

Елисеев И.В.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ СЕАНСОВ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИ ОТСУТСТВИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Показатели эффективности выполнения целевой задачи космическим аппаратом дистанционного зондирования Земли (КАДЗЗ), такие как информационная производительность, линейное разрешение на местности, сдвиг изображения, сферическая ошибка по положению и по скорости непосредственно зависят от параметров движения центра масс КАДЗЗ [1]. В связи с этим КАДЗЗ нуждается в высокоточном координатно-скоростном навигационном определении.

Повышенным требованиям к точности навигационных определений в настоящее время наиболее полно удовлетворяют спутниковые радионавигационные системы (СРНС). Одним из приоритетных направлений развития аппаратуры потребителя информации от СРНС является ее объединение с другими источниками навигационной информации в интегрированные навигационные комплексы. Большинство подвижных объектов имеют в составе своего оборудования помимо приемников сигналов от СРНС автономные нерадиотехнические системы, основными из которых являются инерциальные навигационные системы (ИНС). Типовая ИНС может состоять из триады датчиков углового движения, триады акселерометров, электронных блоков, процессора с программным обеспечением и интерфейса с аппаратурой СРНС. Из состава ИНС, реализуемых на борту КАДЗЗ, может быть исключен блок акселерометров, поскольку в силу определенности движения информация о параметрах движения центра масс КАДЗЗ может быть получена из математической модели движения, запрограммированной в БЦВМ.

Дальнейшее совершенствование навигационной аппаратуры, включающей в себя приемник сигналов от СРНС, связано с улучшением алгоритмического обеспечения, которое в свою очередь может происходить за счет оптимизации планирования размещения сеансов навигационных определений (СНО) по СРНС на временных интервалах функционирования КАДЗЗ. Применительно к ИНС/СРНС интегрированным системам это направление оптимизации состоит в определении при заданных ограничениях на трудоемкость навигации (фик-

сированном количестве СНО по СРНС), размещения СНО по СРНС на временном интервале функционирования КАДЗЗ, минимизирующего ошибки ИНС (или математической модели движения) и, как следствие, доставляющее минимум критериям оптимальности, сформированных на основе показателей эффективности КАДЗЗ. В математической постановке данная задача при допущении, что обработка измерительной информации осуществляется по алгоритму, представляющему собой фильтр Калмана, представляет собой задачу оптимального управления динамической системой, описываемой дифференциальным уравнением типа Риккати [2]. Если рассматривать эту задачу в дискретном виде, то модель оптимизируемой системы задается соотношениями [2]:

$$\begin{cases} K_i^* = (K_i^{-1} + \gamma_i D_{\eta_i}^{-1})^{-1}, \\ K_i = A_{i,i-1} K_{i-1}^* A_{i,i-1}^T + D_{\xi_i}, \quad i \in 1, \dots, N, \quad K_0^* = K_0, \end{cases} \quad (1)$$

где K_i^* - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС/СРНС; K_i - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС; D_{ξ} - ковариационная матрица случайных возмущений, действующих на ИНС; D_{η} - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по СРНС; параметр γ_i формализует программу проведения СНО по СРНС и принимает значения 1, если i -й момент СНО проводится, и 0, если не проводится; N - количество подинтервалов дискретности, на которые разбивается временной интервал функционирования КАДЗЗ; $A_{i,j-1}$ матрица, определяемая выбранной математической моделью движения.

Критерии оптимальности, по которым оптимизируется система (1), отражают специфику показателей эффективности КАДЗЗ и имеют вид:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{tr} \{ C^T K_i^* C \}, \quad (2)$$

где C - нормирующая матрица, определяющая вид конкретного критерия оптимальности.

