ОЦЕНКИ РАЗМЕРА НЕТТО-ТАРИФОВ ПО СТРАХОВАНИЮ КАСКО И ВЕЛИЧИНЫ ПЕРЕСТРАХОВОЧНОЙ ПРЕМИИ НА БАЗЕ STOP LOSS

В.И. Борисов
Научный руководитель В.Н. Никишов

Страхование средств наземного транспорта является наиболее распространенным видом страхования и наиболее массовым. Доля страхования Каско у многих страховщиков является преобладающей, в связи с этим активно используется механизм перестрахования для частичной передачи рисков сторонним страховым организациям.

При расчете тарифных ставок применяются в основном модели индивидуального и коллективного риска. Передача рисков в перестрахование осуществляется на базе как факультативного, так и облигаторного перестрахования, на базе квотного перестрахования, пропорционального и непропорционального перестрахования. Расчет перестраховочной премии, с одной стороны учитывает методику расчета страховых тарифов, с другой стороны существенно зависит от способа передачи рисков.

Одним из способов передачи рисков является передача совокупного убытка по определенной группе риска на базе stop loss, например, передача совокупного убытка портфеля страхования Каско физических лиц. В этом случае перестраховщик начинает покрывать все убытки, если их суммарная величина превысит установленный лимит ответственности прямого страховщика.

Наиболее существенным недостатком модели индивидуального риска является предположение о том, что по договору страхования может произойти один и только один страховой случай за рассматриваемый промежуток времени. В некоторых видах страхования это предположение оправдано, но в других далеко нет, например, при страховании средств наземного транспорта в течение срока действия договора страхования может наступить несколько убытков.

В модели коллективного риска вся совокупность объектов рассматривается как единое целое, в результате поступающие убытки не связаны с отдельными договорами страхования, а рассматриваются как убытки, поступающие от портфеля рисков и, являющиеся следствием процесса поступления убытков.

Рассмотрим модель коллективного риска, в этом случае суммарный убыток за рассматриваемый промежуток времени может быть представлен в виде:

(1) $S(T) = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_v$,

где все Y_i есть независимые случайные величины, имеющие одинаковый закон распределения, а v - случайная величина, описывающая процесс поступления убытков.

В качестве процесса поступления убытков обычно применяются 4 основных процесса, хорошо зарекомендовавших себя на практике. Это биноминальное распределение, процесс Пуассона, отрицательно-биноминальное распределение и двухточечное распределение Пуассона.

В частности, для распределения Пуассона вероятность $k-$случаев за время T даются выражениями:

(2) $P(v = k) = \frac{\lambda^k}{k!}\exp(-\lambda)$.

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины v совпадают, и, соответственно, параметр λ может оцениваться на основе тех же данных, которые использовались в модели индивидуального риска:

(3) $\lambda = n \cdot q$.

Для совокупного убытка от однородного портфеля рисков математическое ожидание и дисперсия в модели коллективного риска имеют вид [3]:

(4) $D(S) = E(v)D(Y) + D(v)E^2(Y) = \lambda C^2 E^2(\chi) \cdot (1 + w^2)$.

Размер страховой нетто-премии и, тем самым размер фонда, достаточный с 95%-ой вероятностью для осуществления страховых выплат, в рамках нормальной аппроксимации совокупного убытка S будет формироваться в размере:

$$(5) W = \Phi = E(S) + 1{,}645\sqrt{DS} = \lambda E(\chi)\cdot C\cdot\left(1+\frac{1{,}645}{\sqrt{\lambda}}\sqrt{1+w^2}\right).$$

Соответственно, страховой нетто-тариф в модели коллективного риска, то есть размер страховой нетто-премии на одного страхователя и на единицу страховой суммы, дается выражением:

$$(6) W/n/C = \Phi/n/C = H = \left(\frac{\lambda}{n}\right)\cdot E(\chi)\cdot\left(1+\frac{1{,}645}{\sqrt{\lambda}}\sqrt{1+w^2}\right).$$

Рассмотрим распределение совокупного убытка в модели коллективного риска. Распределение совокупного убытка в модели коллективного риска формально может быть получено на основании сверток [2], но аналитических выражений для практически важных случаев получить невозможно.

В связи с этим для описания распределения совокупного убытка применяются различные аппроксимации, среди них можно отменить нормальную аппроксимацию, - наиболее широко применяемую на практике, так как она предполагает знание только математического ожидания $E(S)$ и дисперсии $D(S)$.

Две других аппроксимации предполагают необходимость оценки третьего момента совокупного убытка для вычисления коэффициента асимметрии равного:

$$(7) \frac{E(S-E(\ ))^3}{D^{3/2}(S)}.$$

К ним относится нормально–степенная аппроксимация и аппроксимация 3-х параметрическим гамма–распределением [3].

