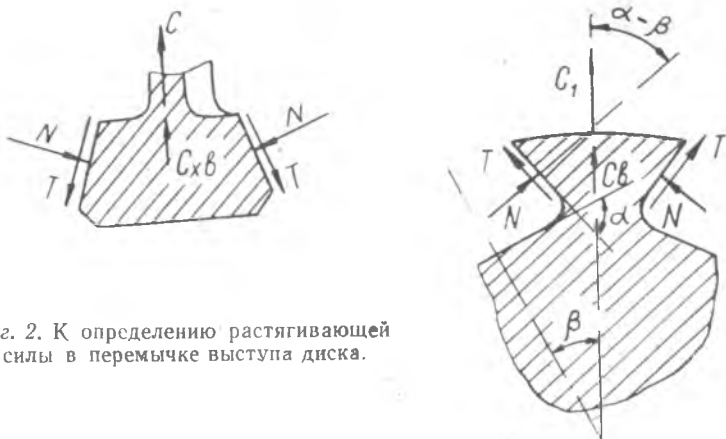
б)

Фиг. 1. Разрушение элементов замка:

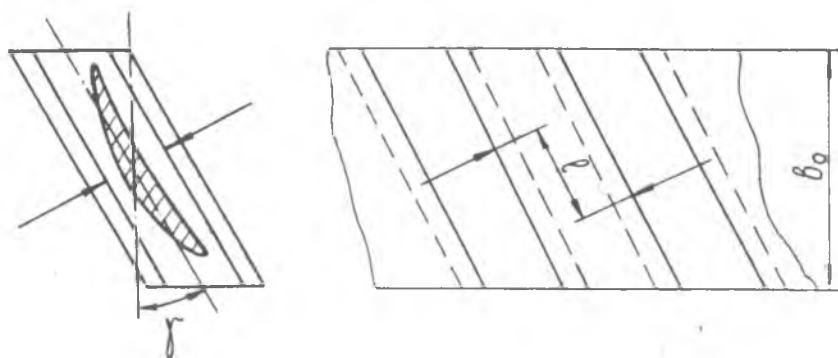
а) выступа диска. б) модели хвостовика лопатки.

Из условия равновесия лопатки в колесе следует, что равнодействующие, приложенные к каждой грани хвостовика, находятся в одной плоскости с растягивающей силой (см. фиг. 2). Крутящий момент $M_{кр1}$, действующий на выступ, появляется вследствие того, что плоскости действия усилий соседних лопаток смещены друг относительно друга на величину l , как это показано на фиг. 3.

При статическом нагружении, например, на испытательной машине для растяжения следует учитывать трение в замковом соединении.



Фиг. 2. К определению растягивающей силы в перемычке выступа диска.



Фиг. 3. К определению момента, скручивающего перемычку выступа диска.

При этом сила, действующая на выступ диска, выражается формулой

$$C_1 = C \frac{\cos(\alpha - \beta) + f \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha + f \cdot \sin \alpha}, \quad (2)$$

где f — коэффициент трения;

$\beta = \frac{180}{z}$, z — число лопаток;

α — угол паза диска в сечении, перпендикулярном оси замка.

На вращающемся колесе вследствие вибраций коэффициент трения может быть небольшим и усилие на перемычку выступа равно

$$C = C_{\text{лоп}} \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha} + C_{\text{в}}. \quad (3)$$

Здесь C_b — центробежная сила выступа диска.
Крутящий момент, действующий на выступ

$$M_{kz} = M_{кр1} + M_{кр} \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}. \quad (4)$$

При отсутствии трения

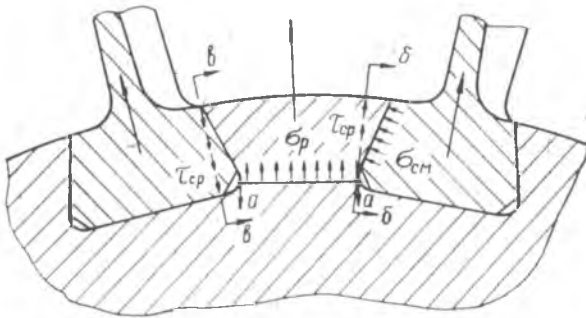
$$M_{кр1} = \frac{1}{2} C_{лоп} \cdot l \cdot \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha}, \quad (5)$$

где $l \approx 2r_d \cdot \beta \cdot \sin \gamma$;

r_d — средний по глубине паза радиус;

γ — угол установки.

