

РЕЗОНАНСНЫЙ ЭФФЕКТ ПРИ ВОЗМУЩЕННОМ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ СПУТНИКА С СИЛЬНЫМ МАГНИТОМ НА БОРТУ

Рассматривается движение спутника с магнитом на борту, по околоземной эллиптической орбите относительно центра масс. Магнит формирует основной восстанавливающий момент спутника. Возмущающее влияние оказывают моменты от малого смещения вектора напряженности от оси симметрии спутника, малые моменты от действия активной системы ориентации и диссипативный момент демпфера. Указанные возмущающие факторы способствуют реализации вторичного резонансного эффекта при вращательном движении спутника.

Вращательное движение намагниченного спутника подробно рассмотрено в монографии [1] и в значительном числе статей. В настоящей работе остановимся на изучении динамики движения намагниченного спутника относительно центра масс, имеющего малое отклонение вектора напряженности магнита от оси симметрии спутника и демпфер вязкого трения [2]. В качестве основного восстанавливающего момента будем рассматривать магнитный момент спутника, обусловленный смещением магнита от центра масс спутника вдоль оси симметрии. К возмущающим факторам относятся: момент, вызванный отклонением вектора напряженности магнита от оси спутника, момент от действия микроЖРД и диссипативный момент демпфера.

Определим силовые факторы, определяющие движение относительно центра масс спутника за счет влияния магнитных сил. Так главный момент внешних сил равен

$$\overline{M} = \overline{d}_M \times \overline{H}, \quad (1)$$

$$\overline{M} = (M_x, M_y, M_z), \quad M_x = d_y H_z - d_z H_y, \quad M_y = d_z H_x - d_x H_z,$$

$$M_z = d_x B_y - d_y B_x; \quad \overline{d}_M = (d_x, d_y, d_z) - \text{модуль отклонения магнитного момента спутника,}$$

$d_x = d_M \cos \varepsilon_1$, $d_y = -d_M \sin \varepsilon_1$, $d_z = 0$ (при задании нулевого значения d_z следующие выражения принимают более простой вид без потери общности результатов)

d_M – модуль магнитного момента спутника; $\overline{H} = (H_x, H_y, H_z)$ – вектор напряженности

магнитного поля. Модуль \overline{H} находится из выражения: $H = \frac{\mu_0}{r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}$, где

$$\mu_0 = 7.87 * 10^{15} \text{ тлм}^3 - \text{магнитная постоянная Земли, } r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta} - \text{расстояние от}$$

спутника до центра планеты.

Аргумент широты u находится из уравнения

$$\dot{u} = \omega_0 \frac{(1 + e \cos \theta_u)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} - \dot{\Omega} \cos i, \quad (2)$$

где e – эксцентриситет орбиты спутника, i – наклонение орбиты, $\dot{\Omega}$ – долгота восходящего узла, $u = \theta_u + \omega_\pi$, θ_u – истинная аномалия, ω_π – аргумент перигентра, $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_3}{a^3}}$ – угловая скорость движения спутника по орбите, K_3 – гравитационная постоянная Земли, $K_3 = 3,986 * 10^5 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$, a – большая полуось орбиты спутника, $\dot{\Omega}$ – угловая скорость прецессии орбиты, i – наклонение орбиты, u – аргумент широты.

С учетом диссипативных моментов демпфера сухого трения, который обеспечивает минимальное время гашения колебаний в плоскости угла нутации по сравнению с другими типами демпферов [3], $M_x^\omega = M^\omega \omega_x$, $M_y^\omega = M^\omega \omega_y$, $M_z^\omega = M^\omega \omega_z$ и моментов $\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_z$, осевые составляющие главного момента \bar{M} примут вид

$$M_x = -d_v \sin \xi H \sin \theta \sin \phi + \Delta M_x + M^\omega \omega_x, \quad (3)$$

$$M_y = -d_m \cos \xi H \sin \theta \sin \phi + \Delta M_y + M^\omega \omega_y, \quad (4)$$

$$M_z = -d_m \cos \xi H \sin \theta \cos \phi + d_v \sin \xi B \cos \theta + \Delta M_z + M^\omega \omega_z. \quad (5)$$

Далее уравнение для угловой скорости ω_x усредняется на нерезонансных участках движения с помощью стандартной процедуры усреднения [4] по быстрой фазе φ . В результате получим

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = \varepsilon A_1^\omega + \varepsilon^2 A_2^\omega, \quad (6)$$

$$\text{где } A_1^\omega = \frac{\Delta M_x}{I_x},$$

$$A_2^\omega = \frac{m^A \cos \phi_A d_m \sin \xi B \cos \theta}{2I_x(\omega_x - \omega_{1,2})} \pm \frac{\Delta M_y d_m \sin \xi B \sin \theta}{4I_x I \omega_0 (\omega_x - \omega_{1,2})} + \frac{\partial \omega_{1,2}}{\partial \theta} \frac{m^A \cos \phi_A d_m \sin \xi B \sin \theta}{2I_x(\omega_x - \omega_{1,2})^2},$$

$$m^A = ((m_1^A)^2 + (m_2^A)^2)^{1/2}, \quad m_1^A = (F^{(\theta)})^{-1} [(1 + \bar{I}_x) \omega_x - 3\omega_{1,2}] \frac{\Delta M_y}{I},$$

$$\cos \phi_A = -m_1^A / m^A, \quad \sin \phi_A = m_2^A / m^A,$$

$$m_2^A = (F^{(n)})^{-1} \{ [-(1 + \bar{I}_x) \omega_x + 3\omega_{1,2}] \frac{d_u \sin \xi H \cos \theta + \Delta M_z}{I} + (F^{(n)})^{-1} \frac{d_u \sin \xi H \sin^2 \theta \omega_{1,2}}{I \cos \theta} \}$$

$$\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x \pm \omega_a}{2}, \quad \omega_a = \left(\frac{\bar{I}_x^2 \omega_x^2}{4} + \omega^2 \right)^{1/2}, \quad m^A \text{ и } \varphi_A - \text{некоторые обобщенные параметры}$$

асимметрии магнитного поля спутника. Особенностью найденного усредненного уравнения (6) является наличие в знаменателях соответствующих выражений расстройек частот $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2}$, величина которых определяет влияние вторичных резонансных эффектов на поведение траектории рассматриваемой системы (при выполнении условия $\Delta M_x = 0$).

Резонансное значение угловой скорости ω_x^r определяются из уравнения $\Delta = 0$ в следующем виде: $\omega_x^r = \pm \omega(1 - I_x)^{1/2}$, ω – величина угловой скорости спутника при $\omega_x = 0$.

Рассмотрим характерные вторичные резонансные эффекты, проявляющиеся в усредненном уравнении (6) для угловой скорости ω_x . На рис. 1 представлены основные виды этих эффектов при эволюции $\omega_x(t)$. Расчеты угловой скорости ω_x производились по исходной нелинейной системе движения спутника, исходя из целесообразности представления результатов как в нерезонансных, так и в резонансных случаях. В то же время наблюдается качественное совпадение результатов расчетов при вычислении ω_x по исходным нелинейным уравнениям, приближенным низкочастотным уравнениям и усредненному уравнению (6). Исходные данные для движения спутника согласно рис. 1 имеют вид: $I_x = 20 \text{ кгм}^2$, $I = 120 \text{ кгм}^2$, $\Delta M_y = -0.2$, $\Delta M_v = \Delta M_z = 0$, $u(0) = 90^\circ$, $\psi(0) = 0$, $\theta(0) = 5^\circ$, $\phi(0) = 90^\circ$, $i = 90^\circ$, $e = 0.85$, начальная высота полета $h(0) = 400 \text{ км}$. длина и радиус спутника $L = 3 \text{ м}$ и $R = 0.5 \text{ м}$, $M^\omega = -0.1$, $\omega_x(0) = 0.55 \text{ с}^{-1}$ (кривая 1), $M^\omega = -0.3$, $\omega_x(0) = 0.6 \text{ с}^{-1}$ (кривая 2), $M^\omega = -0.1$, $\omega_x(0) = 0.55 \text{ с}^{-1}$, $i = 0$ (кривые 3, 7), $M^\omega = -0.1$, $\omega_x(0) = 0.65 \text{ с}^{-1}$, $i = 90^\circ$, $e = 0$ (кривая 4), $M^\omega = -0.1$, $\omega_x(0) = -0.65 \text{ с}^{-1}$, $i = 90^\circ$, $e = 0.85$ (кривая 5).

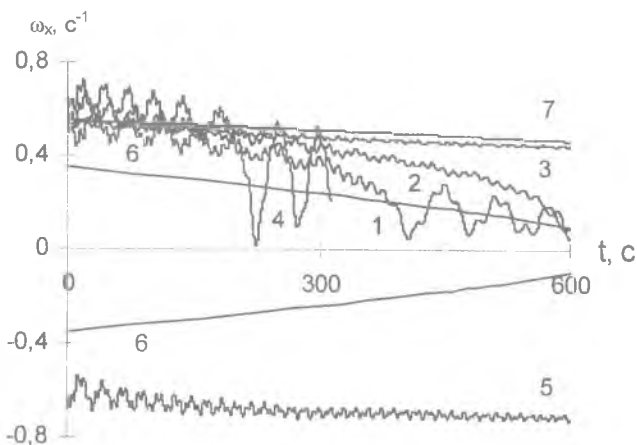


Рис. 1

Кривая 1 при $\omega_x(0) = 0.55c^{-1} > \omega_x^r(0)$ угловая скорость ω_x за счет влияния резонансного эффекта, когда в уравнении (6) производная $\langle d\omega_x/dt \rangle < 0$, эволюционирует до резонансного значения ω_x^r (кривая 6) с последующим захватом в длительный резонансный режим. При резонансе, когда $\Delta = 0$, угловая скорость ω_x медленно уменьшается до нуля, что объясняется влиянием демпфирующего момента M^ω . Эта закономерность может быть использована для гашения угловой скорости путем создания условий для реализации длительного резонанса. Кроме того, при резонансе происходит увеличение угла нутации до 90 градусов. Кривая 2 иллюстрирует влияние демпфирующего момента M^ω на характер нерезонансной эволюции ω_x . Следует, что увеличение величины M^ω не приводит к качественным отличиям в поведении ω_x по сравнению со случаем втрое меньшего значения момента M^ω (кривая 1). Кривая 3 показывает медленную эволюцию угловой скорости при полете спутника по экваториальной траектории ($i = 0$). В отличие от полета по полярной траектории при $i = 90^\circ$ (кривые 1 и 2) эволюция в данном случае проявляется значительно медленнее, однако качественный характер ее сохраняется неизменным. Кривая 4 характеризует случай полета по круговой орбите. При этом эволюционный эффект проявляется сильнее по сравнению с полетом по эллиптическим орбитам, что можно объяснить следующим образом. На рис. 1 (кривая 5) отрицательная ветвь резонансной кривой 6, в отличие от положительной, является "отталкивающей", а не "притягивающей", и угловая скорость ω_x удаляется от своих отрицательных резонансных значений. Кривая 7 определяет поведение угловой

скорости ω_x при тех же исходных данных, что и для кривой 3. Однако она в отличие от кривой 3 построена, исходя из усредненного уравнения (6).

Таким образом, наблюдается качественное совпадение результатов расчетов угловой скорости ω_x по исходному нелинейному уравнению и усредненному уравнению (6) для всех показанных на рис. 1 нерезонансных случаев движения спутника.

Из полученных результатов следует, что если нет ограничений на величину угла θ , то угловую скорость ω_x можно погасить за счет реализации вторичного резонансного эффекта с последующим переходом в длительный резонанс, поскольку, как это показано на рис. 1 (кривая 1), угловая скорость эволюционирует при этом практически до нулевого значения. Из уравнения (6) следует, что для обеспечения данных результатов требуется изготавливать спутник с определенным значением параметра асимметрии ϕ_A и поддерживать заданное значение этого параметра в процессе эксплуатации спутника.

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника. М: Наука, 1985.
2. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М: Наука, 1965.
3. Боевкин В.И., Гуревич Ю.Г., Павлов Ю.Н., Толстоусов Г.Н. Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. М: Главная редакция физико-математической литературы, Наука, 1976.
4. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М: Наука, 1969.