

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ О СБЛИЖЕНИИ ДВУХ СПУТНИКОВ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО ДОГОНА

Введение. Одной из наиболее актуальных проблем развития техники орбитальных полётов является проблема встречи двух космических аппаратов на орбите. Различным аспектам, связанным с данной проблемой посвящено множество работ [1 - 10]. В данной работе рассматривается задача сближения двух космических аппаратов (КА) с целью дистанционной подзарядки аккумулятора на пассивном космическом аппарате (ПКА) посредством передачи света от маневрирующего космического аппарата (МКА) на солнечные батареи на ПКА. Космические аппараты находятся на близких круговых геоцентрических орбитах, расположенных в единой плоскости. При этом высота ПКА равна 500 км и высота МКА в первом рассматриваемом случае равна 500,1 км. В работе численно исследуются зависимости от времени параметров сближения, в том числе: расстояние D между МКА и ПКА, скорость \dot{D} их сближения, угол φ сближения между вектором D и осью x орбитальной системы координат, а также угловая скорость $\dot{\varphi}$ линии визирования. Численное моделирование выполняется при малом значении угла дальности между векторами расположений космических аппаратов ($\Delta\vartheta = 0,01^\circ$) и при разных значениях высоты орбиты МКА (при $r_1 = 500,1; 500,2; 500,3$ км).

При моделировании сближения МКА и ПКА применяются следующие упрощающие предположения: 1) задача рассматривается при отсутствии возмущений и в центральном однородном гравитационном поле тяготения Земли; 2) плоскость манёвра сближения космических аппаратов совпадает с плоскостью орбиты пассивного КА; 3) в качестве двигательной установки для коррекции орбиты МКА использует реактивный двигатель с расходом топлива $\dot{m} = 0,1$ кг/с; 4) масса активного космического аппарата – 400 кг.

Метод решения задачи. В качестве метода сближения применяем метод параллельного сближения [9] с обратным догоном (рис. 1). При этом методе используется информация о положении линии визирования.

При методе параллельного сближения дифференциальные уравнения, описывающие относительное движение МКА и ПКА имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} \ddot{D} - D\dot{q}^2 - 2\omega D\dot{q} - 3\omega^2 D \sin^2 q &= 0, \\ D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} + 2\omega\dot{D} - 1,5\omega^2 D \sin 2q &= a_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где D – модуль вектора относительной дальности, q – угол между вектором D и осью x , ω – угловая орбитальная скорость пассивного КА, a_q – составляющая вектора управляющего ускорения.

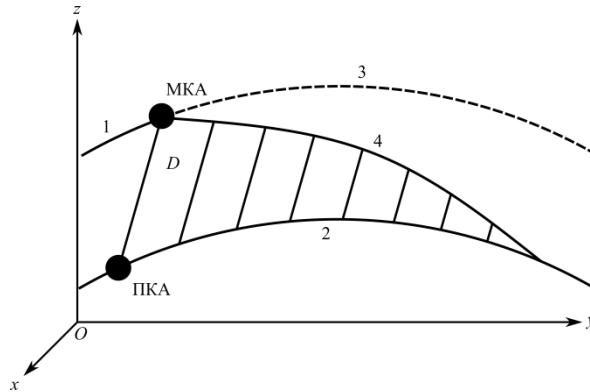


Рис. 1. Схема параллельного сближения с обратным догоном: D – линия визирования, 1 – орбита ПКА, 2 – опорная орбита МКА, 3 – траектория сближения

Начало системы координат расположено в центре масс ПКА. Ось y направлена вдоль вектора расположения ПКА r_2 , а ось x перпендикулярна оси y . Введём в системе уравнений (1) следующие обозначения:

$$D(t) = X_1, \quad \dot{D} = X_2, \quad q(t) = Y_1, \quad \dot{q} = Y_2. \quad (2)$$

Запишем систему уравнений (1) в следующем виде.

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= X_2, & \frac{dX_2}{dt} &= X_1 Y_2^2 + 2\omega X_1 Y_2 + 3\omega^2 X_1 \sin^2 Y_1, \\ \frac{dY_1}{dt} &= Y_2, & \frac{dY_2}{dt} &= \frac{a_q - 2X_2 Y_2 - 2\omega X_2 + 1,5\omega^2 X_1 \sin 2Y_1}{X_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

При сближении МКА и ПКА угловая скорость \dot{q} линии визирования должна поддерживаться близкой к нулевому значению с учётом составляющей управляющего ускорения $a_q = \left(\frac{\dot{m}}{m}\right) V_q$, где $\dot{m} = -0,1$ кг/с – скорость расхода топлива МКА, $m = 400$ кг – начальная масса МКА. При этом в процессе сближения боковой импульс скорости V в каждый момент времени компенсируется ($V_q(t) = D\dot{q}$) с целью того, чтобы МКА оставался на линии визирования.