В формуле (4) крутящим моментом $M_{кр}$ можно почти всегда пренебречь по сравнению с $M_{кр1}$.



Фиг. 4. К расчету замка по номинальным напряжениям.

Существует несколько методов оценки прочности замковых соединений типа «ласточкин хвост».

• Один из методов, приведенный в [1], состоит в следующем.

В сечении $a-a$ (см. фиг. 4) определяется напряжение растяжения перемычки выступа диска

$$\sigma_p = \frac{C_1}{F_p}, \quad (6)$$

где F_p — площадь растяжения.

По контактирующим поверхностям скосов определяется напряжение смятия

$$\sigma_{см} = \frac{N}{F_{см}}, \quad (7)$$

где $F_{см}$ — площадь смятия;

$N = \frac{C_{лоп}}{2 \cos \alpha}$ — номинальное усилие, действующее на поверхности контакта.

В сечении $b-b$ выступа диска и в сечении $v-v$ хвостовика лопатки определяются напряжения среза

$$F_{\text{ср}} = \frac{C_{\text{лоп}}}{F_{\text{ср}}}, \quad (8)$$

где $F_{\text{ср}}$ — площадь среза.

Кроме того, в некоторых случаях проводится расчет перемычки выступа по сечению $a-a$ на изгиб от действия момента $M_{\text{н}}$

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{M_{\text{н}}}{W_{\text{н}}}, \quad (9)$$

где $W_{\text{н}}$ — момент сопротивления сечения перемычки.

Напряжения, полученные таким расчетом, сравниваются с допускаемыми. Величины напряжений, приведенные в [1] для стальных лопаток составляют: $\sigma_{\text{р}} \leq 30 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma_{\text{см}} \leq 35 \text{ кг/мм}^2$.

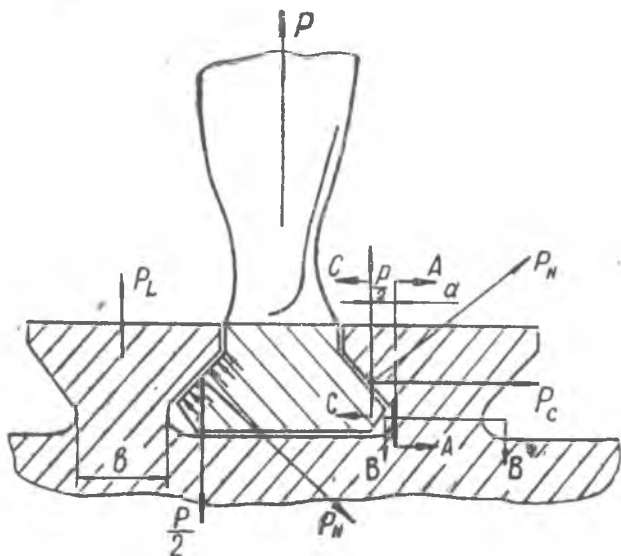
Второй метод оценки прочности замковых соединений этого типа приведен в работе Брайта [2], в которой перемычка рассчитывается на растяжение по сечению $B-B$, на срез по сечению $A-A$ (см. фиг. 5).

В сечении $B-B$ растягивающая сила определяется как арифметическая сумма центробежных сил лопатки и выступа, что является ошибочным.

В сечении $A-A$ определяются приведенные напряжения

$$\tau_{\text{пр}} = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}, \quad \sigma_{\text{пр}} = \tau_{\text{пр}} + \frac{\sigma}{2}, \quad (10)$$

где $\tau = \frac{C_{\text{лоп}}}{2F}$ — напряжения среза в сечении $A-A$;



Фиг. 5. К расчету замка по приведенным напряжениям.

