

М.И.Гоцуляк

СТАТИСТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ УСТРОЙСТВ ОЦЕНКИ
УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КА В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрены возможности статистического синтеза устройств оценки угловой скорости КА по информации о угловом положении и управляющем угловом ускорении. Математическую модель динамической системы оценки угловой скорости по i -му каналу ($i=x, y, z$) можно получить, используя линеаризованные уравнения кинематики и динамики углового движения твердого тела /1/ с учетом закона формирования управляющего воздействия исполнительными органами. При использовании в системе стабилизации измеренного углового положения КА относительно заданного, модель динамической системы второго порядка для оценки угловой скорости по i -му каналу будет:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \omega_1; \\ \dot{\omega}_1 &= a_1 \alpha_1 + \varepsilon_{1y} + \varepsilon_{1z} + a_1 \Delta \alpha_1; \\ \alpha_{1u} &= \alpha_1 + \Delta \alpha_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где α_1 , ω_1 , α_{1u} , $\Delta \alpha_1$ - угловое положение, угловая скорость, измеренное угловое положение и ошибка измерения углового положения КА по i -му каналу соответственно; ε_{1y} , ε_{1z} - управляющее и возмущающее угловое ускорение i -го канала; a_1 - константа i -го канала ($a_1 = K_1 J_1^{-1}$ - коэффициент передачи при измеренном угловом положении КА по i -му каналу, J_1 - момент инерции КА по i -му каналу). В матричном виде модель динамической системы (1) следующая /2/:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= F_1 X_1 + C_1 U_1 + G_{11} \omega_{11} + G_{z1} A_{z1} \theta_1; \\ Z_1 &= H_1 X_1 + \theta_1. \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнениях (2) для динамической системы (1) вектор состояния X_1 , матрица состояния F_1 , вектор управления U_1 , матрица управления C_1 , вектор возмущения ω_{11} , матрицы возмущения G_{11} , G_{z1} , матрица пропорциональности A_{z1} , вектор измерения Z_1 , матрица измерения H_1 , вектор ошибки измерения θ_1 имеют следующий вид соответственно:

$$X_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \omega_1 \end{bmatrix}; \quad F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad G_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad G_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$U_1 = \|\varepsilon_{1y}\|; \quad \omega_{11} = \|\varepsilon_{1B}\|; \quad A_{21} = \|a_1\|; \quad Z_1 = \|\alpha_{1u}\|; \quad H_1 = \|1 \ 0\|; \quad \theta_1 = \|\Delta\alpha_1\|.$$

Динамическая система (1) с постоянными элементами матрицы передаточности в устройстве оценки наблюдаема в том случае, когда определитель матрицы наблюдения отличается от нуля. Матрица наблюдения составляется по известным правилам /2/. Определитель в данном случае равен 1, следовательно, динамическая система (1) наблюдаема. Если в системе стабилизации используются оцененные значения параметров углового движения (угловое положение и угловая скорость КА), то модель динамической системы оценки угловой скорости следующая:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \omega_1; \\ \dot{\omega}_1 &= \varepsilon_{1y} + \varepsilon_{1B}; \\ \alpha_{1u} &= \alpha_1 + \Delta\alpha_1, \end{aligned} \tag{3}$$

Матрица пропорциональности A_{21} - нулевая. Вид векторов состояния, управления, возмущения, измерения и ошибки измерения, а также матриц управления, возмущения и измерения для динамических систем (3) и (1) совпадают. Элементы матрицы состояния динамической системы (3) следующие: $f_{111} = f_{121} = f_{122} = 0$; $f_{112} = 1$. Определитель матрицы наблюдения отличается от нуля, поэтому динамическая система (3) наблюдаема. Таким образом, системы (1) и (3), отличающиеся структурой, позволяют оценить угловую скорость КА. Так как дифференциальные уравнения из (1) или (3) являются линеаризованными, то оцениваемая угловая скорость либо абсолютная (при $\varepsilon_{1np} = 0$), либо относительная (при $\varepsilon_{1np} \neq 0$), где ε_{1np} - программное угловое ускорение, входящее в состав управляющего углового ускорения.

Возмущающее угловое ускорение ε_{1B} в уравнениях (1) и (3) может быть вызвано отличием моментов инерции при учете ε_{1np} , наличием гравитационных и аэродинамических возмущающих воздействий и т.д. По составу возмущающее угловое ускорение можно представить в виде суммы постоянной и переменной составляющих. При наличии в составе возмущающего ускорения постоянной составляющей целесообразно расширить вектор состояния, включив в него указанную постоянную составляющую. Тогда при использовании в системе стабилизации измеренного углового положения

относительно заданного, модель динамической системы третьего порядка для угловой скорости по i -му каналу будет:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \omega_1; \\ \dot{\omega}_1 &= a_1 \alpha_1 + \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{1y} + \varepsilon_{1z} + a_2 \Delta \alpha_1; \\ \alpha_{1u} &= \alpha_1 + \Delta \alpha_1, \end{aligned} \quad (4)$$

где ε_{1x} - постоянная составляющая углового ускорения, действующего на КА.

