

Таким образом, решение экологических проблем в современной России возможно только в случае сотрудничества всех участников экологической политики: государства (в том числе путем финансовых вложений в регионы), экологических организаций, предпринимателей и общества. Пока не совсем удачно складывается сотрудничество государства и представителей бизнеса (собственников предприятий), ориентированных на получение прибыли, а не на улучшение экологической ситуации.

***Список использованных источников:***

1. Е. С. Заварина Основы региональной статистики / Е.С. Заварина, К.Г. Чобану. - М.: Финансы и статистика, 2016. - 416 с.
2. А.Ю. Трусова Многомерные статистические методы : учеб. пособие для вузов, Самарский гос.ун-т – Самара : Самарский университет, 2008. - 67 с.
3. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.gks.ru/>

**ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ  
ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ  
АНАЛИЗЕ**

**К.В. Кавеева**

Научный руководитель А.Ю.Трусова

Важными показателями в экономике являются математические процессы. Одним из важных процессов является дифференциальное исчисление. В данной работе исследуется применение дифференциального исчисления в экономическом анализе для принятия оптимальных решений.

Целью данной работы является изучение теоретических предпосылок и их практическая реализация. Для достижения данной цели нужно будет решить ряд необходимых задач:

- 1) изучение современных понятийного аппарата экономического и математического анализов;
- 2) сравнительный анализ и комбинирование методов.

Рассмотрим основные понятия.

Дифференциальное исчисление – широко применяемый для экономического анализа математический аппарат. Базовой задачей экономического анализа является изучение связей экономических величин, записываемых в виде функций[1].

В экономике очень часто требуется найти оптимальное (наилучшее) значение того или иного показателя. Например, наивысшая производительность труда с наименьшими издержками, получение максимальной прибыли, оптимальные значения расходуемых ограниченных ресурсов и т.д. Под оптимизацией понимают поиск наилучшего из возможных вариантов той или иной экономической ситуации. Также, в математике и исследовании экономических операций, оптимизация – это задача нахождения экстремума (максимума или минимума) функции в некоторой области, ограниченной набором линейных и/или нелинейных равенств и/или неравенств.

Экономико-математические задачи – это задачи, цель которых – нахождение оптимального с точки зрения одного из множества критерия варианта использования имеющихся ресурсов, таких как труд, капитал, рабочая сила и т.п.

Одним из важных методов дифференциального исчисления, используемых в экономике, является метод предельного анализа. Предельный анализ в экономике – это совокупность различных приёмов исследования изменяющихся величин на основе анализа их предельных значений. Предельная (маржинальная) величина в экономике – это прирост одной величины, вызванный приростом другой величины на единицу, при условии того, что все остальные единицы неизменны (например, предельная полезность и предельные издержки).

Каждый показатель – это функции одного или нескольких аргументов. То есть нахождение оптимального значения показателя сводится к нахождению максимума или минимума (экстремума) функции. Такие задачи порождают экстремальные задачи в экономике, решение которых требует использования дифференциального исчисления [2].

Отметим, что производная и экстремумы напрямую связаны: если производная от некоторой функции  $f$  в точке равна нулю и меняет свой знак с плюса на минус, то можно утверждать, что это точка максимума. И наоборот: если с минуса на плюс, то точка минимума [3].

Далее в данной работе рассмотрена экономическая задача, в которой используются методы дифференциального исчисления.

Условие: Зависимость объема производства  $Q$  от количества работников  $L$  описывается функцией  $Q(L)$ , в соответствии с рисунком 1. Необходимо показать, что если производные удовлетворяют условиям  $Q'(L) > 0, Q''(L) < 0$ , то существует оптимальное число работников  $L^*$ , при котором прибыль будет наибольшей.