$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{P_c}{F}$ — максимальное нормальное напряжение от изгиба и сжатия в сечении А—А;

$M = \frac{C_{\text{лон}}}{2} \cdot a$ — изгибающий момент в сечении А—А;

$P_c = \frac{1}{2} C_{\text{лон}} \operatorname{tg} \alpha$ — сжимающая сила;

F — площадь сечения А—А;

W — момент сопротивления сечения А—А.

Концентрацию напряжений рекомендуется учитывать по данным Форка [3].

Однако и этот метод расчета нельзя признать вполне пригодным: изгиб скоса выступа в [2] рассматривается как изгиб балки, что неверно, так как эта балка слишком коротка и для нее обычная теория изгиба стержней несправедлива.

В этих методах расчета не учитывается влияние крутящего момента $M_{\text{кр}}$ на прочность выступа диска. Это замечание относится ко всей известной нам литературе по расчету замковых соединений.

Между тем, вызываемые крутящим моментом $M_{\text{кр}}$ нормальные напряжения (из-за стеснения деформации сечений перемычки) имеют ту же величину, что и напряжения растяжения от силы C_1 , а иногда и превосходят последние в 2–3 раза.

Проведем оценку нормальных напряжений, возникающих при стесненном кручении перемычки выступа диска. Деформация сечения перемычки сдерживается жестким ободом диска, тем более, что обод подкреплен стенкой диска, ужесточающей его.

Для решения задачи о стесненном кручении перемычки выступа применим известный метод А. Феппля, который рассмотрел стесненное кручение полубесконечного стержня эллиптического сечения. Для случая сильно вытянутого прямоугольника решение дано С. П. Тимошенко. Эти решения приведены в книге А. Н. Динника [4].

В отличие от этих решений будем считать стержень конечным. Длину его обозначим через h . Выступ заменим стержнем постоянного прямоугольного сечения и отнесем его к прямоугольной системе координат (см. фиг. 6). Действительное сечение выступа при этом заменяется прямоугольником с длинной стороной b и короткой стороной a . Положим, что

$$\frac{a}{b} \ll 1. \quad (11)$$

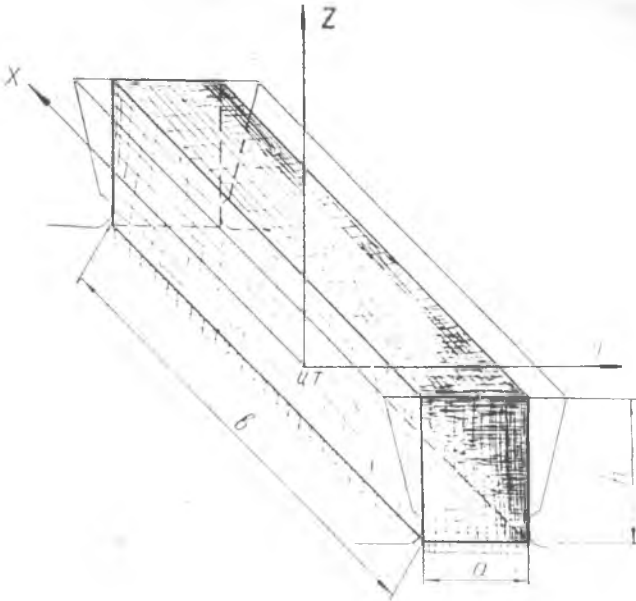
Как и в решении С. П. Тимошенко, положим деформацию сечения

$$W = \frac{3M_{\text{кр}}}{G \cdot a^3 b} xy = \vartheta xy. \quad (12)$$

В этой формуле

G — модуль сдвига,

ϑ — угол закручивания на единицу длины стержня.



Фиг. 6. К определению напряжений при стесненном кручении.

Для стесненного кручения зададим депланацию в форме

$$W = \vartheta(1 - e^{-kz} - kze^{-kh})xy. \quad (13)$$

Параметр k , следуя указанным выше работам А. Фепля и С. П. Тимошенко, определим из условия минимума потенциальной энергии.

Осевое напряжение при таком задании депланации —

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E \frac{\partial W}{\partial z} = \vartheta Ek(e^{-kz} - e^{-kh})xy \quad (14)$$

точно удовлетворяет граничному условию на незакрепленном торце стержня.

Остальные нормальные напряжения возьмем равными нулю

$$\sigma_x = \sigma_y = 0. \quad (15)$$

Подставив (14) и (15) в дифференциальные уравнения равновесия, получим выражения для касательных напряжений. После частичного удовлетворения граничным условиям запишем эти напряжения в виде

$$\tau_{xy} = \frac{E}{8} k^3 \vartheta e^{-kz} \left(\frac{b^2}{4} - x^2 \right) \left(\frac{a^2}{4} - y^2 \right).$$

$$\tau_{xz} = -\frac{E}{4} k^2 \partial e^{-kz} \left(\frac{b^2}{4} - x^2 \right) y + 2G \partial y, \quad (16)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{E}{4} k^2 \partial e^{-kz} \left(\frac{a^2}{4} - y^2 \right) x.$$

Напряжение τ_{yz} обращается в нуль на длинных сторонах прямоугольника, а τ_{xy} отсутствует на всей поверхности стержня. На незакрепленном торце касательные напряжения τ_{xz} и τ_{yz} сводятся к крутящему моменту $M_{кр1}$. Нормальные напряжения отсутствуют на всей поверхности стержня, кроме закрепленного торца.

Перейдем к определению постоянной k . Известное выражение для потенциальной энергии имеет в нашем случае вид

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^h \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) dx dy dz - \frac{\mu}{E} \int_0^h \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) dx dy dz + \frac{1}{2G} \int_0^h \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) dx dy dz. \quad (17)$$

Здесь μ — коэффициент Пуассона.

После подстановки (14) ÷ (16) в (17) и интегрирования, получим

$$U = \frac{E \partial^2 a^3 b^3}{9} \left[(1 - e^{-2kh}) \left\{ -\frac{3k}{64} + \frac{(1 + \mu)}{16} k^3 \left[\frac{8}{25} k^2 a^2 b^2 + \frac{1}{5} (a^2 + b^2) \right] \right\} + \frac{1}{32} k^2 h e^{-2kh} + \frac{3h}{4(1 + \mu) b^2} \right]. \quad (18)$$

Упрощая выражение (18), в котором можно отбросить члены, малые по сравнению с остальными, и дифференцируя полученное выражение по k , приравниваем результат нулю.

После некоторых преобразований получим уравнение для определения параметра k

$$\left(\frac{1 + \mu}{20} k^2 b^2 - 1 \right) [3(e^{2kh} - 1) + 2kh] - 4k^2 h^2 = 0. \quad (19)$$

Вводя обозначения

$$\eta = \frac{h}{b}, \quad x = kh,$$

разрешим (19) относительно η

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + \mu}{5}} \cdot \frac{x}{\sqrt{1 + \frac{4x}{3(e^{2x} - 1) + 2x}}} \quad (20)$$

Зависимость $\eta = \eta(x)$ представлена на фиг. 7, откуда видно, что при небольших η кривая (20) мало отличается от прямой

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1+\mu}{5}} x. \quad (21)$$

Заменяя (20) приближенным выражением (21), подставим последнее в формулу для нормального напряжения σ_z , т. е. в (14). Наибольшее напряжение σ_z в сечении $z=0$ возникает в углах при $x = \pm \frac{b}{2}$; $y = \pm \frac{a}{2}$.