Скорость изменения составляющей a_q управляющего ускорения можно описать дифференциальным уравнением

$$\frac{da_q}{dt} = -\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)\frac{dV}{dt} = -\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)(-\dot{D}\dot{q} - D\ddot{q}) = \left(\frac{\dot{m}}{m}\right)(X_2Y_2 + a_q - 2X_2Y_2 - 2\omega X_2 + 1,5\omega^2 X_1 \sin 2Y_1). \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений (3), а также уравнение (4), описывающее скорость изменения составляющей a_q , решаются численно явным методом Рунге-Кутты 4-го порядка. В качестве начальных значений принимаем следующие величины. Начальное расстояние между КА вычисляется из выражения $X_1(0) = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$, где x_0, y_0 – координаты начального положения МКА относительно ПКА. Эти значения вычисляем из следующих соотношений:

$$x_0 = r_1 \sin \Delta\vartheta, \quad y_0 = -(r_2 - r_1 \cos \Delta\vartheta). \quad (5)$$

Начальное значение скорости сближения можно вычислить из $X_2(0) = V \cos \alpha$, где V – начальная скорость МКА относительно ПКА, α – угол между вектором относительной скорости и линией визирования. Начальное значение угла q и начальное значение угловой скорости \dot{q} линии визирования вычисляем из выражений: $Y_1(0) = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right)$, $Y_2(0) = \frac{V \sin \alpha}{X_1(0)}$.

Численные результаты. Рассмотрим численные результаты, полученные из численного решения дифференциальных уравнений сближения МКА и ПКА и уравнения для скорости изменения управляющего ускорения. Из рис. 2 следует, что при малом значении угла дальности $\Delta\vartheta$ получаем: чем больше разница высот орбит космических аппаратов, тем быстрее МКА подлетит к ПКА. При высоте 500,3 км МКА в течение времени менее 50 секунд подлетает к ПКА на расстояния меньше 80 метров, которое достаточно для выполнения зарядки аккумулятора ПКА.

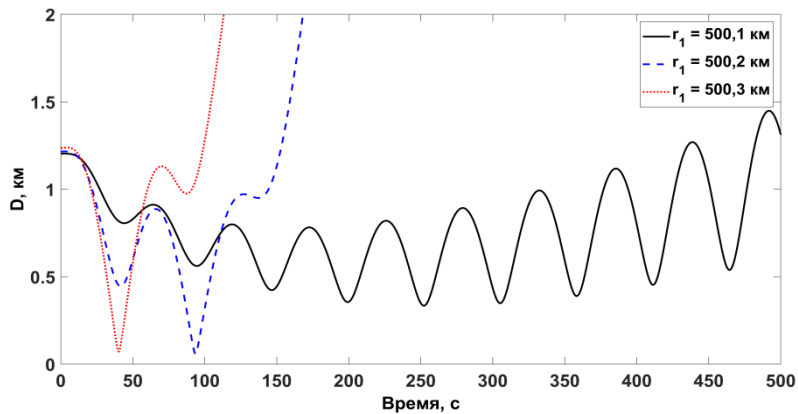


Рис. 2. Зависимость от времени расстояния D между КА при сближении МКА и ПКА

При этом для достижения необходимого расстояния для зарядки аккумулятора надо производить корректировку орбиты сближения изменением импульса тяги, чтобы поддерживать заданное расстояние между МКА и ПКА неизменным. Из рис. 2

следует, что в случае невыполнения коррекции орбиты МКА удаляется на значительное расстояние от ПКА. Рис. 3 показывает, что скорость сближения \dot{D} увеличивается при увеличении расстояния между орбитами космических аппаратов.

