сти, учитывающий риск большой потери ресурса, является актуальным для многих приложений, например, повреждения оборудования.

Выводы

Проведенный анализ позволяет производить формирование квазиоптимальной стратегии управления подключениями объекта в нестационарных системах распределения ресурсов с множеством объектов. При этом в полной мере могут учитываться различные требования, например, желательное соотношение риска потерь ресурсов и общего количества полученных ресурсов.

Рассмотренная методика для исходных алгоритмов с дискретным по уровню выходом может быть распространена для случая алгоритмов с непрерывным выходом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Саркисов В.Г. *Задача формирования стратегии принятия решений на фондовом рынке.* Вестник СамГТУ, Серия "Технические науки" – №8, 2000, с. 42-49.
2. Тяпошкин А.И. *Параллельные вычисления в задачах оптимального управления.* Сиб. журн. выч. матем. – РАН. Сиб. отд-ние. – Новосибирск – Т.3, No.2, 2000, с.181-190.

УДК 531.01 : 629.78 : 681.51

Сомов Е.И, Бутырин С.А.

ЯВНЫЙ ЛОГИКО-ДИНАМИЧЕСКИЙ ЗАКОН НАСТРОЙКИ МИНИМАЛЬНО ИЗБЫТОЧНОЙ СИСТЕМЫ ГИРОДИНОВ ДЛЯ МАНЕВРИРУЮЩЕГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Впервые представляется *аналитическое* решение задачи синтеза явного логико-динамического закона настройки – распределения кинетического момента (КМ) силового гироскопического комплекса (СГК) минимально избыточной схемы на базе двух пар гиродинов

(ГД) с коллинеарными осями их подвеса (рис. 1), который обеспечивает *автоматическое* исключение сингулярных состояний СГК и гарантирует возможность создания вектора управляющего гироскопического момента в *произвольном* направлении для *всех внутренних* точек области вариации его суммарного КМ.

Сингулярные состояния. В прецессионной теории силовых гироскопов представления нормированного вектора КМ СГК $\mathbf{h}^c \equiv \{x_c^g, y_c^g, z_c^g\}$ в каноническом базисе (КБ) $\mathbf{E}_c^g\,(x_c^g, y_c^g, z_c^g)$ и $\mathbf{h} = \{\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}\}$ в гироскопическом базисе (ГБ) $\mathbf{E}^g\,(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ связаны соотношением $\mathbf{h}^c = \mathbf{A}_\gamma\,\mathbf{h}$, где матрица

$$\mathbf{A}_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{\gamma_1^g} & S_{\gamma_2^g} \\ 0 & -C_{\gamma_1^g} & C_{\gamma_2^g} \end{bmatrix},$$

а вектор управляющего момента СГК в КБ

$$\mathbf{M}^{\gamma}(\beta) = \mathbf{A}_{\gamma}\mathbf{A}_{h}(\beta)\cdot\dot{\beta}, \qquad (1)$$

где —

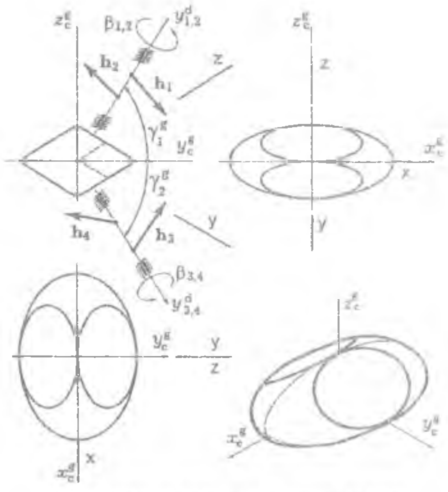

Рис. 1. Схема СГК и оболочка ее КМ

$x_p = C_{\beta_p}, p = 1:4, y_p = S_{\beta_p}, p = 1,2; z_p = S_{\beta_p}, p = 3,4; \quad S_\alpha \equiv \sin\alpha; C_\alpha \equiv \cos\alpha; \quad \beta = \{\beta_p\};$

$$x = x_{12} + x_{34}: \quad x_{12} = x_1 + x_2; \quad x_{34} = x_3 + x_4; \qquad y = y_1 + y_2 \qquad z = -(z_1 + z_2).$$

При обозначениях $\gamma = (\gamma_1^g + \gamma_2^g)/2$; $\alpha_1 = (\beta_1 + \beta_2)/2, \alpha_2 = (\beta_3 + \beta_4)/2$, $\alpha_i \in [-\pi, +\pi]$; $\delta_1 = (\beta_1 - \beta_2)/2$, $\delta_2 = (\beta_3 - \beta_4)/2$, $\delta_i \in [-\pi/2, \pi/2]$ и $\mathrm{A}_{\gamma h}(\beta) \equiv \mathrm{A}_\gamma \, \mathrm{A}_h(\beta)$ определитель матрицы *Грамма* $\Delta_G(\beta) = \det[\mathrm{A}_{\gamma h} \cdot \mathrm{A}_{\gamma h}^t]$, сигнализирующий о сингулярности преобразования (1), выражается в симметричном виде

$$\Delta_G = S_{2\gamma}^2 \cdot G; \quad G = 2\,[(C_{\alpha_1}^2 C_{\delta_1}^2 + S_{\alpha_1}^2 S_{\delta_1}^2) \cdot S_{2\delta_2}^2 + (C_{\alpha_2}^2 C_{\delta_2}^2 + S_{\alpha_2}^2 S_{\delta_2}^2)\; S_{2\delta_1}^2], \qquad (2)$$

поэтому *все естественные сингулярные состояния* СГК, в которых этот определитель принимает значение $\Delta_G = 0$, описываются *единым* соотношением

$$(C_{\alpha_i} \cdot C_{\delta_i} \cdot S_{\delta_j} \cdot C_{\delta_j} = 0)\; \& \;(S_{\alpha_i} \cdot S_{\delta_i} \cdot S_{\delta_j} \cdot C_{\delta_j} = 0), \qquad i, j \in \{1,2\}, \quad i \neq j, \qquad (3)$$

в котором нет зависимости от значения угла $2\gamma \neq n\pi$ $(n = 0,1,2...)$ между осями подвеса пар ГД. Отсюда следует принципиальная важность синтеза явного алгоритма настройки СГК в «каноническом» варианте, когда углы $\gamma_1^g = \pi/2$, $\gamma_2^g = 0$ $(2\gamma = \pi/2)$ (рис. 2).

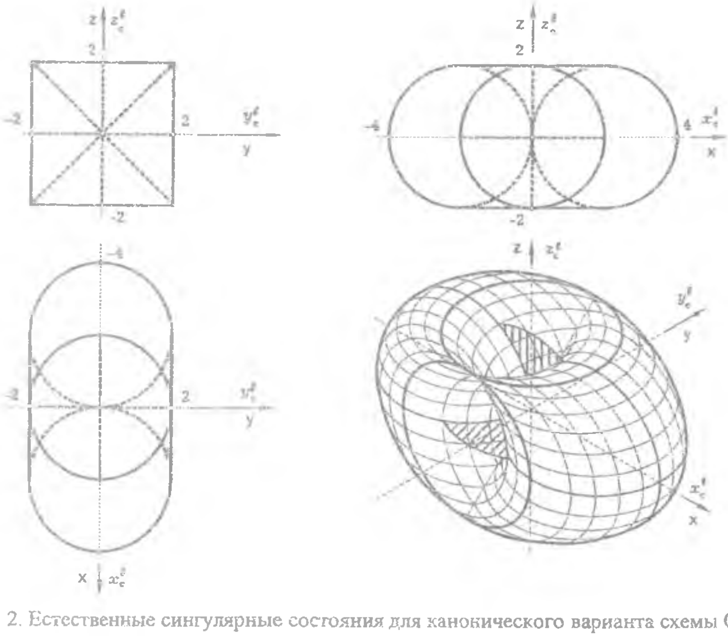

Рис. 2. Естественные сингулярные состояния для канонического варианта схемы СГК

Анализ (3) приводит к описанию *всех естественных* множеств сингулярных состояний СГК:

- $[C_{\delta_i}] \Rightarrow \delta_i = \pm\pi/2,\ i = 1,2$: обе пары ГД находятся во *внутреннем* сингулярном состоянии, при этом вектор нормированного КМ СГК $\mathbf{h} = 0$;
- $[(C_{\delta_i} = 0)\ \&\ (S_{\alpha_i} = 0)] \Rightarrow \alpha_i = 0 \vee (\pm\pi);\ \delta_i = \pm\pi/2,\ (i = 1) \vee (i = 2)$: одна из пар ГД находится во *внутреннем* сингулярном состоянии *и одновременно* векторы КМ ее гиродинов направлены перпендикулярно оси x ГБ, при этом вектор КМ $\mathbf{h}$ формируется только другой парой ГД и принадлежит соответствующему *кругу* радиуса 2 (рис. 2);
- $[(C_{\delta_i} = 0)\ \&\ (S_{\delta_j} = 0)] \Rightarrow \delta_i = \pm\pi/2, \delta_j = 0,\ i, j \in \{1,2\}, i \neq j$: одна из пар ГД находится во *внутреннем* сингулярном состоянии, а другая – во *внешнем* сингулярном состоянии, при этом конец вектора КМ $\mathbf{h}$ принадлежит *окружности* радиуса 2 (рис. 2);
- $[(S_{\delta_i} = 0)] \Rightarrow \delta_i = 0,\ i = 1,2$: обе пары ГД находятся во *внешнем* сингулярном состоянии, при этом конец вектора КМ $\mathbf{h}$ принадлежит *трехмерной* двояковыпуклой поверхности $\mathbf{S}^* = \{\mathbf{h}(x, y, z) : \varphi(x, y, z) \equiv x^2 + y^2 + z^2 \mp 2\, q_y\, q_y - 8 = 0,\ q_s \equiv \sqrt{4 - s^2}, |s| \leq 2, s = y, z\}$, где верхний знак соответствует оболочке $\partial\mathbf{S}$ области вариации $\mathbf{S}$ КМ СГК (рис. 2).

Экстремальные значения определителя Δ_G достигаются в таких конфигурациях: *локальный максимум* $\max \Delta_G = 2 \cdot S_{2\gamma}^2 \Rightarrow \alpha_i, \alpha_j = \pm\pi/2;\quad \delta_i, \delta_j = \pm\pi/2,\quad i, j \in \{1,2\}, i \neq j$, что соответствует 4 точкам $(x = 0;\ y = \pm\sqrt{2};\ z = \pm\sqrt{2})$ в области вариации $\mathbf{S}$ КМ; *глобальный максимум* $\max\max \Delta_G = (64/27) \cdot S_{2\gamma}^2 \Rightarrow \alpha_i, \alpha_j = \{0, \pm\pi\}; \delta_i, \delta_j = \{\pm\delta_p, \pi \pm \delta_p\}, i, j \in \{1,2\}, i \neq j$, где $\delta_p = \arccos(\sqrt{2/3}) = 35^\circ 25$, в трех фиксированных точках $(x = \{0, \pm 4\sqrt{2/3};\ y = 0,\ z = 0)$.

Закон настройки класса «2-SPEED» с *фиксированным* параметром ρ $(0 < \rho < 1)$

$$f_\rho(\beta) = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \rho\,(\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2 - 1) = 0;\quad \tilde{x}_1 \equiv x_{12}/q_y;\quad \tilde{x}_2 \equiv x_{34}/q_z \tag{4}$$

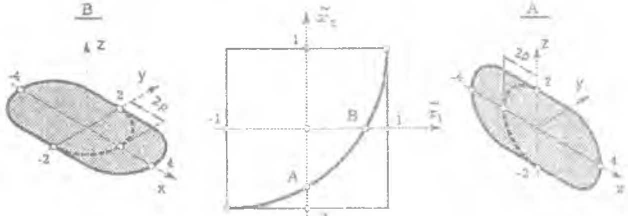

Рис. 3. Сингулярные множества СГК при законе настройки (4) – половины эллипсов

оставляет внутри области S сингулярными (но *проходимыми!*) два *одномерных* множества:

$$\mathrm{S}_y = \{(\mathrm{x}/(2\rho))^2 + (\mathrm{z}/2)^2 = 1,\ \mathrm{x} < 0; \quad \mathrm{y} = 0, \quad |y_1| = |y_2| = 0\};$$

$$\mathrm{S}_z = \{(\mathrm{x}/(2\rho))^2 + (\mathrm{y}/2)^2 = 1,\ \mathrm{x} > 0; \quad \mathrm{z} = 0, \quad |z_3| = |z_4| = 0\},$$

с двумя характерными точками в плоскости $\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2\}$: $\mathrm{A}(0,-\rho)$ и $\mathrm{B}(\rho,0)$ (рис.3). Определяя

$$\Delta(\mathbf{h},\rho) \equiv x_{12} - x_{34} = d\{1 - \sqrt{1 - 4\rho[(q_y - q_z)(\mathrm{x}/2) + \rho(q_y q_z - (\mathrm{x}/2)^2)]/d^2}\}/\rho, \quad (5)$$

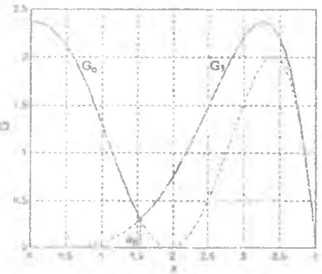

Рис. 4. Значения G для $\mathrm{y} = \mathrm{z} = 0$ при $\rho = \rho_0$ и $\rho = \rho_1$

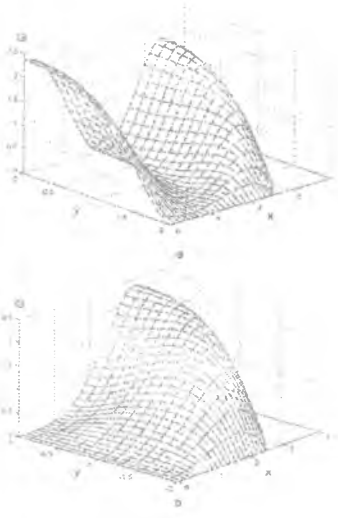

Рис. 5. Значения G для $\mathrm{z} = 0$: a) при $\rho = \rho_0$; b) при $\rho = \rho_1$

где $d \equiv q_y + q_z$, и $a_y \equiv (\mathrm{x} + \Delta)/2$, $a_z \equiv (\mathrm{x} - \Delta)/2$,

$$p(\mathbf{h},\Delta) \equiv [a_z^2 + (\mathrm{z}/2)^2]/[a_y^2 + (\mathrm{y}/2)^2],$$

функция $\mathrm{G}(\mathbf{h},\rho)$ представляется в *явном* виде

$$\mathrm{G} = [(a_y^4 + \mathrm{y}^2 q_y^2) q_z^2 p + (a_z^4 + \mathrm{z}^2 q_z^2) q_y^2 (1/p)]/8 \quad (6)$$

Логико-динамический закон настройки СГК синтезируется на основе *рациональной* логики «переключения» значения параметра ρ в (4) в зависимости от *измеряемого текущего* состояния вектора КМ $\mathbf{h}(t)$, на первом этапе без учета ограничений на скорости прецессии ГД.

Значение $\rho = \rho_0 \equiv 2\sqrt{6}/5 = 0.979795897$ выбирается из условия достижения *глобального максимума* как нормированного определителя матрицы *Грамма* G, так и радиуса r_*^c сферы *нормированного гарантированного* управляющего момента СГК в КБ для «паркового» состояния СГК, в котором вектор его КМ $\mathbf{h} = 0$ и

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi; \quad \delta_1 = \delta_2 = \delta_p.$$

При $\rho_1 \equiv 1 - \rho_0$ и $\mathrm{G}_k \equiv \mathrm{G}(\mathbf{h},\rho_k)$, $k = 0,1$, на основе *явных* соотношений (5) – (6) проведен расчет значений G_k (рис. 4, $\mathrm{a}_{\mathrm{h}} = 1.5652$ и рис. 5).

Очевидно, что простейшая логика переключения значения параметра ρ в (4) по формуле

$$\rho = \mathrm{Arg}\max\{\mathrm{G}(\mathbf{h},\rho_0), \mathrm{G}(\mathbf{h},\rho_1)\} \in \{\rho_0, \rho_1\} \quad (7)$$

гарантирует $\mathrm{G} > 0 \quad \forall\, \mathbf{h} \in \mathrm{S} \setminus \partial\mathrm{S}$ (рис. 6).

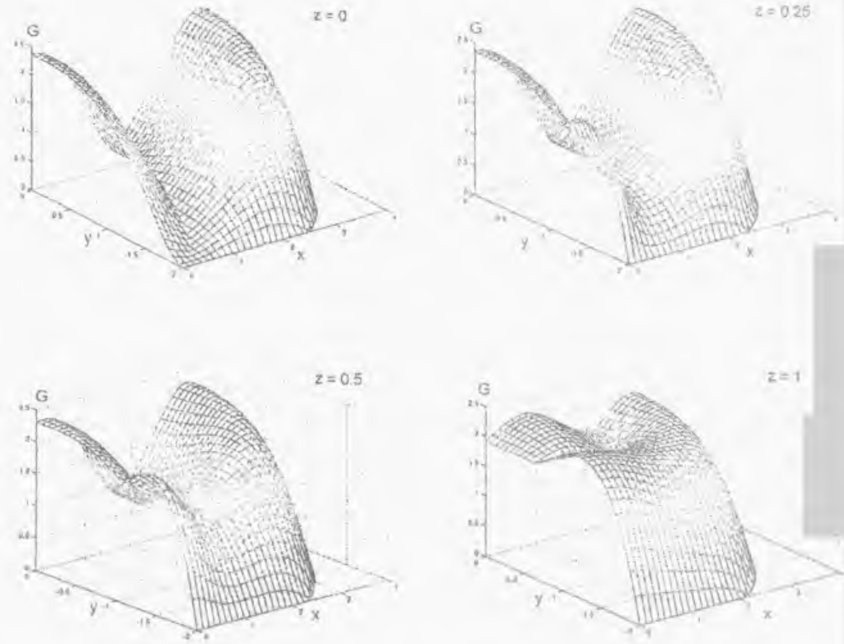

Рис. 6. Значения нормированного определителя матрицы *Грамма* G при логико-динамическом законе настройки по критерию его текущей максимизации

Как показали исследования, более эффективным является логико-динамический алгоритм настройки СГК, доставляющий *текущий* максимум радиуса r_v^c сферы *нормированного гарантированного* управляющего момента СГК в КБ: $c_s = \sqrt{a_s^2 + s^2}$, $x_s = \sqrt{4 - c_s^2} / c_s$, $s = y, z$,

$$x_{1,2} = (a_y \mp y\, x_y)/2; \qquad y_{1,2} = (y \pm a_y x_y)/2; \qquad x_{3,4} = (a_z \pm z\, x_z)/2; \quad z_{3,4} = (-z \pm a_z x_z)/2;$$

$$b_1 = |\, x_1 S_{2\delta_2} |; \quad b_2 = |\, x_2 S_{2\delta_1} |; \quad b_3 = |\, x_3 S_{2\delta_1} |; \quad b_4 = |\, x_4 S_{2\delta_1} |; \quad \tilde{r}_{12} = |\, x_1 | + |\, x_2 |; \quad \tilde{r}_{34} = |\, x_3 | + |\, x_4 |,$$

$$a_{ij} = (S_{2\gamma}^2\, x_i^2 x_j^2 + y_i^2 x_j^2 + x_i^2 z_j^2 + 2C_{2\gamma}\, x_i y_j x_j z_j)^{1/2}, \qquad \tilde{r}_{ij} = (b_i + b_j)/a_{ij}, \quad i = 1,2; \quad j = 3,4;$$

$$r_v^c(\mathbf{h}, \rho) = S_{2\gamma} \cdot \min\{\tilde{r}_{12}, \tilde{r}_{13}, \tilde{r}_{14}, \tilde{r}_{23}, \tilde{r}_{24}, \tilde{r}_{34}\}; \qquad \rho = \mathrm{Arg\,max}\{r_v^c(\mathbf{h}, \rho_0), r_v^c(\mathbf{h}, \rho_1)\} \in \{\rho_0, \rho_1\}. \quad (8)$$

Разработаны модификации явных логико-динамических алгоритмов (7) и (8) настройки СГК, которые обеспечивают его работоспособность практически $\forall\, \mathbf{h} \in \mathrm{S} \setminus \partial \mathrm{S}$ при наличии ограничений по угловым *скоростям* и *ускорениям* ГД вокруг осей подвеса, предусмотренным для *гибкой* «лавинообразной» перестройки параметра ρ явной функции распределения (4).

УДК 629.78 681.51

Сомов Е.И., Бутырин С.А., Макаров В.П., Сучков Б.К.

ЦИФРОВЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО НАВЕДЕНИЯ СЕРВИСНОГО БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ МАНЕВРИРУЮЩИХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассматриваются задачи синтеза непрерывных и дискретных алгоритмов косвенного (при неполном измерении) пространственного наведения сервисного бортового оборудования– панелей солнечных батарей (ПСБ), приемно-передающих антенн связи (ППА) и др., на ориентиры, заданные в различных базовых системах координат (СК) – связанной, орбитальной, инерциальной, с учетом конструктивных ограничений маневрирующих КА наблюдения.

На рис. 1 и 2 представлены компоновка КА наблюдения (без второго крыла ПСБ), СК в виде инерциальных базисов $\mathbf{I}_s$ (гелиоцентрическая эклиптическая СК) и $\mathbf{I}$ (геоцентрическая экваториальная СК) и подвижных базисов $\mathbf{I}_o$ (орбитальная СК), $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_i\}$ (базовая СК корпуса КА) и $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_i\}$ (СК оборудования), а также схемы отсчета основных позиционных и скоростных кинематических параметров. В наиболее общем случае орт *известного* требуемого направления является *подвижным* в *инерциальном* базисе. Таковым является, например, орт $\mathbf{s}$ направления из центра масс (ЦМ) КА $\mathbf{O}$ на Солнце, (рис.1). Все остальные варианты наведения произвольного орта в базисе $\mathbf{E}$ в направлении орта, заданного в базисе $\mathbf{I}_o$ либо базисе $\mathbf{B}$, являются частью указанной общей задачи, которая далее представляется как задача наведения нормали $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_1$ к плоскости ПСБ на Солнце.