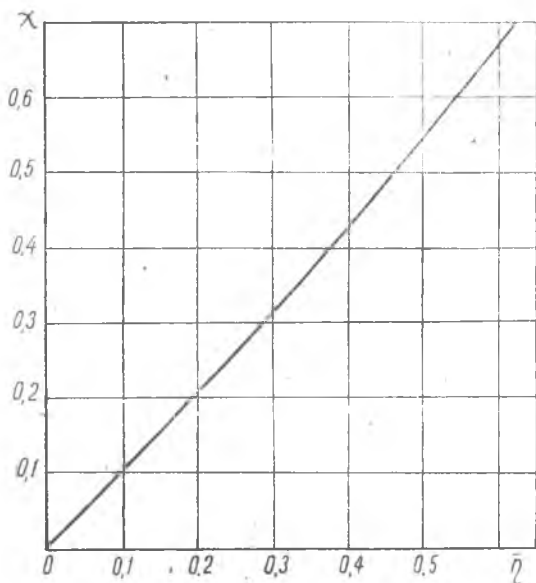
Так, при $x = \frac{b}{2}$ и $y = \frac{a}{2}$.

$$\sigma_z = \frac{3\sqrt{5(1+\mu)}}{a^2b} M_{кр1}(1 - e^{-x}). \quad (22)$$

Для упрощения расчетной формулы разложим e^{-x} в ряд по степеням x и отбросим члены степени выше второй.

Полагая $\mu = 0,25$, получим при $\eta \leq 0,3$ для σ_z следующее выражение

$$\sigma_z = \frac{30M_{кр1}h}{a^2b^2} \left(1 - \frac{2h}{b}\right). \quad (23)$$



Фиг. 7. Зависимость параметра χ от $\bar{\eta} = 2 \sqrt{\frac{5}{1+\mu}} \eta$

Наибольшие касательные напряжения в заделанном сечении при тех же предположениях имеющие вид

$$\tau_{xz} = \frac{3M_{кр}}{4a^2b}, \quad (24)$$

действуют на середине длинных сторон прямоугольника. Эти напряжения в 4 раза меньше касательных напряжений при свободном кручении.

Для примера приводятся данные напряженности перемычек дисков компрессора ГТД.

Таблица 1

Ступень	1	2	3	4	5	6
Параметры						
γ^0	28	27	28	26,5	26,5	29,5
$\sigma_p \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	4,3	6,4	6,4	5,1	4,9	4,1
$\sigma_z \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	18,8	18,5	37,3	18,3	27,7	29
$\sigma_{\Sigma} \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$	23,1	25	43,7	23,4	32,6	33,1

Анализируя таблицу 1, можно заметить, что напряженность перемычек-выступов диска с замками «ласточкин хвост» более высокая, чем это определяется расчетом по напряжениям растяжения от силы S_1 .

Исходя из всего этого можно заключить, что напряжения, вызываемые кручением перемычки между пазами, должны обязательно учитываться при анализе работы замкового соединения типа «ласточкин хвост».

Особенно существенно их влияние на прочность замкового соединения для дисков, изготовленных из материалов, чувствительных к концентрации напряжений и к повторно статическому нагружению.

Экспериментальные исследования влияния угла установки на статическую прочность замка типа «ласточкин хвост» проводились на образцах, общий вид которых представлен на Фиг. 8*.

Испытания проходили в условиях, близких к рабочим, т. е. перемычка между двумя нагруженными лопатками находилась примерно в тех же условиях, что и на вращающемся колесе.

Элемент, имитирующий лопатку представлял стержень прямоугольного сечения, оканчивающийся по торцам хвостовиками типа «ласточкин хвост».

* Эксперименты проводились при участии инженера В. Д. Мельникова.

Этот элемент вставлялся в захваты, в которых были прорезаны пазы «ласточкин хвост». Захваты при помощи специальной оснастки могли быть закреплены на универсальной гидравлической машине для испытания на растяжение.

Материал лопаточных элементов — титановый сплав ВТ8, с твердостью НВ 302–341, материал захватов — сталь 40ХНМА, с твердостью НВ-284.

