

3. К о ш к и н О.К. Влияние "следящей" нагрузки на собственные частоты колебаний балки //Прикладная механика. - 1986. - 22, № 2. - С. 113-118.

4. Ф р о л о в К.В., А н т о н о в В.И. Колебания оболочек и жидкости. - М.: Наука, 1983. - 144 с.

5. Г р и г о л ю к Э.И., К а б а н о в В.В. Устойчивость оболочек. - М.: Наука, 1978. - 360 с.

УДК 539.3:534.1

В.В.К у л и б а б а

#### ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ И ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ РОТОРОВ

Современные требования к надежности и долговечности турбомашин и авиационных ГТД обуславливают повышенный интерес к вопросам статической и динамической прочности их основных деталей и узлов. Даже невысокий уровень вибрационных нагрузок существенно снижает долговечность при повторно-статическом нагружении /1/.

Для исследования собственных частот изгибных колебаний и анализа статической и динамической прочности предлагается использовать математические модели и группу циклосимметричных конечных элементов, построенных на основе уравнений теории упругости и включенных в автоматизированную систему расчета колебаний /2, 3/. В данную группу включены треугольные, линейные и квадратичные четырехугольные конечные элементы.

Геометрия и свойства материала многих деталей (прежде всего, роторов турбомашин) не зависят от окружной координаты. Динамические перемещения изменяются по угловой координате согласно закону  $\cos n\theta$ , где  $n$  - число волн деформации в окружном направлении. Для рассматриваемого случая, кроме радиального  $u$  и осевого  $v$  перемещений, необходимо рассматривать и тангенциальную компоненту  $w$ , которая соответствует направлению угловой координаты.

Компоненты перемещений описываются двумерными функциями формы и при заданном  $n$  имеют вид

$$u = [N_1, N_2, \dots] \cos n\theta \{u^e\};$$

$$v = [N_1, N_2, \dots] \cos n\theta \{v^e\};$$

$$w = [N_1, N_2, \dots] \sin n\theta \{w^e\}.$$

Здесь  $N_1, N_2, \dots$  - функции формы, соответствующие используемому типу конечных элементов;  $\{u^e\}, \{v^e\}, \{w^e\}$  - перемещения в узлах;  $u, v, w$  - перемещения в произвольной точке элемента.

Уравнение движения для собственных колебаний можно записать следующим образом:

$$[M_E] \{\ddot{\sigma}\} + [K_E] \{\sigma\} = 0,$$

где  $[M_E], [K_E]$  - матрицы масс и жесткости;

$\{\sigma\}$  - вектор перемещений.

При условии, что колебания являются гармоническими и  $\{\sigma\} = \{\sigma_0\} e^{j\omega t}$ , получим

$$([K_E] - \omega^2 [M_E]) \{\sigma_0\} = 0. \quad (1)$$

Собственные значения и собственные векторы найдем из уравнения (1) методами обратной итерации со сдвигом или одновременной итерации.

Матрицу дифференцирования перемещений  $[B]$  и функций формы  $[N]$  представим в виде суммы:

$$[B_i] = [B_i] \cos n\theta + [B_i] \sin n\theta;$$

$$[N_i] = [N_i] \cos n\theta + [N_i] \sin n\theta. \quad (2)$$

Матрицы жесткости  $[K_E]$  и масс  $[M_E]$  с учетом (2) примут вид

$$[K_E] = \pi C_n \int_0^{2\pi} \int_S ([\bar{B}]^T [D] [\bar{B}] + [\bar{B}]^T [D] [\bar{B}]) r d\theta ds,$$

где  $C_n = 2$  для  $n = 0$ ;

$C_n = 1$  для  $n > 0$ ,

$$[M_E] = \pi C_n \rho \int_0^{2\pi} \int_S ([\bar{N}]^T [\bar{N}] + [\bar{N}]^T [\bar{N}]) r d\theta ds.$$

При определении матрицы жесткости используется выражение деформаций  $\{\epsilon\}$  и матрицы упругости  $[D]$  в цилиндрических координатах для трехмерного случая.