При использовании в системе стабилизации оцененных значений параметров углового движения (угловое положение и угловая скорость КА) модель динамической системы для оценки угловой скорости следующая:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= \omega_1; \\ \dot{\omega}_1 &= \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{1y} + \varepsilon_{1z}; \\ \alpha_{1u} &= \alpha_1 + \Delta \alpha_1; \\ \dot{\varepsilon}_{1x} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Векторы состояния, управления, возмущения, измерения и ошибки измерения, а также матрицы управления, возмущения и измерения для динамических систем (5) и (4) совпадают, матрица пропорциональности - нулевая. Все элементы матрицы состояния F_1 динамической системы (5) - нулевые, кроме $f_{112} = f_{123} = 1$. Матрица наблюдения динамической системы (5) определяется аналогичным, как для системы (4), образом. Определитель матрицы наблюдения равен 1, следовательно динамическая система (5) наблюдаема. Вектор ε_{1z} - гауссовский, с ненулевым математическим ожиданием в динамических системах второго порядка и нулевым математическим ожиданием в динамических системах третьего порядка, с известной интенсивностью Q_{ε_1} , вектор $\Delta \alpha_1$ - гауссовский, с ненулевым математическим ожиданием $\Delta \alpha_{1x}$ и известной интенсивностью R_{α_1} . Этим заканчивается описание математических моделей динамических систем для оценки угловой скорости.

Общий вид уравнений, описывающих работу устройств оценки вектора состояния непрерывных динамических систем (1) и (4) со стационарной матрицей передачи K_1 , следующий:

$$\dot{X}_1 = F_1 X_1 + G_1 U_1 + (K_1 + G_{z1} A_{z1})(Z_1 - H_1 X_1), \quad (6)$$

где $\hat{X}_1 = \|\hat{\alpha}_1 \hat{\omega}_1\|$, $K_1 = \|K_{11} K_{21}\|$ - для систем второго порядка, $\hat{X}_1 = \|\hat{\alpha}_1 \hat{\omega}_1 \hat{\varepsilon}_{1П}\|$, $K_1 = \|K_{11} K_{21} K_{31}\|$ - для систем третьего порядка. Для динамических систем (3) и (5) $A_{21} = 0$. Подставляя уравнения (2) и (6) в уравнения ошибок $\tilde{X}_1 = X_1 - \hat{X}_1$, получим:

$$\dot{\tilde{X}}_1 = [F_1 - (K_1 + G_{21}A_{21})H_1] \tilde{X}_1 + G_{11}\omega_{11} - K_1\vartheta_{11}, \quad (7)$$

где \tilde{X}_1 - ошибка оценки вектора состояния. Для определения влияния постоянных составляющих в векторах ω_{11} и ϑ_{11} на ошибку оценки X_1 положим $\dot{\tilde{X}}_1 = 0$, т.е. устройство оценки работает в установившемся режиме. Тогда из (7) следует:

$$\tilde{X}_{1П} = [F_1 - (K_1 + G_{21}A_{21})H_1]^{-1} (K_1\vartheta_{1П} - G_{11}\omega_{1П}), \quad (8)$$

где $\tilde{X}_{1П}$, $\vartheta_{1П}$, $\omega_{1П}$ - постоянные составляющие векторов ошибок оценок, ошибок измерения и возмущения соответственно.

Структуру устройств оценки векторов состояния динамических систем (1) и (3) получим по уравнению (6), подставляя выражения входящих матриц и векторов:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}}_1 &= \hat{\omega}_1 + K_{11}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\hat{\omega}}_1 &= \varepsilon_{1y} + a_1\alpha_{1u} + K_{21}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \end{aligned} \right\} \text{ для динамической системы (1),}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}}_1 &= \hat{\omega}_1 + K_{11}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\hat{\omega}}_1 &= \varepsilon_{1y} + K_{21}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \end{aligned} \right\} \text{ для динамической системы (3).}$$

Структуру устройств оценки векторов состояния динамических систем (4) и (5) получим аналогичным образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}}_1 &= \hat{\omega}_1 + K_{11}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\hat{\omega}}_1 &= \varepsilon_{1y} + \hat{\varepsilon}_{1П} + a_1\alpha_{1u} + K_{21}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\hat{\varepsilon}}_{1П} &= K_{31}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1). \end{aligned} \right\} \text{ для динамической системы (4).}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}}_1 &= \dot{\omega}_1 + K_{11}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\hat{\omega}}_1 &= \varepsilon_{1y} + \dot{\varepsilon}_{1\pi} + K_{21}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1); \\ \dot{\varepsilon}_{1\pi} &= K_{31}(\alpha_{1u} - \hat{\alpha}_1). \end{aligned} \right\} \text{ для динамической системы (5).}$$

Ошибку оценки компонент вектора состояния динамической системы (1) или (3) получим, используя выражение (8), а также выражения входящих векторов и матриц, при этом $\dot{\hat{\omega}}_{1\pi} = \Delta\alpha_{1\pi}$, $\omega_{1\pi} = \varepsilon_{1\pi}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{1\pi} &= -\Delta\alpha_{1\pi} + K_{21}^{-1}\varepsilon_{1\pi}; \\ \tilde{\omega}_{1\pi} &= K_{11}K_{21}^{-1}\varepsilon_{1\pi}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из выражений (9) следует, что устройство оценки второго порядка позволяет оценить угловую скорость только совместно с редуцированной постоянной составляющей возмущающего углового ускорения. Аналогичным образом получим ошибку оценки вектора состояния динамической системы (4) или (5): $\tilde{\alpha}_{1\pi} = -\Delta\alpha_{1\pi}$; $\tilde{\omega}_{1\pi} = 0$; $\tilde{\varepsilon}_{1\pi} = -\varepsilon_{1\pi}$. Из приведенных значений ошибок оценки вектора состояния следует, что постоянная составляющая возмущающего углового ускорения в устройстве оценки третьего порядка не влияет на оценку угловой скорости.

Элементы матрицы передачи в устройствах оценки необходимо определять из условий устойчивости процесса оценки (собственное движение), минимума дисперсии ошибки оценки угловой скорости при стационарной матрице передачи и с учетом характера собственного движения (апериодический или колебательный) устройств оценки. Изменение элементов корреляционной матрицы для динамических систем (1) и (4) описывается уравнением:

$$\begin{aligned} \dot{P}_1 &= [F_1 - (K_1 + G_{21}A_{21})H_1]P_1 + P_1[F_1 - (K_1 + G_{21}A_{21})H_1]' + \\ &+ K_1R_{\alpha_1}K_1' + G_{11}Q_{\varepsilon_1}G_{11}' \end{aligned} \quad (10)$$

Для динамических систем (3) и (5) матрица пропорциональности нулевая. В статистически установившемся состоянии $\dot{P}_1 = 0$. Из условий минимума $P_{\omega_1\omega_1}$ для динамических систем (1) и (3): $K_{11} = \sqrt{4Q_{11}R_{\alpha_1}^{-1}}$;

$K_{z1} = \sqrt{Q_{11} R_{\alpha 1}^{-1}}$. Для динамических систем (4) и (5) из условий минимума $P_{\omega^1 \omega^1}$ и из условий устойчивости по

Гурвицу: $K_{11} = \sqrt{4Q_{11} R_{\alpha 1}^{-1}}$; $K_{z1} = \sqrt{Q_{11} R_{\alpha 1}^{-1}}$; $K_{z1} = a K_{11} K_{z1}$, где $a < 1$.

В результате исследований синтезированы устройства оценки второго и третьего порядков определения угловой скорости КА в относительном движении по информации об угловом положении и управляющем угловом ускорении. Показано, что постоянные составляющие ошибки измерения углового положения КА и возмущающего углового ускорения не влияют на ошибку оценки угловой скорости в относительном движении.

Список литературы

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. - М.: ГИИМЛ, 1961.
2. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. - М.: Энергия, 1973.

УДК 629.2

А.П.Долгинцев

ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ НАВИГАЦИОННОЙ ТОЧНОСТИ СРНС ДЛЯ НИЗКОВЫСОТНЫХ КА

Поля навигационных точностей (или погрешностей) СРНС используются при исследовании их точностных характеристик применительно к различным типам потребителей навигационной информации, в том числе низкоорбитальных КА с высотой полета до 2000 км /1/. Структурно поля являются многомерными данными (размерность равна числу параметров орбиты КА). Компактное и понятное исследователю описание этой структуры возможно при использовании методологии разведочного анализа данных (РАД) /2/.

При обеспечении видимости потребителем навигационной информации, передаваемой СРНС, не менее 4 навигационных ИСЗ (НИСЗ), а также удачном (некомпланарном) их геометрическом размещении структура полей