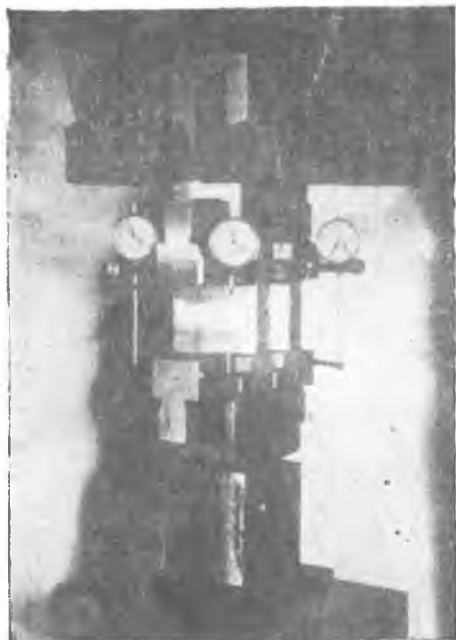
Вытяжка перемычки при статическом нагружении определялась индикаторами, установленными в четырех местах на захватах и кроме этого шупом по дну паза (см. фиг. 8).

Результаты замеров остаточной вытяжки показаны на фиг. 9.

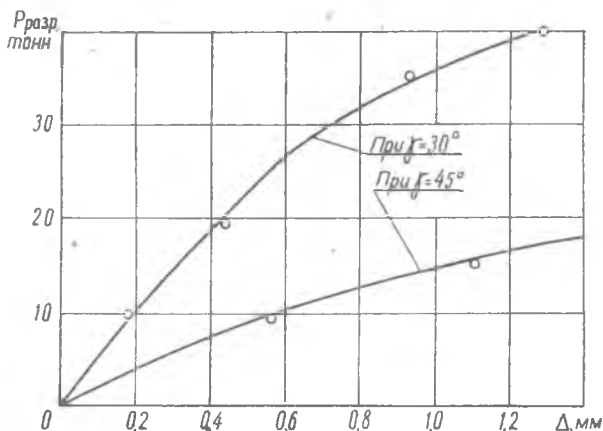
Некоторые результаты экспериментов приведены в табл. 2.

Расчетное значение разрушающей нагрузки для замкового соединения с $\gamma = 0^\circ$ и $b = 80$ мм и составляет ~ 115 т, а для $b = 65$ мм соответственно ~ 93 т.

Из сравнения с экспериментальными значениями разрушающей



Фиг. 8. Установка для испытаний по двухлопаточной схеме.



Фиг. 9. Зависимость остаточной вытяжки в замке от растягивающей силы.

Таблица 2

γ	30°	45°
a мм	10,8	9,3
b мм	80	65
$P_{\text{разр. т}}^*$	56,2**	24,4

* $P_{\text{разр.}}$ — разрушающая нагрузка на два лопаточных элемента;

** замковое соединение с $\gamma = 30^\circ$ получило заметную остаточную деформацию, но не разрушилось.

нагрузки видно, что при $\gamma = 30^\circ$ падение прочности составляет 2 раза, а при $\gamma = 45^\circ \sim 4$ раза.

Суммарные напряжения в выступе при испытании для $\gamma = 30^\circ \approx 91$ кг/мм², а для $\gamma = 45^\circ \sigma_{\Sigma} \approx 93$ кг/мм², что близко к значению предела прочности материала захватов кг (σ_в = 95 кг/мм²).

Следует отметить, что двухлопаточная схема все же неполностью имитирует рабочие условия.

Особенно это заметно при больших пластических деформациях, когда перемещения начинают влиять на условия равновесия. Поэтому единственным надежным методом экспериментальной оценки статической прочности замковых соединений типа «ласточкин хвост» являются разгонные испытания.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Р. М. Шнейдерович. Расчет на прочность деталей машин. Машгиз, 1959.
2. Bright P. N., Structural design problem in gas turbine engines, Proceedings of the society for Experimental stress Analysis, vol. XIII, № 1, 1955.
3. Roark R. J. Formuls for stress and strain, Mc Graw—Hill Inc., Second Edition, 1943.
4. А. Н. Динник. Кручение. ГТТИ, 1938.