При вращении на элемент действуют силы

$$\{P\} = \{RZT\}^T$$

в направлениях соответствующих локальных осей. Вклад этих сил в узловые силы определяется выражением

$$\{F\} = \pi C_n \int_0^{2\pi} \int_S ([N]^T \begin{Bmatrix} \rho \omega^2 r \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}) r d\theta ds.$$

При составлении условий статической и динамической прочности в зависимости от вида напряженного состояния вводится эквивалентное напряжение, которое определяется принятым критерием прочности (для пластичных материалов в основном используется критерий интенсивности напряжений или критерий максимального касательного напряжения /4/):

$$\sigma_{\text{эпв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + 3\tau_{rz}^2},$$

где  $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta$  - компоненты радиальных, осевых и окружных напряжений;

$\tau_{rz}$  - компонента касательных напряжений.

При наличии неравномерного нагрева узловые силы определяются выражением

$$\{F\}_t = \pi C_n \int_0^{2\pi} \int_S [B]^T [D] \{\epsilon_0\} r d\theta ds, \quad (10)$$

где вектор начальной деформации

$$\{\epsilon_0\} = \alpha_A T \{111000\}^T.$$

Генерирующий вектор напряжений запишем так:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\sigma\} - [D]\{\epsilon_0\} + \{\sigma_0\}. \quad (11)$$

Для проверки точности и эффективности проведен расчет собственных частот изгибных колебаний стального диска постоянной толщины 0,02 м и радиусом 0,2 м, закрепленного по внутреннему контуру (табл. 1) и внешней окружности (табл. 2), с использованием восьми деформативных изопараметрических конечных элементов.

Т а б л и ц а 1

m	n							
	0		1		2		3	
	AP	МКЭ	AP	МКЭ	AP	МКЭ	AP	МКЭ
0	463	448	0	196	665	648	1543	1492
1	2586	2313	2536	2558	4295	4107	6566	6012

Т а б л и ц а 2

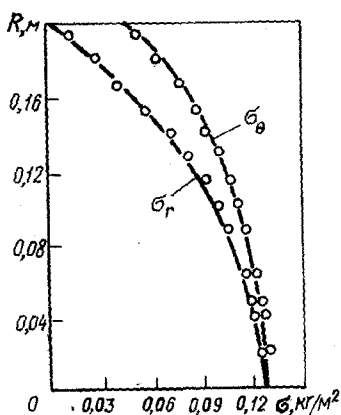
m	n							
	0		1		2		3	
	AP	МКЭ	AP	МКЭ	AP	МКЭ	AP	МКЭ
0	1264	1246	2623	2540	4147	4067	6295	5841
1	4912	4624	7504	6847	10442	9208	13700	1170

Здесь  $m$  - число узловых окружностей; AP - аналитическое решение.

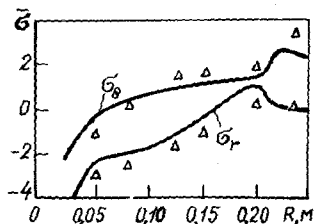
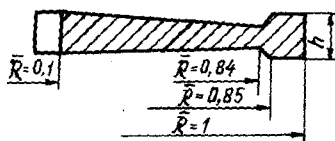
Значительное расхождение результатов в высокочастотной области связано с тем, что конечноэлементная методика автоматически учитывает деформацию сдвига, инерцию поворота сечения и деформацию нормали.

На рис. 1 приведено сопоставление результатов расчета статического напряженно-деформированного состояния (НДС) для данного диска, вращающегося с угловой скоростью  $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$ . Использование квадратных изопараметрических конечноэлементных аппроксимаций позволяет получить удовлетворительную точность вычислений при значительно меньшем числе конечных элементов и неизвестных, чем в случае применения треугольных элементов.

В табл. 3 приведены расчетные и экспериментальные значения частот колебаний диска переменной толщины, внешний радиус которого равен 0,25 м; толщина обода 0,01 м, модуль упругости  $E = 2,06 \cdot 10^{11}$  Па, плотность  $\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Расчет выполнен с помощью конечноэлементной аппроксимации.



Р и с. 1. Статическое НДС диска постоянной толщины: — аналитическое решение; о — МКЭ



Р и с. 2. НДС колеблющегося диска: — МКЭ;  $\Delta$  — эксперимент

На рис. 2 приведены относительные размеры диска, расчетные и экспериментальные вибронпряжения при колебаниях с числом узловых диаметров  $n = 2$ .