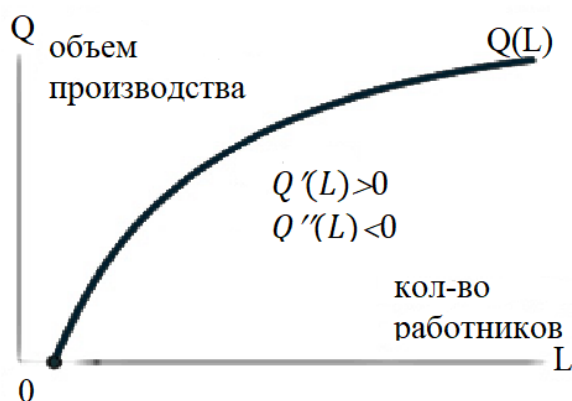


Рисунок 1. Зависимость объема производства от числа работников

Неравенства, данные в условии, отражают снижение производительности труда при увеличении числа работников. Можно предположить, что расходы, связанные с работниками пропорциональны

количеству работников. Значит, можно записать выражение для прибыли в виде:

$$(1) P = P(L) = pQ(L) - qL - C,$$

где  $p$  – цена продажи единицы продукции;

$Q(L)$  – объем производства;

$q(L)$  – расходы, связанные с работниками;

$C$  – постоянная часть расходов.

В формуле произведение цены продажи единицы продукции на расходы, связанные с работниками выражает доход предприятия за определенный период. В результате прибыль представляет собой функцию  $P(L)$ .

Далее необходимо исследовать возможный экстремум этой функции. Первая производная имеет вид:

$$(2) P'(L) = [pQ(L) - ql - C]' = pQ'(L) - q.$$

Функция прибыли  $P(L)$  имеет критическую точку  $L^*$  при том условии, что  $Q'(L) - q = 0 \Rightarrow Q'(L) = q/p$ .

Вторая производная будет отрицательна при всех допустимых значениях  $L$ , то найденная критическая точка является точкой максимума, а значит, в заданной условием системе всегда существует оптимальное количество работников  $L^*$ , при котором прибыль предприятия всегда оптимальна.

Рассмотренная задача напрямую отражает связь между экономическим и математическим анализом. Это находит проявление в применении дифференциального исчисления для нахождения оптимальных решений в экономических задачах.

В ходе работы были проанализированы теоретические предпосылки применения дифференциального исчисления в экономическом анализе, и

было найдено прямое применение методов математического анализа в экономике.

***Список использованных источников:***

1. Учебник по экономике [Электронный ресурс]. – Дифференциальное исчисление в экономическом анализе. – URL: [http://bodrenko.org/mmie/L3\\_mmie.htm](http://bodrenko.org/mmie/L3_mmie.htm)
2. Электронный учебник [Электронный ресурс]. – Понятие экстремума функции – URL: [https://www.webmath.ru/poleznoe/formules\\_8\\_22.php](https://www.webmath.ru/poleznoe/formules_8_22.php)
3. Учебник по математическому анализу [Электронный ресурс]. – Связь производной и экстремума функции. – URL: [https://shkolkovo.net/catalog/vzaimosvyaz\\_funkcii\\_i\\_ee\\_proizvodnoj/svya\\_z\\_s\\_tochkami\\_ekstremuma\\_funkcii](https://shkolkovo.net/catalog/vzaimosvyaz_funkcii_i_ee_proizvodnoj/svya_z_s_tochkami_ekstremuma_funkcii)

**ПРЕДПОЧТЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЯ И ЕГО ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ**

**О.А. Кукарина**

Научный руководитель Е.Н. Барышева

Проблема, с которой потребитель сталкивается в рыночной экономике, заключается в выборе уровня потребления различных благ (товаров и услуг), которые были бы доступны для покупки на рынке.

В микроэкономическом анализе употребляется термин «отношение предпочтения», которое обозначается символом  $\succ$  ; .

Существует 3 вида отношений:

- 1) набор  $x$  предпочтительнее  $y$ ;
- 2) набор  $x$  менее предпочтительнее  $y$ ;
- 3) оба набора одинаково привлекательны;

В экономической теории предполагается, что предпочтения индивидов относительно наборов благ должны быть рациональными. Гипотеза о