

ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ЭФФЕКТИВНОГО ПРИМЕНЕНИЯ КОМБИНИРОВАННОЙ СХЕМЫ ВЫВЕДЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО ГРУЗА НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

В настоящей статье описываются результаты расчёта массово-энергетических характеристик перелёта на геостационарную орбиту (ГСО) космического аппарата (КА) с использованием разгонного блока с жидкостным ракетным двигателем (ЖРД) на первом этапе и разгонного блока с электроракетным двигателем (ЭРД) на втором этапе.

При разработке методики расчётов принимались следующие допущения:

- Затраты на утилизацию отработавших разгонных блоков не учитываются.
- Для работы разгонного блока на втором этапе частично может быть использована мощность энергоустановки полезного груза.

- На втором этапе перелёта масса КА считается постоянной, равной средней массе КА на данном этапе.

- Пассивные участки на втором этапе перелёта отсутствуют.

Рассмотрим следующую линейную массовую модель начальной массы КА:

$$\begin{aligned} M_0 &= M_{0_1} + M_{0_2} + M_{\text{ПГ}}, \\ M_{0_1} &= M_{\text{Т}_1} + M_{\text{СПХ}_1} + M_{\text{КОН}_1}, \\ M_{0_2} &= M_{\text{Т}_2} + M_{\text{ЭУ}_2} + M_{\text{СПХ}_2} + M_{\text{Д}_2} + M_{\text{КОН}_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь M_{0_i} - начальные массы разгонных блоков с ЖРД (КА1) и ЭРД (КА2), $M_{\text{Т}_1}$ и $M_{\text{Т}_2}$ - масса топлива КА1 и масса рабочего тела КА2, $M_{\text{КОН}_i}$ - массы конструкций КА1 и КА2, $M_{\text{ЭУ}_2}$ - масса энергоустановки КА2, $M_{\text{Д}_2}$ - масса двигателя КА2.

Распишем порционные массы элементов, входящих в (1):

$$\begin{aligned} M_{\text{Т}_1} &= M_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{V_{x_1}}{P_{\text{уд}_1}}\right) \right] = M_0 S_1, \\ M_{\text{Т}_2} &= (M_{0_2} + M_{\text{ПГ}}) \left[1 - \exp\left(-\frac{V_{x_2}}{C}\right) \right] = (M_{0_2} + M_{\text{ПГ}}) S_2, \\ M_{\text{СПХ}_1} &= K_{\text{СПХ}_1} M_{\text{Т}_1}, \quad M_{\text{СПХ}_2} = K_{\text{СПХ}_2} M_{\text{Т}_2}, \\ M_{\text{КОН}_1} &= \alpha_{\text{КОН}_1} M_{\text{Т}_1}, \quad M_{\text{КОН}_2} = \alpha_{\text{КОН}_2} (M_{0_2} + M_{\text{ПГ}}), \\ M_{\text{ЭУ}_2} &= \alpha_{\text{Э}} \left(\frac{P_2 C}{2\eta_{\text{T}}} - N_{\text{ЭПГ}} \right), \\ M_{\text{Д}_2} &= \gamma_{\text{Д}_2} P_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введены обозначения P_2 – тяга двигателя КА2, $P_{уд1}$, C – удельная тяга и скорость истечения двигателей КА1 и КА2, V_{x_1} и V_{x_2} – затраты характеристической скорости на перелёт первого и второго этапов, $K_{СПХ}$, $\alpha_{КОН}$, $\alpha_{Э}$, $\gamma_{Д2}$ – удельные массовые характеристики рассматриваемой модели, η_T – тяговый КПД электроракетного двигателя КА2, $N_{ЭПГ}$ – электрическая мощность, полученная с энергоустановки полезного груза.