В тех случаях, когда оценка коэффициента асимметрии затруднительна, возможно применение логнормального распределения для описания размера совокупного убытка [2,3]. Обоснование этого факта достаточно очевидно в модели коллективного риска. Действительно представим выражение(1) в следующем виде

(8) $S_{v+1} = S_v + Y_{v+1} \cdot g(S_v)$.

То есть, приращение совокупного убытка обусловлено поступлением очередного убытка и ведет к изменению размера совокупного убытка, где $g(S_v)$ некоторая функция от S_v. Отсюда имеем:

(9) $Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_v = \sum\limits_{v=0}^{n} \dfrac{S_{v+1} - S_v}{g(S_v)}$

В силу центральной предельной теоремы левая часть имеет нормальное распределение и, если каждый убыток вызывает относительно небольшое изменение суммарного убытка, то заменяя суммирование интегрированием будем иметь

(10) $Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_v = \int\limits_0^S \dfrac{dS}{g(S)}$.

Для самой простой линейной функции $g(S) = S$ имеем, что $\ln(S)$ имеет нормальное распределение и, следовательно, совокупный убыток будет иметь логнормальное распределение.

Логнормальное распределение величины совокупного убытка S имеет вид:

(11) $P(S \le x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \int\limits_0^x \exp\left(-\dfrac{(\ln u - mT)^2}{2\sigma^2} \right) \cdot \dfrac{du}{u}$.

Здесь параметры логнормального распределения связаны с математическим ожиданием $E(S)$ и дисперсией совокупного убытка $D(S)$ соотношением:

(12) $\sigma^2 = \ln\left(1 + \dfrac{D(S)}{E^2(S)} \right)$, $m = \ln(E(S)) - \dfrac{\sigma^2}{2}$.

Размер страховой нетто-премии W определяется из условия ее достаточности для покрытия совокупного убытка $S_{\max}(\gamma)$ с заданной вероятностью γ:

$$(13)\ P(S \le W) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^W \exp\left(-\frac{(\ln u - m)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{du}{u} = \gamma\ ,$$

В этом случае $W = S_{\max}(\gamma)$.

После преобразований (13) имеем выражение для определения премии с заданной вероятностью γ:

$$(14)\ P(S \le W = S_{\max}(\gamma)) = N\left(\frac{(\ln W - U)}{\sigma}\right) = \gamma\ , \text{ где } U = m + \sigma^2/2\ .$$

Перестраховщик на базе договора stop loss принимает на себя обязанность покрывать совокупный убыток страховщика в случае превышения определенного уровня S_L.

В этом случае плата перестраховщику составит:

$$(15)\ P = \int_{SL}^{\infty} S \cdot f(S) \cdot dS = \exp(U) \cdot \left(1 - N\left(\frac{(\ln(S_L) - U)}{\sigma}\right)\right), \text{ где } U = m + \sigma^2/2\ .$$

Для значений $E(S)$ и $D(S)$ параметры логнормального распределения $m = 2{,}70$, $\sigma = 7{,}89\%$.

Таким образом, была рассмотрена возможность применения аппроксимации совокупного убытка по страхованию Каско логнормальным распределением для расчета страховых тарифов и перестраховочной премии на базе stoploss. Приведенные выше выражения для страховых тарифов и перестраховочной премии легко реализуемы в среде VBAExcel для проведения численных расчетов, в том числе в диалоговом режиме.

Список использованных источников

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. – М.: Янус-К, 2001. – 656с.

2. ГаральдКрамер. Математические методы статистики. – М.: Мир,1975. – 648с.

3. Р. Каас, М. Гувертс, Ж. Дэне, М. Денут. Современная актуарная теория риска / Перевод с английского А.А. Новоселова под редакцией В.К. Малиновского – М.: "Янус-К", 2007. – 372 с.

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СФЕРЫ САМАРСКОГО РЕГИОНА ЗА 2006-2016 ГОДА

Е.С. Винник
Научный руководитель А.В. Дюжева

В настоящее время самарский регион занимает существенную позицию по социально-экономическим показателям в структуре Приволжского федерального округа и выполняет ряд важных функций по России в целом. Социально-экономическая сфера обширна и многогранна, изучение её показателей сложный многоступенчатый процесс, включающий качественные и количественные методы, не только отдельных социально-экономических направлений, но и информационных технологий и широкого математического инструментария. Социально-экономические показатели, оказывающие влияние на социально-экономическую сферу, требуют постоянного их отслеживание, контроля, а также изучение их взаимного влияния.

На уровне Госкомстата РФ ведется непосредственный учет показателей социально-экономической сферы по структурным компонентам региона РФ. Более детальный статистический учет проводится на региональном уровне. Органы государственной статистики Самарского региона формируют ежегодные статистические показатели в специальных сборниках, которые позволяют анализировать показатели различных сфер деятельности во времени и пространстве.

В современной научной литературе подход к изучению социально-экономических показателей описан широко и обстоятельно, к ним относятся: