

**СЕКЦИЯ I. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ  
И НАВИГАЦИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

*Председатели: д.т.н. профессор Ишков С.А.  
д.т.н. профессор Старина О.Л.*

УДК 629.7

**Бакри И., Любимов В.В.**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ  
СТАБИЛИЗАЦИИ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ КА  
ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС В АТМОСФЕРЕ МАРСА**

**Введение.** Задача спуска космического аппарата (КА) в разреженной атмосфере Марса является одной из наиболее технически сложных и аварийно-опасных задач современной космонавтики. В частности, в процессе атмосферного спуска наблюдается действие на асимметричный КА разнообразных возмущающих аэродинамических моментов. При этом возмущающие моменты могут быть вызваны, например, аэродинамической и массовой асимметрией КА. Известно, что действие моментов от асимметрии может привести к аварийным ситуациям при вводе в действие тормозной парашютной системы [1].

Численное моделирование динамики и управления угловым ускорением возвращающегося КА с малой асимметрией в атмосфере исследовано в работах [2, 3]. В частности, определена методика построения области допустимых величин параметров асимметрии КА при движении в атмосфере Марса. В работах [4, 5] рассматривалась динамическая модель, описывающая возмущённое движение КА как твёрдого тела с немалой аэродинамической и инерционной асимметриями относительно центра масс в разреженной атмосфере Марса на базе усреднённой системы квазилинейных уравнений движения. Получены оптимальные законы управления углом атаки и угловой скоростью КА.

Баллистические аспекты проблемы управления КА в атмосфере Марса были исследованы в статье [6], где проводился анализ изменения критериев оптимальности в зависимости от значений аэродинамического качества, приведённой нагрузки на лобовую поверхность и максимально допустимых величин перегрузки. В результате была обоснована необходимость применения управляемых КА для обеспечения требований к значениям физически реализуемого коридора входа. Эти результаты могут быть использованы при выполнении проектов исследования Марса и других планет.

Целью данной работы является получение приближённого дискретного оптимального двухканального закона управления ориентацией космического аппарата (пространственным углом атаки и угловой скоростью). При синтезе дискретного управления предполагается использовать метод динамического программирования (принцип Беллмана) [7] и метод усреднения [8]. Предполагается, что управление пространственным углом атаки и угловой скоростью производится посредством бортовых реактивных двигателей малой тяги.

**Математическая модель.** В результате разложения правых частей квазилинейных уравнений управляемого движения КА в ряд Маклорена по угловой скорости без учёта нелинейных членов второго порядка малости, получаем две линеаризованные системы уравнений ориентации КА относительно центра масс. Первая система уравнения учитывает аэродинамическую и массовую асимметрию (1) [5], а вторая учитывает аэродинамическую и инерционную асимметрию (2) [3].

$$\begin{cases} \frac{d\omega_x}{dt} = -\varepsilon \bar{m}_x^A \omega^2 \bar{I}_x^{-1} \sin(\theta + \theta_2) + \varepsilon u_\omega, \\ \frac{d\alpha}{dt} = -\varepsilon \frac{\bar{m}_A}{2} \omega \cos(\theta + \theta_1) + \varepsilon u_\alpha, \\ \frac{d\theta}{dt} = (1 - \bar{I}_x) \omega_x. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{d\omega_x}{dt} = \varepsilon \frac{m_x^\omega q S^2 L}{\bar{I}_x V} \omega_x + \varepsilon u_\omega, \\ \frac{d\alpha}{dt} = -\varepsilon \frac{\bar{m}_A}{\bar{I}_x} \omega_x \cos(\theta + \theta_*) + \varepsilon u_\alpha, \\ \frac{d\theta}{dt} = (1 - \bar{I}_x) \omega_x. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $u_\omega = M_{xs} / I_x$  – управление значением угловой скорости  $\omega_x$ ;  $u_\alpha = M_{ys} / 2I\omega$  – управление величиной пространственного угла атаки  $\alpha$ ;  $M_{xs}, M_{ys}$  – моменты от реактивных двигателей управления;  $\varepsilon$  – малый параметр;  $\theta_*$  – угол, определяющий взаимное положение инерционной и аэродинамической асимметрий;  $\theta$  – быстрая фаза;  $\bar{m}_A = m_A \omega_1^{-2}$  – функция медленных переменных  $\omega_x$  и  $\alpha$ , характеризующая величину инерционной и аэродинамической асимметрий в системе (1);

$m_A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$ ,  $m_1^A = -(\omega^2 / m_{z1}) m_{y0}^f - \bar{I}_{xz} \omega_x^2$ ,  $m_2^A = -(\omega^2 / m_{z1}) m_{z0}^f + \bar{I}_{xy} \omega_x^2$ . Величины массовой и аэродинамической асимметрий в системе (2) характеризуют

величины  $m_A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$ ,  $m_1^A = -\omega^2 m_{z1}^{-1} m_{y0}^f + \omega^2 m_{z1}^{-1} C_{x1} \bar{\Delta z}$ ,

$m_2^A = -\omega^2 m_{z1}^{-1} m_{z0}^\phi - \omega^2 m_{z1}^{-1} C_{x1} \overline{\Delta y}$ ;  $m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}$ ,  $m_{x1}^A = -\omega^2 m_{z1}^{-1} C_{y1} \overline{\Delta y}$ ,  
 $m_{x2}^A = -\omega^2 m_{z1}^{-1} C_{y1} \overline{\Delta z}$ ;  $\sin \theta_1 = m_1^A / m_A$ ,  $\cos \theta_1 = -m_2^A / m_A$ ;  $I_x, I_y = I_z = I$  – моменты инерции КА относительно осей связанной системы координат XYZ,  $\overline{I}_x = I_x / I$ ,  
 $m_{y0}^\phi, m_{z0}^\phi$  – безразмерные коэффициенты величин аэродинамической асимметрии КА и  $\overline{\Delta y}, \overline{\Delta z}$  – малые безразмерные коэффициенты величин массовой асимметрии КА,  
 $C_{y1}, C_{x1}, m_{z1}, m_{y0}^\phi, m_{z0}^\phi$  – коэффициенты, характеризующие аэродинамические характеристики КА. В этом случае,  $C_x = C_{x1}$ ,  $C_y = C_y^\alpha \alpha$ ,  $m_{zn} = m_{zn}^\alpha \alpha$ , где коэффициент  $C_{x1}$  и частные производные  $C_y^\alpha$  и определены при  $\alpha=0$ .  $\omega_\alpha = \sqrt{\overline{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$ ,  
 $\omega = \sqrt{-m_{z0}^\phi q s L / I}$  – частота прецессии с угловой скоростью  $\omega_x = 0$ ;  $q$  – скоростной напор,  $S$  – площадь миделя,  $L$  – длина КА,  $m_{z0}$  – коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента.

**Синтез оптимального управления.** Рассматриваемая задача синтеза управления состоит в поиске приближённых оптимальных законов, обеспечивающих одновременную стабилизацию угловой скорости  $\omega_x$  и угла атаки  $\alpha$ . При этом требуется определить приближённые малые функции управления  $u_\alpha \in U_\alpha$ ,  $u_\omega \in U_\omega$ , которые переводят начальный угол атаки  $\alpha_0 = \alpha(t_0)$  и начальную угловую скорость  $\omega_{x0} = \omega_x(t_0)$  к заданным малым или нулевым величинам  $\alpha_T = \alpha(T) = 0$  и  $\omega_{xT} = \omega_x(T)$  в течение интервала времени  $T$ .

Вводится следующий квадратичный критерий оптимальности:

$$I = \varepsilon \int_0^T (a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2) dt, \quad (3)$$

где  $a_\omega$ ,  $a_\alpha$ ,  $b_\omega$ ,  $b_\alpha$  – заданные положительные коэффициенты критерия оптимальности.

Здесь подынтегральная функция  $v(\omega_x, \alpha, u_\omega, u_\alpha) = a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2$  является положительно определённой. Для решения задачи оптимизации применяется принцип Беллмана [7], который для системы (1) и критерия (3) приводит к соотношению:

$$\min_{u_\omega, u_\alpha} \left( a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2 + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} \frac{d\omega_x}{dt} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \right) = 0. \quad (4)$$

Здесь  $v(\omega_x, \alpha, \theta)$  – функция Беллмана.

Подставив в равенство (4) производные  $\frac{d\omega_x}{dt}$ ,  $\frac{d\alpha}{dt}$ ,  $\frac{d\theta}{dt}$  из системы (1), получим:

$$\begin{aligned} \min_{u_\omega, u_\alpha} \left( \varepsilon a_\omega \omega_x^2 + \varepsilon a_\alpha \alpha^2 + \varepsilon b_\omega u_\omega^2 + \varepsilon b_\alpha u_\alpha^2 + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} \left( \varepsilon u_\omega - \varepsilon \bar{m}_x^A \omega^2 \bar{I}_x^{-1} \sin(\theta + \theta_2) \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \left( \varepsilon u_\alpha - \varepsilon \frac{\bar{m}_A}{2} \omega \cos(\theta + \theta_1) \right) + \frac{\partial v}{\partial \theta} (1 - \bar{I}_x) \omega_x \right) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Выделяя в уравнении (5) отдельные слагаемые, зависящие от управлений  $u_\omega, u_\alpha$ , получим следующее выражение:

$$F(u_\omega, u_\alpha) = b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2 + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} u_\omega + \frac{\partial v}{\partial \alpha} u_\alpha. \quad (6)$$

Необходимые условия минимума функции  $F(u_\omega, u_\alpha)$  имеют вид:

$$\frac{\partial F}{\partial u_\omega} = 2b_\omega u_\omega + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial u_\alpha} = 2b_\alpha u_\alpha + \frac{\partial v}{\partial \alpha} = 0. \quad (7)$$

Из решения системы уравнений (7) находим выражения для оптимальных управлений:

$$u_\omega = -\frac{1}{2b_\omega} \frac{\partial v}{\partial \omega_x}; \quad u_\alpha = -\frac{1}{2b_\alpha} \frac{\partial v}{\partial \alpha}. \quad (8)$$

Составим матрицу Гессе:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial u_\omega^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_\alpha \partial u_\omega} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial u_\omega \partial u_\alpha} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_\alpha^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b_\omega & 0 \\ 0 & 2b_\alpha \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Достаточным условием нахождения минимума в стационарных точках (8) выполняется критерий Сильвестра:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial u_\omega^2} = 2b_\omega > 0; \quad \det H = 4b_\omega b_\alpha > 0. \quad (10)$$

Подставляя управление (8) в уравнение (5), получаем уравнение Беллмана:

$$\begin{aligned} a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + \frac{1}{4b_\omega} \left( \frac{\partial v}{\partial \omega_x} \right)^2 + \frac{1}{4b_\alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right)^2 - \frac{1}{2b_\alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right)^2 - \\ - \frac{\partial v}{\partial \omega_x} (\alpha \bar{m}_x^A \omega^2 \bar{I}_x^{-1} \sin(\theta + \theta_2)) - \\ - \frac{1}{2b_\omega} \left( \frac{\partial v}{\partial \omega_x} \right)^2 - \frac{\partial v}{\partial \alpha} \frac{\bar{m}_A}{2} \omega \cos(\theta + \theta_1) + \frac{\partial v}{\partial \theta} (1 - \bar{I}_x) \omega_x = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При усреднении уравнений (1) применяются следующие разложения [9]:

$$\begin{cases} \omega_x = \omega_x^0 + \varepsilon f_{1\omega}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0) + \dots \\ \alpha = \alpha^0 + \varepsilon f_{1\alpha}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0) + \dots \\ \theta = \theta^0 + \varepsilon f_{1\theta}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0) + \dots \\ v = v^0(\alpha^0) + \varepsilon v_1(\alpha^0, \theta^0) + \dots \end{cases} \quad (12)$$

где  $\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0$  – новые усреднённые переменные системы (1), а функции  $f_{j\omega}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0)$ ,  $f_{j\alpha}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0)$ ,  $f_{j\theta}(\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0)$ ,  $v^0(\alpha^0)$ ,  $v_j(\alpha^0, \theta^0)$ , ( $j=1, 2, \dots$ ) подлежат определению.

Подставляя ряды (12) в уравнение (11) в первом приближении метода усреднения, опуская в новых переменных  $\omega_x^0, \alpha^0, \theta^0$  индекс «0», получим уравнение (13):

$$a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + \frac{1}{4b_\omega} \left( \frac{\partial v}{\partial \omega_x} \right)^2 - \frac{1}{4b_\alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right)^2 = 0. \quad (13)$$

Порождающее решение уравнения (13) будем искать методом неопределённых коэффициентов в виде:

$$v = A\omega_x^2 + B\alpha^2. \quad (14)$$

Здесь  $A, B$  – искомые коэффициенты, с целью определения которых выполним подстановку выражения (14) в уравнение (13):

$$\omega_x^2 (a_\omega - A^2 b_\omega^{-1}) + \alpha^2 (a_\alpha - B^2 b_\alpha^{-1}) = 0. \quad (15)$$

При одновременном равенстве нулю угловой скорости и угла атаки уравнение (15) принимает вид следующей системы

$$A^2 b_\omega^{-1} - a_\omega = 0; \quad B^2 b_\alpha^{-1} - a_\alpha = 0. \quad (16)$$

Из корней уравнений системы (16) представляют интерес только положительные величины

$$A_1 = \sqrt{a_\omega b_\omega}; \quad B_1 = \sqrt{a_\alpha b_\alpha}. \quad (17)$$

Действительно, отрицательные величины  $A_1 = -\sqrt{a_\omega b_\omega}$ ,  $B_1 = -\sqrt{a_\alpha b_\alpha}$  должны быть отброшены, так как они не обеспечивают положительную определённость функции Беллмана (14).

Учитывая коэффициенты (17) в функции Беллмана (14) находим выражения для оптимальных управлений (8). Подставляя эти выражения в систему (1) и усредняя её по быстрой фазе в первом приближении, получаем:

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = -\varepsilon K_{\omega p} \omega_x; \quad \left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = -\varepsilon K_{\alpha p} \alpha. \quad (18)$$

Здесь  $K_{\omega p} = \sqrt{a_{\omega} b_{\omega}}$ ,  $K_{\alpha p} = \sqrt{a_{\alpha} b_{\alpha}}$ . Решение уравнений (18), полученное с учётом найденных управлений, обеспечивают асимптотическую устойчивость точек покоя  $\omega_x = 0$ ,  $\alpha = 0$  в первом приближении метода усреднения. Подставляя коэффициенты (18) в выражение (14) получим оптимальное управление (8):

$$u_{\omega} = -\sqrt{a_{\omega} b_{\omega}^{-1}} \omega_x; u_{\alpha} = -\sqrt{a_{\alpha} b_{\alpha}^{-1}} \alpha. \quad (19)$$

Аналогично, можно найти оптимальные законы управления для системы с аэродинамической и массовой асимметрией:

$$u_{\omega} = -\left(f_{\omega} + \sqrt{f_{\omega}^2 - a_{\omega} b_{\omega}^{-1}}\right) \omega_x; u_{\alpha} = -\sqrt{a_{\alpha} b_{\alpha}^{-1}} \alpha. \quad (20)$$

Отсюда в первом приближении метода усреднения первые два уравнения (2) имеют следующий вид:

$$\left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = -\varepsilon \sqrt{a_{\alpha} b_{\alpha}^{-1}} \alpha; \left\langle \frac{d\omega}{dt} \right\rangle = -\varepsilon \sqrt{f_{\omega}^2 - a_{\omega} b_{\omega}^{-1}} \omega. \quad (21)$$

**Учёт управлений в исходной системе.** С помощью метода Эйлера можно записать исходную систему в дискретном виде следующим образом [10]:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + h_{\alpha} f(t_n, \alpha_n), \quad \omega_{x(n+1)} = \omega_{x(n)} + h_{\omega} f(t_n, \omega_{x(n)}). \quad (22)$$

Подставляя функции  $f(t_n, \alpha_n)$ ,  $f(t_n, \omega_{x(n)})$  и законы управления (19) от аэродинамической и инерционной асимметрии в систему (22) получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} &= \alpha_n \left(1 - 0.5 \varepsilon h_{\alpha} \bar{m}_A \omega \cos(\theta + \theta_1) - \varepsilon h_{\alpha} \sqrt{a_{\alpha} / b_{\alpha}}\right), \\ \omega_{x(n+1)} &= \omega_{xn} \left(1 - \varepsilon h_{\omega} \bar{m}_x^A \omega^2 \bar{I}_x^{-1} \sin(\theta + \theta_2) - \varepsilon h_{\omega} \sqrt{a_{\omega} / b_{\omega}}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

Аналогично, подставляя функции  $f(t_n, \alpha_n)$ ,  $f(t_n, \omega_{x(n)})$  и законы управления (20) в систему (22) получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} &= \alpha_n - \varepsilon h_{\alpha} \bar{m}_A \bar{I}_x^{-1} \cos(\theta + \theta_1) \omega_{x(n)} - \varepsilon h_{\alpha} \sqrt{a_{\alpha} / b_{\alpha}} \alpha_n, \\ \omega_{x(n+1)} &= \omega_{x(n)} + \varepsilon h_{\omega} m_x^{\omega} q s^2 \bar{L} \bar{I}_x^{-1} V^{-1} \omega_{x(n)} - \varepsilon h_{\omega} \left(f_{\omega} + \sqrt{f_{\omega}^2 - a_{\omega} / b_{\omega}}\right) \omega_{x(n)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $h_{\alpha}$  и  $h_{\omega}$  – шаги интегрирования.

**Результаты расчёта.** Расчёты будем проводить для КА Mars Polar Lander, имеющего следующие характеристики: наибольший радиус основания конуса  $r = 1,25$  м, высота  $l = 2$  м, масса  $m = 576$  кг. Рассматриваемый спускаемый аппарат, снижающийся в атмосфере Марса (средний радиус  $R_0 = 3390$  км). Среднее ускорение силы тяжести равно  $g_0 = 3,86$  мс<sup>-2</sup>. Начальные условия входа КА в атмосферу следующие: скорость центра масс КА составляет  $V(0) = 3500$  мс<sup>-1</sup>; высота  $H(0) = 100$  км; угол входа  $\vartheta(0) = -0,017$  рад; пространственный угол атаки равен амплитуде  $a_1(0) = 0,32$  рад; вторая амплитуда равна нулю  $a_2(0) = 0$ ; быстрая фаза равна  $\theta(0) = 0,2\pi$  рад; угловая скорость равна  $\omega_{x1}(0) = 0,24$  с<sup>-1</sup>.

Результаты действия управления в исходной и усреднённой системах представлены на рисунке 1 и рисунке 2. На рисунке 1, показано значения угловой скорости при управлении в обеих системах: (23) - с аэродинамической и инерционной асимметрии и в (24) - с аэродинамической и массовой асимметрии. На рисунке 2, показано значения пространственного угла атаки при управлении в обеих системах. На рисунке 1 можно отметить сходство зависимости угловой скорости от времени для обеих системы (23) и (24). Длительность уменьшения угловой скорости для начальной угловой скорости 0,1 рад/с при аэродинамической и инерционной асимметрии составляет 150 с, что меньше, чем при учёте аэродинамической и массовой асимметрии. Зависимости угла атаки от времени для обеих систем (23) и (24) имеют сходный характер (рисунок 2). Для начального значения 0,35 рад угол атаки сходил к нулю в течение 100 с.

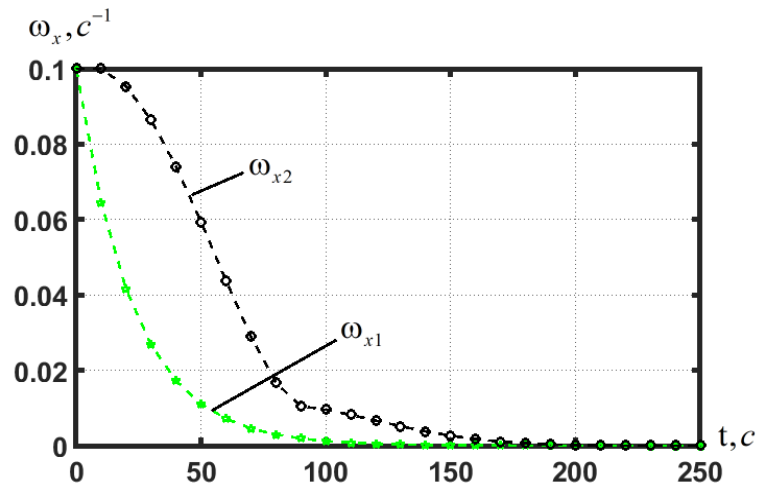


Рис. 1. Зависимость угловой скорости от времени для обеих систем (23) и (24):  
 $\omega_{x1}$  – угловая скорость при аэродинамической и массовой асимметрии,  
 $\omega_{x2}$  – угловая скорость при аэродинамической и инерционной асимметрии

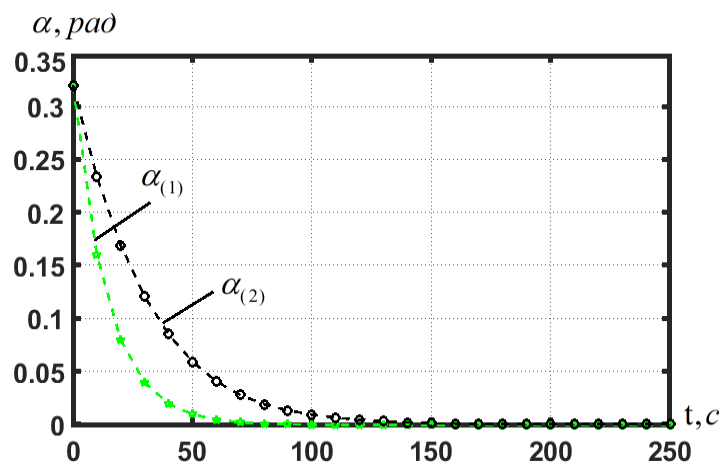


Рис. 2. Зависимость угла атаки от времени для обеих систем (23) и (24):  $\alpha_{(1)}$  – угол атаки при аэродинамической и массовой асимметрии,  $\alpha_{(2)}$  – угол атаки при аэродинамической и инерционной асимметрии

**Заключение.** В этой работе описаны результаты численного моделирования процесса оптимальной стабилизации возмущённого движения КА относительно центра масс в атмосфере Марса. Синтез оптимального управления проведён с помощью метода Беллмана при аэродинамической и массовой асимметрии и при аэродинамической и инерционной асимметрии.

Численные результаты подтверждают, что полученные выражения для оптимального управления обеспечивают снижение угловой скорости и пространственного угла атаки до величин близких к нулю за время, соизмеримое со временем от начала свободного движения неуправляемого спускаемого космического аппарата до ввода в действие тормозной парашютной системы.