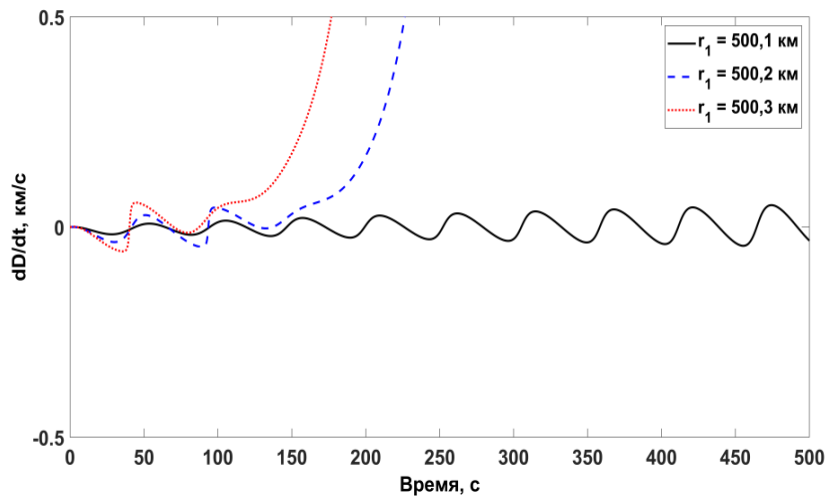


Рис. 3. Зависимость скорости сближения \dot{D} от времени

Из рис. 3 следует, что при высоте орбиты МКА равной 500,1 (км) угол q совершает малые колебания относительно величины равной -5 градусам. При увеличении расстояния между орбитами космических аппаратов начальное значение угла q уменьшается и до определённого момента времени совершает колебания. При этом, начиная с некоторого момента времени, угол q совершает монотонную эволюцию и МКА удаляется от ПКА. На рис. 4 показывается, что угловая скорость \dot{q} является близкой к нулю (при невозмущённом сближении двух КА в случае использования МКА круговой орбиты с высотой 500,1 км). При этом угловая скорость \dot{q} осуществляет малые колебания. При остальных двух значениях высоты орбиты МКА угловая скорость в определённый момент времени совершает монотонную эволюцию. При этом МКА удаляется от ПКА.

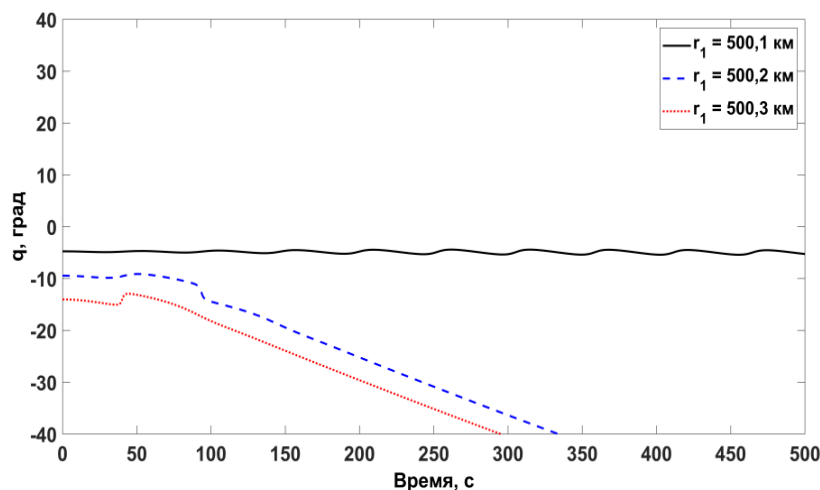


Рис. 4. Зависимость от времени угла q между вектором D относительной дальности и осью x системы координат при сближении МКА и ПКА

Из рис. 5 видно, что в определённый период времени значение управляющего ускорения a_q увеличивается быстрее при большем начальном расстоянии между КА. При этом сближение МКА и ПКА выполняется быстрее, и оно требует меньше расходов рабочего тела. Анализируя рис. 2, можно сделать вывод, что при рассмотренных значениях высоты орбиты МКА (500,1, 500,2, 500,3 км) время выполнения сближения соответственно равно 250, 90, 40 секунд. Если сравнить значения a_q , показанные на рис. 6, то получаем, что при выборе значения высоты МКА 500,3 км сближение осуществляется за меньшее время.

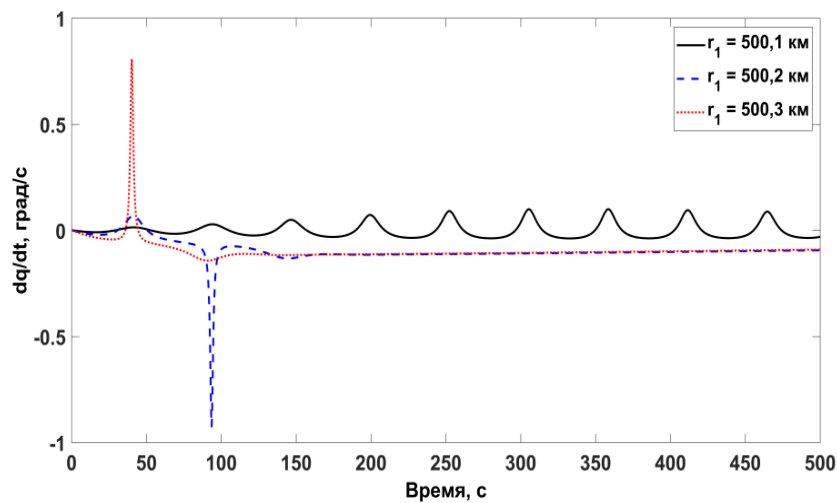


Рис. 5. Зависимость угловой скорости \dot{q} линии визирования D от времени при сближении МКА и ПКА