Запишем выражение для удельной массы полезного груза КА1 и КА2 и всей системы μ :

$$\mu_1 = \frac{M_{0_2} + M_{ПГ}}{M_0}, \quad \mu_2 = \frac{M_{ПГ}}{M_{0_2} + M_{ПГ}}, \quad \mu = \frac{M_0}{M_{ПГ}} = \mu_1 \mu_2. \quad (3)$$

Определим граничные условия межорбитального перелёта на концах каждого из этапов:

$$\mathbf{X}_0 = \{r_0; i_0\}, \quad \mathbf{X}_{пр} = \{r_{\pi пр}, r_{\alpha пр}, i_{пр}\}, \quad \mathbf{X}_к = \{r_к, 0\}, \quad r_к = r_{ГСО}, \quad (4)$$

где r_0, i_0 – высота и наклонение начальной орбиты, $r_{\pi пр}, r_{\alpha пр}, i_{пр}$ – радиус перигея, апогея и наклонение промежуточной орбиты.

Определим функцию μ_1 и μ_2 в соответствии для проектной модели. После преобразований получим:

$$\mu_1 = 1 - \frac{S_1(1 + K_{СПХ1})}{1 - \alpha_{КОН1}}, \quad (5)$$

$$\mu_2 = 1 - \alpha_{КОН1} - \left[\frac{\alpha_{Э} C^2 S_2}{2T_2 \eta_T} - \alpha_{Э} \bar{N}_{ЭПГ} + S_2(1 + K_{СПХ2}) + S_2 \frac{\gamma_{Д2} C}{T_2} \right],$$

$$\bar{N}_{ЭПГ} = \frac{N_{ЭПГ}}{M_{0_2} + M_{ПГ}}.$$

Максимизируя μ_2 по C при допущении, что масса КА2 постоянна и равна средней массе, получим:

$$C_{опт} = \sqrt{\frac{V_{x_2}^2}{4} + \frac{2T_2 \eta_T (1 + k_{СПХ2})}{\alpha_{Э}} - \frac{\eta_T \gamma_{Д2} V_{x_2}}{\alpha_{Э}} - \frac{V_{x_2}}{2}}. \quad (6)$$

Если скорость истечения фиксируется, то соответствующее ей оптимальной время перелёта определится формулой:

$$T_2 = \frac{\left[\left(C + \frac{V_{x_2}}{2} \right)^2 - \frac{V_{x_2}^2}{4} + \frac{\eta_T \gamma_{Д2} V_{x_2}}{\alpha_{Э}} \right] \alpha_{Э}}{2\eta_T (1 + K_{СПХ2})}. \quad (7)$$

Затраты характеристической скорости на каждом этапе будут определяться из решения динамической задачи о межорбитальном переходе на первом этапе в импульсной постановке, на втором – для варианта непрерывной работы двигателя с ограниченной тягой.

На первом этапе рассматривается перелёт с начальной круговой на промежуточную эллиптическую орбиту с одновременным поворотом плоскости орбиты на угол Δi_1 , при выдаче первого импульса, и поворота плоскости орбиты на угол Δi_2 и изменение радиуса перигея при выдаче второго импульса. Общие затраты характеристической скорости на первом этапе определяются по формуле [1]:

$$V_{x_1} = \sqrt{\frac{\mu_E}{r_0}} \left[\sqrt{\frac{r_0 + 3r_{\alpha_{\text{пр}}}}{r_0 + r_{\alpha_{\text{пр}}}} - 2 \sqrt{\frac{2r_{\alpha_{\text{пр}}}}{r_0 + r_{\alpha_{\text{пр}}}} \cos(\Delta i_1)} \right] + \sqrt{\frac{\mu_E}{r_{\alpha_{\text{пр}}}}} \left[\sqrt{\frac{2r_0}{r_0 + r_{\alpha_{\text{пр}}}} + \frac{2r_{\pi_{\text{пр}}}}{r_{\pi_{\text{пр}}} + r_{\alpha_{\text{пр}}}} - 4 \sqrt{\frac{r_0 r_{\alpha_{\text{пр}}}}{(r_0 + r_{\alpha_{\text{пр}}})(r_{\pi_{\text{пр}}} + r_{\alpha_{\text{пр}}})} \cos(\Delta i_2)} \right]. \quad (8)$$

где μ_E – гравитационный параметр Земли.