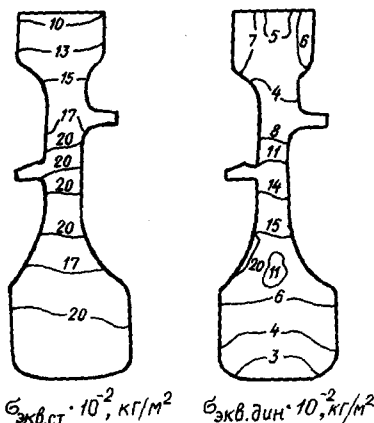
Т а б л и ц а 3

$n$	0	1	2	3	4	5
МКЭ	125	88	175	411	666	1094
Эксперимент	131	—	201	412	702	1120
$\delta$ , %	5	—	14	0,2	5	3

Удовлетворительные результаты расчетов моделей позволили проанализировать статическое и динамическое НДС реальных деталей авиационных ГТД — рабочих колес компрессоров и турбин. В табл. 4 приведен спектр собственных частот изгибных колебаний диска турбины с использованием 37 квадратичных изопараметрических конечных элементов при числе неизвестных 496.

Таблица 4

m	n						
	0	I	2	3	4	5	6
0	73I	756	832	1228	1949	2947	4069
I	3857	4062	4603	5247	6245	7385	8635



Р и с. 3. Распределение эквивалентных напряжений в диске турбины

На рис. 3 приведены эквивалентные статические напряжения  $\sigma_{\text{экв.ст}}$  при вращении диска с угловой скоростью  $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$  и эквивалентные динамические напряжения  $\sigma_{\text{экв.дин}}$  при колебаниях с частотой 756 Гц.

Таким образом, разработанные математические модели значительно расширяют возможности технической теории изгиба стержней и круглых пластин и позволяют с удовлетворительной точностью исследовать широкий круг задач колебаний, статической и динамической прочности конструктивных элементов роторов турбомашин.

### Библиографический список

1. Кузнецов Н.Д. Прочность деталей турбины ГТД в условиях сложного нагружения и связанные с ней проблемы // Проблемы прочности. - 1982. - № 3. - С. 10-14.

2. Борискин О.Ф., Кулибаба В.В. Исследование циклосимметричных колебаний роторных систем методом конечных элементов на основе теории упругости. - Иркутск, 1983. - 10 с. - Деп. в ВИНИТИ, № 4392-83.

3. Борискин О.Ф. Автоматизированные системы расчета колебаний методом конечных элементов. - Иркутск: Изд-во Иркутского университета, 1984. - 188 с.

4. Левия А.В., Боришанский К.Н., Консон Е.Д. Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин. - Л.: Машиностроение, 1981. - 710 с.

УДК 621.762.4

Г.В.Лазуткин, К.И.Суханов

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ МАТЕРИАЛА МР

Материал МР обладает пористой металлической структурой, образованной путем прессования взаимно перекрещивающихся спиралей. Поэтому процесс прессования во многом определяет физико-механические характеристики изделий из материала МР.

Несмотря на некоторые структурные отличия материала МР от волоконных и порошковых материалов, их объединяют общие признаки - пористость и наличие упругофрикционных связей между структурными элементами (волокнами, гранулами, витками спиралей). Следовательно, при изучении особенностей процесса прессования изделий из МР можно воспользоваться результатами существующей теории прессования пористых тел.

Рассмотрим основные силовые факторы /1/, сопутствующие процессу одностороннего прессования изделий втулочного типа из упругодемпфирующего пористого материала МР (рис. 1). Усилие прессования  $P_n$  складывается из усилия, необходимого для уплотнения материала МР, и внешнего сопротивления  $R^*$  проволоочных спиралей при взаимодействии со стенками пресс-формы. Указанное сопротивление возникает из-за бокового давления  $P_b$ , связанного с давлением прессования  $P_n$  (см. рис. 1) линейной зависимостью, коэффициент пропорциональности которой получил название коэффициента бокового давления /1/:

$$K_b = \frac{P_b}{P_n} = \frac{\mu}{1-\mu}, \quad (1)$$

где  $\mu$  - коэффициент Пуассона материала МР.

Следует полагать, что, как и в системах конструкционного демпфирования, силы сопротивления, возникающие между спиралами и стенками пресс-формы, носят упругофрикционный характер. Снижая осе-