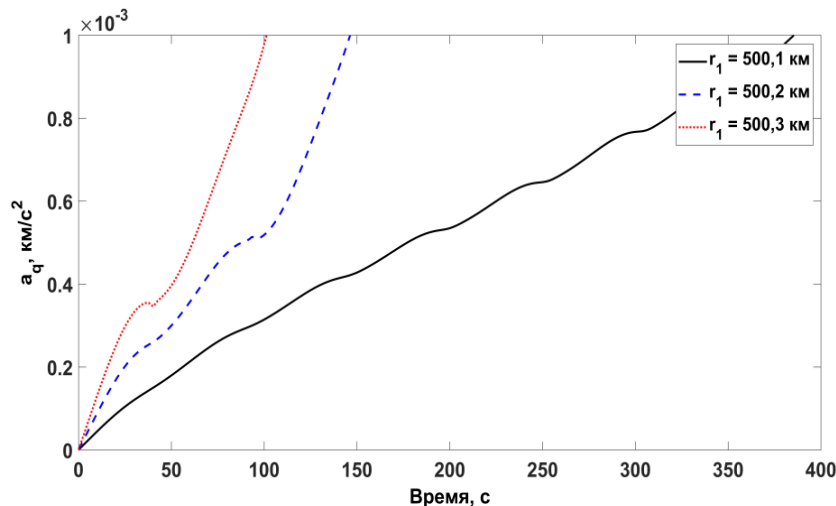


Рис. 6. Зависимость от времени составляющей a_q управляющего ускорения при сближении МКА и ПКА

Заключение. Анализируя построенные графики зависимостей параметров сближения МКА и ПКВА от времени в рамках выбранных значений высоты опорной орбиты МКА, можно сделать следующие выводы:

1. При большей разности высот орбит МКА и ПКА сближение выполняется быстрее и является менее затратным с точки зрения расхода рабочего тела.

2. При большей разности высот орбит МКА и ПКА расстояние между космическими аппаратами при сближении достигает меньших величин.

3. После достижения необходимого расстояния для зарядки аккумулятора на ПКА следует корректировать орбиту сближения изменением импульса тяги, чтобы поддерживать расстояние между МКА и ПКА неизменным. В случае отсутствия коррекции орбиты МКА после прохождения точки с наименьшим расстоянием от ПКА в дальнейшем наблюдается удаление МКА от ПКА.

Библиографический список

1. Старинова О.Л., Сомов Е.И., Бутырин С.А. Управление движением космического робота при выведении и сближении с геостационарным спутником // Навигация и управление движением. 2020. С. 107-108.

2. Орловский И.В., Михайлов М.В., Рожков С.Н., Аванесов Г.А., Жуков Б.С. Сближение и причаливание космических аппаратов по измерениям аппаратуры спутниковой навигации, совмещённой с оптической подсистемой причаливания // Космическая техника и технологии. 2021. Т.33. №2. С. 88-97.

3. Дубанов А.А. Моделирование траектории преследователя в пространстве при методе параллельного сближения // Программные системы и вычислительные методы. 2021. № 2. С. 1-10.

4. Chen T., Xu S. Double line-of-sight measuring relative navigation for spacecraft autonomous rendezvous // Acta Astronautica. 2010. vol. 67. Iss.1-2. P. 122-134.

5. Li P., Zhu Z. H. Line-of-sight nonlinear model predictive control for autonomous rendezvous in elliptical orbit // Aerospace Science and Technology. 2017. vol. 69, P. 236-243.

6. Alpern S. Line-of-sight rendezvous // European journal of operational research. 2008. vol. 188. no. 3. P. 865-883.

7. Hematulin W., Kamsing P., Torteeka P., Somjit T., Phisannupawong T., Jarawan T. Multiple-Unmanned Air Vehicle Trajectory Optimization during Close-Approach Boundary based on Line-of-Sight Technique // Innovation Aviation & Aerospace Industry - International Conference. 2021. P. 1-4.

8. Darling D. The complete book of spaceflight: From Apollo 1 to zero gravity // Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.

9. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов: учебник для вузов // М. : МГТУ им. Баумана. 2016. 523 с.

10. Noton M. Spacecraft navigation and guidance // Springer science and business media, 2012.