Практическая значимость полученных законов двухканального управления подтверждается возможностью использования малых реактивных двигателей, работающих в дискретном режиме.

### **Библиографический список**

1. Lyubimov V.V. Numerical simulation of the resonance effect at re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere // Proceedings of International Conference Information Technology and Nanotechnology 2015. Samara, Russia, June 29 - July 1, 2015. pp. 198-210.
2. Lyubimov V.V. Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). Proceedings. – Omsk: Omsk State Technical University. 2015. IEEE Catalog Number: CFP15794-CDR.
3. Bakry I., Lyubimov V.V. Application of the dynamic programming method to ensure of dual-channel attitude control of an asymmetric spacecraft in a rarefied atmosphere of Mars // Springer: Aerospace Science Journal. 2021, 9 p.
4. Любимов В.В., Бакри И. Оптимальный непрерывный закон управления космического аппарата с массово-аэродинамической асимметрией при спуске в разреженной атмосфере Марса // VI Международная научно-техническая конференция – Проблемы Машиноведения. 2022. С. 183-192.
5. Бакри И. Приближённо-оптимальный дискретный закон управления спуском космического аппарата с асимметрией в атмосфере Марса // Вестник Московского авиационного института. 2022, Т. 29, № 2, С. 179-188.
6. Соколов Н.Л., Орлов Д.А. Проектно-баллистические исследования проблемы спуска космических аппаратов в атмосфере Марса // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 1. С. 98-106.
7. Bellman R.E. Dynamic programming // Princeton: Princeton University. 1972, 365 p.



8. Sanders D.A., Verhulst F., Murdock D. Averaging methods in nonlinear dynamical systems // New York: Springer. 2007, 434 p.

9. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере космического корабля с малой асимметрией III // Космические исследования. 1994. Т. 32. С. 112-125.

10. Kendall A., Weimin H., David S. Numerical solution of ordinary differential equations // New Jersey: John Wiley & Sons publication. 2009. 261 с.

УДК 629.197

**Боровков В.А.**

## **К ВОПРОСУ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОРБИТЫ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ИНТЕРВАЛЕ ОРБИТАЛЬНОГО ПОЛЁТА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ВКЛЮЧЕНИИ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ МАЛОЙ ТЯГИ**

Для навигационного обеспечения полёта малого космического аппарата (МКА) типа «АИСТ», разработки АО «РКЦ «Прогресс», планируется использование навигационных измерений, поступающих от навигационного приёмника (НП) установленного на борту и использующего радионавигационное поле глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. Такой подход к навигационному обеспечению космических комплексов используется с конца XX века в России и за рубежом. Сформированы и хорошо отработаны подходы к решению задачи навигационного обеспечения КА для различных схем полёта. Однако, схема полёта МКА имеет свою специфику. Она предполагает частое (до нескольких раз за сутки) включение двигательной установки малой тяги для поддержания параметров орбиты. Периодические включения двигательной установки, которые прерывают участки пассивного орбитального движения, необходимо учитывать при реализации баллистического обеспечения.

Ставится задача навигационно-баллистического обеспечения (НБО) полёта МКА, состоящая в определении оценки параметров движения  $\hat{q}(t_N)$  и, при необходимости, оценки баллистического коэффициента ( $\hat{S}_{\text{бал}}$ ) на момент времени  $t_N$  по результатам обработки векторов навигационных решений  $q(t_1), q(t_2), \dots, q(t_N)$ , которые формируются в виде шестимерных векторов в бортовом НП  $q(t_j)=(r, v)|_{t_j}=(X_j, Y_j, Z_j, V_{x_j}, V_{y_j}, V_{z_j})$  в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_N$ . При этом задача вычисления оценок  $\hat{q}(t_N)$  и  $\hat{S}_{\text{бал}}$  решается совместно на интервале  $[t_1, t_N]$  [1].