Как уже отмечалось в работах многих авторов [2, 3, 4], наибольшую сложность представляет решение динамической задачи о межорбитальном некомпланарном переходе между эллиптической и круговой орбитами для второго этапа перелёта. В данной работе решение динамической задачи осуществляется в соответствии с методикой параметрического управления [5] вектором тяги на витке, предполагающей совместное изменение большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты для варианта, когда линия апсид совпадает с линией узлов орбиты и её положение остаётся неизменным. При этом считалось, что электроракетный двигатель работает без выключений и создаёт тягу с разными углами ориентации вектора тяги по рысканию в окрестности перигея Ψ_π и апогея Ψ_α эллиптической орбиты:

$$\Psi = \frac{\Psi_\alpha - \Psi_\pi + (\Psi_\alpha + \Psi_\pi) \text{sign}(\cos u)}{2}, \quad (9)$$

где u – аргумент широты.

Радиальная составляющая тяги равна нулю, а Ψ_π и Ψ_α на витке считаются постоянными. Данная схема хорошо согласуется со схемой при оптимальном перелёте [3].

Сформулированная динамическая задача решалась при следующих допущениях: $\Delta i_1 = \Delta i_2 = 0$, $(r_{\pi_{\text{пр}}} = r_0)$ которые, как показали последующие численные расчёты, не сильно ухудшают критерии проектной задачи.

Задача комплексной оптимизации решалась в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Задавались параметры массовой модели КА1 и КА2.

2. Задавались значения $\bar{N}_{ЭПГ} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{кг}} \right] \in \{0; 3; 5; 10\}$ и $C \left[\frac{\text{км}}{\text{с}} \right] \in \{10..19\}$. из практически

важных диапазонов.

3. Перебирались значения $r_{\alpha_{пр}} [\text{км}] \in \{10000..66000\}$, решалась динамическая задачи и определялось $V_{x_2} (r_{\alpha_{пр}})$ для заданных фиксированных значений $\bar{N}_{ЭПГ}$ и C .

4. Численно определялся максимум функции μ по $r_{\alpha_{пр}}$:

$$\mu_{\max}(C, \bar{N}_{ЭПГ}) = \max_{r_{\alpha_{пр}} \in r_{\alpha_{доп}}} \mu(r_{\alpha_{пр}}, C, \bar{N}_{ЭПГ}).$$

5. Строились графики $\mu_{\max}(C, \bar{N}_{ЭПГ})$, $\mu_{\max}(T_2, \bar{N}_{ЭПГ})$, $r_{\alpha_{пр}}(C, \bar{N}_{ЭПГ})$, $r_{\alpha_{пр}}(T_2, \bar{N}_{ЭПГ})$.

Расчёты проводились для следующих значений параметров массовой модели и исходных данных, приведённых в табл. 1.

Таблица 1. Параметры массовой модели и исходные данные

Исходные данные		
Радиус начальной орбиты	км	6578
Наклонение начальной орбиты	град	51,6
Радиус конечной орбиты	км	42164,16
Наклонение конечной орбиты	град	0
Параметры массовой модели		
$\alpha_{Э}$	$\frac{\text{кг}}{\text{Вт}}$	0,02
$\alpha_{\text{КОН}_1} = \alpha_{\text{КОН}_2}$	–	0,1
$K_{\text{СПХ}_1}$	–	0,02
$K_{\text{СПХ}_2}$	–	0,07
η_{Γ}	–	0,5

Для проведения сравнительного анализа эффективности комбинированной схемы рассматривался вариант одноступенчатого выведения с использованием только разгонного блока с ЭРД. При этом функция μ_2 определяется для варианта перелёта между круговыми некомпланарными орбитами. На рис. 1 представлены результаты расчётов удельной массы полезного груза μ для комбинированной схемы перелёта в заданных диапазонах изменения длительности и скорости истечения реактивной струи. Минимальное время перелёта 30 суток соответствовало

