

Таким образом, для диагностики двигателей, кроме общего уровня вибрации, большое значение имеет вид вибрационной характеристики конкретного экземпляра двигателя, в частности наличие или отсутствие горбов при определенных отношениях частот вращения роторов.

Библиографический список

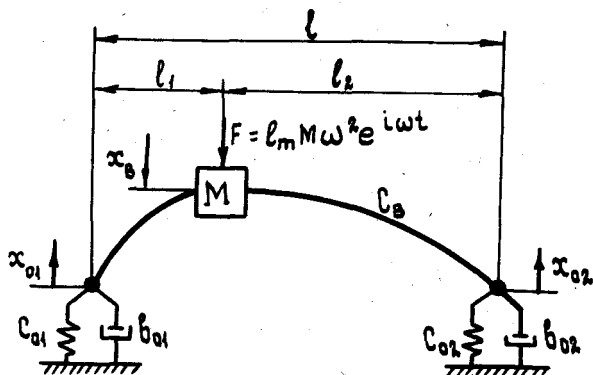
1. Письменный И.Л. Многочастотные нелинейные колебаний в газотурбинном двигателе. - М.: Машиностроение, 1987. - 128 с.
2. Дорошко С.М. Контроль и диагностирование технического состояния газотурбинных двигателей. - М.: Транспорт, 1984. - 129 с.

УДК 621.822

Л.А.Рожнова, Д.Е.Чегодаев, С.М.Штейнберг

АНАЛИЗ ОБЛАСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ "БЫСТРОГО" МЕТОДА РАСЧЕТА КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА НА УПРУГОДЕМПФЕРНЫХ ОПОРАХ

Многообразие задач расчета динамических характеристик роторных систем порождает большое количество методов, используемых для их решения. Выбор метода может зависеть, например, от требуемой точности результатов, от особенностей конструкции или учитываемых факторов и т.д. Существующие метода расчета критических частот вращения можно условно разделить на две группы: аналитические и численные. Первые просты в использовании и позволяют применять алгоритмы оптимизации, но для них характерно приближенное описание схемы ротора. Численные методы отличаются большим количеством исходной информации и значительными затратами машинных ресурсов (времени и памяти), особенно при решении задач оптимизации. В [1] осуществлена попытка совместить достоинства методов первой и второй групп. Предлагается использовать суперпозицию двух парциальных систем: первая получается из исходной при бесконечной жесткости опор $C_{01} = C_{02} = \dots = C_{0n} = \infty$, а вторая - при бесконечной жесткости вала $C_B = \infty$. Этот подход позволил разработать эффективную методику расчета трех первых критических частот $\omega_{1кр}, \omega_{2кр}, \omega_{3кр}$ колебаний ротора. Достоверность метода показана аналитически для одномассового несимметрич -



Р и с. 1. Модель одномассового несимметричного ротора на неравных упругодемпферных опорах

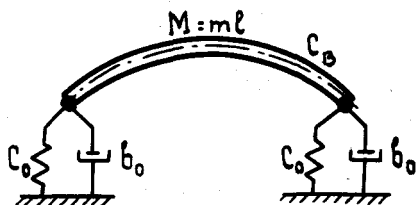
ного ротора (рис. 1) и численно - для ротора с распределенными параметрами на двух упругодемпферных опорах (рис. 2). Однако обоснование метода в работе авторов отсутствует. Рассмотрим подтверждение достоверности метода для двухопорных роторов и покажем, что в случае трех и более опор могут быть получены качественно неверные результаты.

Авторы метода [1] сделали допущение, существенно упрощающее задачу: характеристики вала ротора и места постановки опор не изменяются. Это позволило использовать специальный базис собственных частот $\omega_1^*, \dots, \omega_5^*$ и соответствующих им форм колебаний f_1^*, \dots

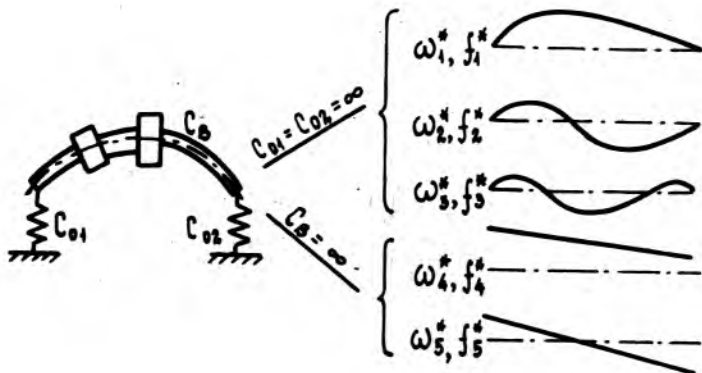
\dots, f_5^* (рис.3). Исходная система разбивается на две парциальные, и $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*, f_1^*, f_2^*, f_3^*$ определяются при $C_{01} = C_{02} = \dots = C_{0n} = \infty$, а ω_4^*, ω_5^* и f_4^*, f_5^* - при $C_B = \infty$ (остальные параметры сохраняют свое значение).

Далее полагается

$$f_i = \sum_{j=1}^5 q_{ij} f_j^* \quad (I)$$



Р и с. 2. Модель симметричного ротора с равномерно распределенной массой на упругодемпферных опорах



Р и с. 3. Базис собственных форм колебаний f_i^* и соответствующих им частот ω_i^* , используемых для модели несимметричного ротора с распределенными параметрами

где f_i - i -я собственная частота исходной системы. Это позволяет осуществить переход от однородного уравнения

$$[M]\ddot{X} + [B]\dot{X} + [C]X = 0 \quad (2)$$

($[M]$, $[B]$ и $[C]$ - матрицы масс, коэффициентов демпфирования и жесткостей соответственно) для матриц размера $n \times n$ (n - количество узлов в исходной роторной системе) к уравнению

$$[\tilde{M}]\ddot{Q} + [\tilde{B}]\dot{Q} + [\tilde{C}]Q = 0, \quad (3)$$

где $Q = |q_{ij}|_{s \times n}$, $\tilde{m}_{ij} = f_i^T [M] f_j$, $\tilde{b}_{ij} = f_i^T [B] f_j$, а C_{ij} , как полагают авторы метода, имеет вид

$$C_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ (\omega_i^*)^2, & i = j. \end{cases} \quad (4)$$

Таким образом, получаем следующее преимущество: порядок системы уравнений снижен до 5, легко определяется матрица $[C]$, при фиксированных характеристиках ротора (ω_1^* , ω_2^* , ω_3^* , f_1^* , f_2^* , f_3^*)

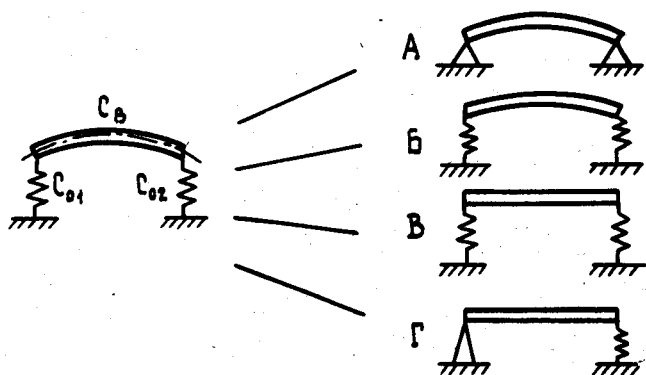
пересчитываются только $\omega_4^*, \omega_5^*, f_4^*, f_5^*$. Затем, согласно рассматриваемому методу, строится матрица $[D]$:

$$[D] = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline -[\tilde{C}]^{-1}[\tilde{M}] & -[\tilde{C}]^{-1}[\tilde{B}] \end{array} \right]$$

(I - единичная матрица). Определяются комплексные собственные значения и критические частоты из них.

"Нестрогость" метода заключается в предположениях (1) и (4). Допущения вида (1) являются характерными для данного класса задач (использование того или иного базиса собственных форм). Этого нельзя сказать о соотношении (4). Покажем, что допущение (4) не может быть теоретически обосновано для многоопорных роторов, и проведем анализ достоверности метода для случая двух опор.

Будем рассматривать (рис. 4) симметричный ротор длиной ℓ с равномерно распределенной по длине массой $M = m\ell$ (жесткость ротора EJ постоянна), установленный на двух упругих опорах без демпфирования (жесткость опор C_{01} и C_{02} соответственно). Без ограничения общности можно считать, что $M = I$, $\ell = I$.



Р и с. 4. Модели, используемые для аналитической проверки метода

Рассмотрим четыре случая (рис. 4):

A. $C_{01} = C_{02} \gg C_B$;

$$\text{Б. } C_{01} = C_{02} = C_B ;$$

$$\text{В. } C_{01} = C_{02} \ll C_B ;$$

$$\text{Г. } C_{01} = C_B \ll C_{02} .$$

Согласно общей схеме метода [1] получим

$$\omega_1^* = \sqrt{C_B} , \quad f_1^* = \sqrt{2} \sin \pi z ;$$

$$\omega_2^* = 4\sqrt{C_B} , \quad f_2^* = \sqrt{2} \sin 2\pi z ; \quad (5)$$

$$\omega_3^* = 9\sqrt{C_B} , \quad f_3^* = \sqrt{2} \sin 3\pi z$$

для всех рассматриваемых систем (А - Г).

В случае А, Б, В согласно аналитической методике, описанной в [2], имеем

$$\omega_4^* = \sqrt{2C_{01}} , \quad f_4^* = 1 ; \quad (6)$$

$$\omega_5^* = \sqrt{6C_{01}} , \quad f_5^* = \sqrt{3} (1-2z) .$$

Для случая Г, осуществляя предельный переход при $C_{01} \rightarrow 0$ (для ω_4^*) и $C_{02} \rightarrow \infty$ (для ω_5^*) в формулах описанной в [2] методики, получим

$$\omega_4^* = \sqrt{3C_{01}} , \quad f_4^* = \sqrt{2} z ; \quad (7)$$

$$\omega_5^* = \sqrt{4C_{02}} , \quad f_5^* = 4 \left(1 - \frac{3z}{2}\right) .$$

Используем предельный переход

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n f_i^* \left(\frac{k}{n}\right) f_j^* \left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f_i^*(z) f_j^*(z) dz . \quad (8)$$

Соотношение (8) позволяет аналитически определить для рассматриваемых моделей матрицы, входящие в (3):

$$\tilde{m}_{ij} = \int_0^1 f_i^*(z) f_j^*(z) dz , \quad (9)$$

$$\tilde{c}_{ij} = \begin{cases} 0 & , \quad i \neq j; \\ 1/(\omega_i^*)^2 & , \quad i = j. \end{cases} \quad (10)$$

Учитывая, что $\delta_0 = 0$, задачу нахождения собственных чисел для случаев А - Г запишем в виде

$$[\tilde{M}][\tilde{C}]^{-1} - \lambda [I] = 0, \quad (11)$$

где $[\tilde{M}]$, $[\tilde{C}]$ определяются согласно (9), (10), а $[I]$ - единичная матрица. Подставляя в (11) соответствующие выражения для ω_i^* , f_i^* из (5)-(7), получим характеристические многочлены для расчета трех собственных чисел $\lambda_i = \frac{1}{\omega_i^2}$:

$$A. (\lambda - \lambda_1^*)(\lambda - \lambda_2^*)(\lambda - \lambda_3^*) = 0, \quad (12)$$

$$B. [\lambda^2 - \lambda(\lambda_1^* + \lambda_5^*) + \lambda_5^* \lambda_2^* (1 - \frac{6}{\pi^2})] \times \\ \times [\lambda^3 - \lambda^2(\lambda_1^* + \lambda_3^* + \lambda_4^*) + \lambda(\lambda_1^* \lambda_4^* + \lambda_3^* \lambda_4^* + \\ + \lambda_1^* \lambda_3^* - \frac{4}{3\pi^2} \lambda_3^* \lambda_4^* - \frac{8}{\pi^2} \lambda_1^* \lambda_4^*) - \\ - \lambda_1^* \lambda_3^* \lambda_4^* (1 - \frac{4}{3\pi^2} - \frac{8}{\pi^2})] = 0, \quad (13)$$

$$G. (\lambda - \lambda_4^*) \left\{ \lambda^3 - \lambda^2(\lambda_1^* + \lambda_2^* + \lambda_3^* - \frac{6}{\pi} - \frac{6}{64\pi} - \frac{6}{729\pi}) - \right. \\ \left. - \lambda \left[-\lambda_2^* \lambda_3^* - \lambda_1^* \lambda_2^* - \lambda_1^* \lambda_3^* + (\lambda_2^* + \lambda_3^*) \frac{6}{\pi} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda_1^* + \lambda_3^*) \frac{6}{64\pi} + (\lambda_1^* + \lambda_2^*) \frac{6}{729\pi} \right] - \lambda_1^* \lambda_2^* \lambda_3^* - \right. \\ \left. - \frac{6}{\pi} \lambda_2^* \lambda_3^* - \frac{6}{64\pi} \lambda_1^* \lambda_3^* - \frac{6}{729\pi} \lambda_1^* \lambda_2^* \right\} = 0. \quad (14)$$

$$B \text{ в } (12)-(14) \lambda_i^* = \frac{1}{(\omega_i^*)^2}.$$

Результаты решения уравнений (12)-(14) с учетом условий А - Г и (5)-(7) совпадают с известными из [3] значениями собственных частот соответствующих систем.

Изложенная методика, по утверждению авторов метода, применима

и для симметричного ротора с равномерно распределенной массой на трех опорах (две по краям и одна в центре). Можно показать, что характеристическое уравнение запишется в виде

$$\begin{vmatrix} \lambda_1^* - a & 0 & 0 & \lambda_1^* f_{14}^* & \lambda_1^* f_{15}^* \\ 0 & \lambda_2^* - a & 0 & \lambda_2^* f_{24}^* & \lambda_2^* f_{25}^* \\ 0 & 0 & \lambda_3^* - a & \lambda_3^* f_{34}^* & \lambda_3^* f_{35}^* \\ \lambda_4^* f_{41}^* & \lambda_4^* f_{42}^* & \lambda_4^* f_{43}^* & \lambda_4^* - a & 0 \\ \lambda_5^* f_{51}^* & \lambda_5^* f_{52}^* & \lambda_5^* f_{53}^* & 0 & \lambda_5^* - a \end{vmatrix} = 0, \quad (15)$$

где $f_{ij}^* = f_{ji}^* = \int_0^l f_i^*(z) f_j^*(z) dz$.

Полагая жесткость любых двух опор много больше жесткости вала ($\lambda_4^*, \lambda_5^* \rightarrow 0$), из (15) получим

$$(\lambda_1^* - a)(\lambda_2^* - a)(\lambda_3^* - a) = 0. \quad (16)$$

Очевидно, что если для третьей опоры не выполняется соотношение $C_{01} \gg C_B$, то решение (16) даст неверные значения для λ_i . В частности, при $C_{01} = C_{03} \gg C_B, C_{02} \ll C_B$ получим из (16) $\lambda_1 = \lambda_1^*$ вместо $\lambda_1 = 0,25 \lambda_1^*$.

Это позволяет сделать следующий вывод: для произвольной роторной системы переход от (2) к (3) с использованием (4) некорректен. Тем не менее результаты решения характеристических уравнений (12)–(14) подтверждают достоверность метода для двухопорного ротора с равномерно распределенной массой при произвольном соотношении жесткостей ротора и опор. В работе [1] также аналитически подтверждена достоверность метода для симметричной модели с сосредоточенной массой (рис. 4) с учетом демпфирования в опорах. Поскольку при этом методе осуществляется "плавный" переход от одной предельной ситуации к другой, то его можно применять для двухопорных роторов.

Метод [1] позволяет решать задачу об оптимальности демпфирования [4]. При этом необходимо осуществлять численный перебор вариантов. Тем не менее для несимметричного ротора сложной конфигурации

на двух упругодемпферных опорах рассмотренный метод характеризуется низкой трудоемкостью по сравнению с известными методами начальных параметров и т.д. [5, 6].

Библиографический список

1. Гантер Е., Хамфрис Р., Шпрингер Х. Метод быстрого расчета на мини-ЭВМ собственных значений с учетом демпфирования для газовой турбины. Теория //Тр. Амер.о-ва инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения. - 1984. - № 2. - С. 66-80.
2. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. Динамика роторов в упругих опорах. - М.: Наука, 1982. - 272 с.
3. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. - М.: Машиностроение, 1965. - 526 с.
4. Мелентьев С.Н., Проданов М.Е., Чегодаев Д.Е., Штейнберг С.М. Проектирование опор роторов на основе аналитических моделей //Машиноведение. - 1988. - № 2. - С. 55-59.
5. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1980. - 296 с.
6. Маслов Г.С., Расчеты колебаний валов: Справочник. - М.: Машиностроение, 1980. - 151 с.

УДК 621.452.3:519

В.К.Семенychев, А.Н.Тырсин

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАТОК ГТД НА ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Одной из актуальных задач доводки ГТД является определение вибрационной нагруженности его рабочих лопаток через такие динамические характеристики, как резонансная частота f_p и резонансная амплитуда A (амплитуда резонансных колебаний) собственной формы колебаний $[1]$. Использование для этого переходных режимов ГТД (набор и сброс оборотов), когда последовательно проходятся разные резонансные зоны, сдерживается следующими факторами. Во-первых, да-