скорости истечения 10 км/с. В соответствии с описанной выше методикой, рассчитывалась функция μ_{\max} для каждого значения параметра $\bar{N}_{\text{ЭПГ}}$. Путём сравнительного анализа максимальных значений удельных масс для комбинированной схемы выведения и схемы выведения с использованием только разгонного блока с ЭРД построены области возможного применения комбинированных схем (рис. 2). Для принятых исходных данных и параметров массовых моделей время перелёта может варьироваться в диапазоне 30...100 суток, а радиус апогея промежуточной орбиты - в диапазоне 12...58 тыс. км. в зависимости от $\bar{N}_{\text{ЭПГ}}$.

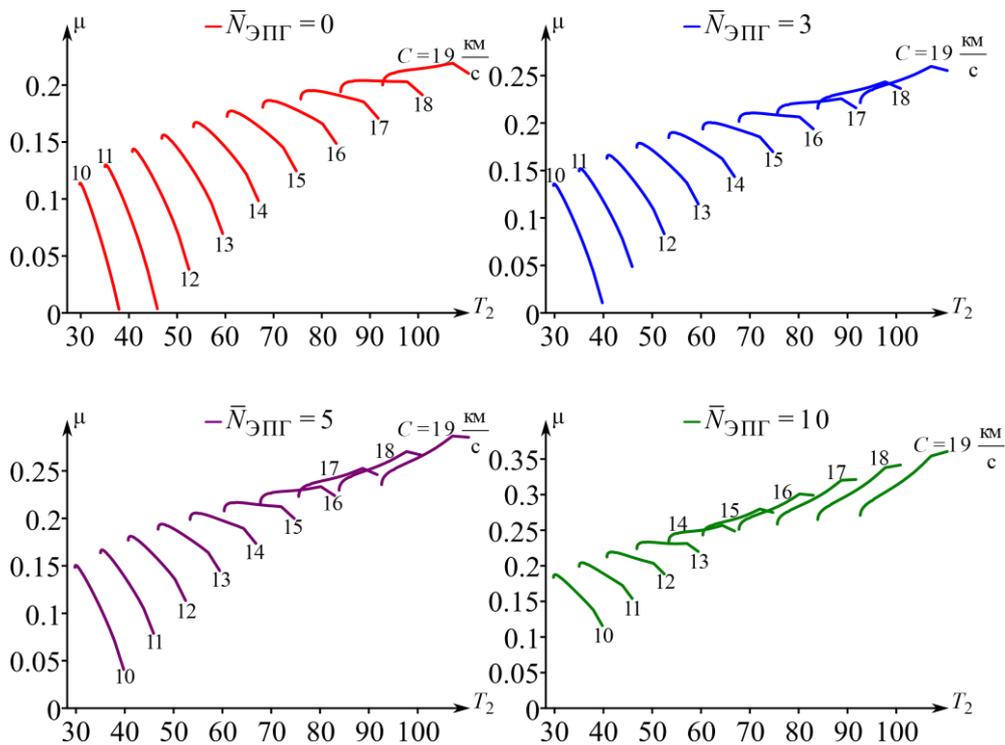


Рис. 1. Расчёт удельной массы полезного груза

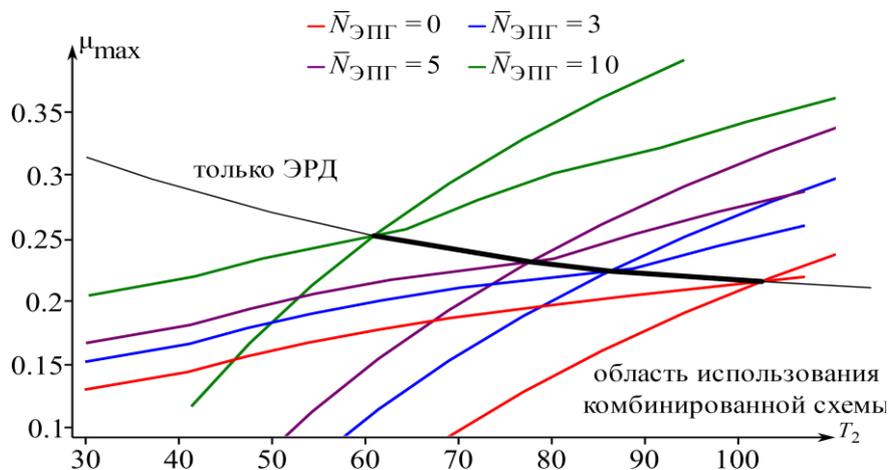


Рис. 2. Области использования комбинированной схемы выведения полезного груза на ГСО

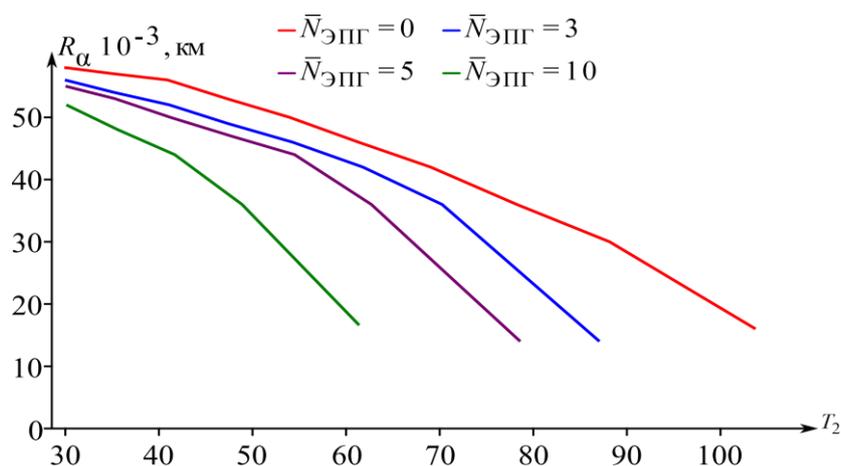


Рис. 3. Оптимальные значения радиусов апогея промежуточной орбиты

Библиографический список

1. Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полёта: учебное пособие. М. Наука, 1990 г.
2. Константинов М. С., Мин Тхейн Метод оптимизации траектории выведения КА с электроракетной двигательной установкой на ГСО // Вестник МАИ. 2009. Т. 16. №5. С. 282-290.
3. Петухов В. Г. Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелёта с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами // Космические исследования. 2011. Т. 49. №2. С. 128-137.
4. Салмин В. В., Петрухина К. В., Кветкин А. А. Расчёт приближённо-оптимальных перелётов космического аппарата с двигателями малой тяги с высокоэллиптической на геостационарную орбиту // Космическая техника и технологии. 2019. №4(27). С. 94-108.
5. Fadeenkov P., Ishkov S. Low thrust spacecraft motion control with simultaneous changes in main orbital elements // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2019. Vol. 10. No 4. P. 733-738.

УДК 629.7

Кадочников А.П., Осадчая Д.С., Ерохин В.И., Пророк В.Я., Сотников С.В.

МОДЕЛЬ МНОГОСПУТНИКОВОЙ ГРУППИРОВКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Развёртывание многоспутниковых группировок (МГ) космических аппаратов (КА) (Starlink, OneWeb, Telesat LEO и т.д.) значительно увеличивает возможность возникновения опасных сближений в космосе. В настоящее время половина всех опасных сближений в космическом пространстве происходит с участием КА из состава МГ Starlink, которая в настоящее время насчитывает уже около 2000 [1, 2]. В ближайшем будущем количество КА в МГ Starlink возрастет и до-