Ограничение на трудоемкость навигации записывается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i = N_{\Sigma}, \quad (3)$$

где N_{Σ} - количество СНО по СРНС

Таким образом, задача оптимального размещения СНО по СРНС состоит в выборе такой последовательности значений управляющей функции γ_i , которая, удовлетворяя ограниче-

нию (3), переводила бы систему (1) из начального состояния в конечное, доставляя минимум критерию оптимальности. Непосредственное решение этой задачи [3] затруднительно из-за нелинейности оптимизируемой системы (1), и поэтому для решения используется подход, основанный на переходе к эквивалентной задаче [2]. В соответствии с [2] эквивалентная оптимизируемая система имеет вид:

$$\begin{cases} S_{i,j} = S_{i-1,j} + \gamma_i R_{i,j} Q_{i,j}, \\ Q_{i,j} = Q_{i-1,j} + V_{i,j} S_{i-1,j}, \end{cases} \quad i=1, \dots, j, \quad j=1, \dots, N. \quad (4)$$

Здесь $R_{i,j} = (A_{j,i-1}^T)^{-1} D_{\pi}^{-1} A_{j,i-1}^{-1}$; $V_{i,j} = A_{j,j} D_{\xi} A_{j,j}^T$; $S_{i,j}, Q_{i,j}$ - матрицы, определяемые из соотношения

$$K_{i,j} S_{i,j} = Q_{i,j}, \quad (5)$$

где $K_{i,j} = A_{j,j} K_i^* A_{j,j}^T$ - прогнозируемая на момент j матрица K_i^* .

Эквивалентный критерий оптимальности с учетом ограничения:

$$S_{i,j} = C \quad (6)$$

записывается в виде:

$$I^{j,k\theta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \text{tr} \{ C^T Q_{j,j} \}. \quad (7)$$

Применение к эквивалентной задаче (4)-(7) с учетом (3) формализма дискретного принципа максимума Понтрягина позволяет получить необходимые условия оптимальности в виде:

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in G, \\ 0, & \text{если } i \notin G, \end{cases} \quad (8)$$

где $G = \{i_1, i_2, \dots, i_{N_k}\} : M_{i_1} \geq M_{i_2} \geq \dots \geq M_{i_{N_k}} \geq M_k, \quad \forall k \in G$ - множество дискретных моментов времени, в которые программная последовательность $\{M_i\}$ с элементом:

$$M_i = \sum_{j=1}^N \text{tr} \{ Q_{i,j}^T R_{i,j} Q_{i,j} \} \quad (9)$$

достигает своих N_{Σ} наибольших значений.

Соотношения (4),(5),(6),(8),(9) определяют следующую краевую задачу: для системы (4) необходимо подобрать такие начальные матрицы $S_{0,j}$, чтобы система переводилась из состояния $(S_{0,j} : K_{0,j} S_{0,j})^T$ в состояние $(C : Q_{i,j})^T$ (где на $Q_{i,j}$ не накладывается никаких ограничений) с помощью управления, определяемого из условий (8),(9) и (3).

Решение краевой задачи предлагается вести методом Крылова-Черноусько [4], в соответствии с которым методом последовательных приближений определяется неподвижная точка $S_{0,j}$ некоторого оператора $A\{S_{0,j}\}$, т.е. точка, удовлетворяющая уравнению:

$$S_{0,j} = A\{S_{0,j}\}. \quad (10)$$

Важнейшим средством повышения эффективности численного решения краевой задачи является выбор такого начального приближения для размещения СНО, которое обеспечивало бы быструю сходимость итерационной процедуры. В качестве такового предлагается использовать решение аналогичной краевой задачи при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС. В этом случае за счет упрощения эквивалентной системы (4) ($V_{i,j} = 0$, $Q_{i,j} = Q_{i-1,j} = const$) и возможности проинтегрировать упрощенную систему сначала в прямом, а затем в обратном времени, оператор $A\{\bullet\}$ может быть записан в явном виде:

$$A\{S_{0,j}\} = C - B_j S_{0,j}, \quad (11)$$

где B_j определяется соотношением:

$$B_j = \left[\sum_{i=1}^j \gamma_i R_{i,j} \right] K_{0,j}. \quad (12)$$

Кроме того, при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС, может быть получено аналитическое выражение для выбора начального приближения:

$$M_i^0 = \sum_{j=1}^N \{K_{0,j} R_{i,j} K_{0,j}\}. \quad (13)$$

В результате алгоритм решения данной краевой задачи будет состоять из следующей последовательности действий:

1. По соотношениям (13), (8) строится программная последовательность и определяется начальное приближения управления $\{Y_i^0\}$.
2. Задается начальное приближение матрицы $S_{0,j}$.
3. По соотношениям (11),(12) с использованием управления $\{Y_i^0\}$ определяется образ аргумента $S_{0,j}^0$ - матрица $S_{0,j}^1$.
4. Для i , удовлетворяющих условию:

$$i < i_{\Pi}, \text{ где } i_{\Pi} = \max\{i_1, i_2, \dots, i_{N_{\Sigma}}\}, \quad (14)$$

рассчитывается матрица $Q_{0,j}^1$ по соотношению (5) и производится пересчет элементов программной последовательности по соотношению (9). Элементы программной последовательности, не удовлетворяющие условию (14), принимаются равными элементам программной последовательности на предыдущей итерации.

5. Определяется новое приближение управления $\{\psi_i^1\}$ по соотношению (8).

Далее действия 3-5 повторяются с заменой индекса итерации на 2,3, и т.д. Процесс последовательных приближений завершается, когда будет выполнено условие $|S_{0,j}^l - S_{0,j}^{l-1}| \leq \Delta$, где Δ - матрица, определяющая точность.

Для определения программ размещения СНО по СРНС в случае отсутствия случайных возмущений рассматривался КАДЗЗ, функционирующий на околокруговой орбите высотой $H=400$ км. На временных интервалах планирования различной протяженности (от 1 до 16 витков) размещались СНО в количестве N_Σ от 1 до 5. В качестве вектора ошибок ИНС взят 6-мерный вектор, элементами которого являются проекции ошибок координат и скорости на оси орбитальной системы координат, и поэтому размерность матрицы K_i $[6 \times 6]$. Принималась известная математическая модель движения КАДЗЗ, описывающая возмущенное движение в отклонениях от околокруговой орбиты [5]. Для упрощения формализации процесса навигационных определений по СРНС использовались аппроксимационные модели поля потенциальной точности навигационных определений, создаваемого СРНС [6]. В качестве критериев оптимальности рассматривались критерии, определяющие среднее на временном интервале планирования значение для ухудшения информационной производительности I_1 , ухудшения линейного разрешения на местности I_2 , возрастания сдвига изображения на местности I_3 , возрастания сферической ошибки по положению I_4 , возрастания сферической ошибки по скорости I_5 .

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

1. Для критериев I_1 и I_4 оптимальное размещение СНО одинаково и подчиняется правилу равномерного размещения СНО на временном интервале планирования:

$$t_k = k \frac{N}{N_\Sigma + 1}, \quad k = 1 \dots N_\Sigma, \quad (15)$$

где t_k - дискретный момент времени проведения СНО.

Для критериев I_2, I_3, I_5 оптимальное размещение СНО одинаково и зависит от соотношения количества размещаемых СНО N_{Σ} и протяженности интервала функционирования КАДЗЗ (интервала планирования), подчиняясь правилу:

$$\begin{cases} i_k = \frac{1}{2} k \frac{N}{N_{\text{штукое}}}, & \text{если } N_{\Sigma} < N_{\text{штукое}} \\ i_k = k \frac{N}{N_{\Sigma} + 1}, & \text{если } N_{\Sigma} \geq N_{\text{штукое}} \quad k = 1 \dots N_{\Sigma}. \end{cases} \quad (16)$$

Вывод об идентичности программы размещения СНО для некоторых критериев соответствует результатам, полученным методом перебора [7].

2. С увеличением порядка аппроксимационной модели поля потенциальной навигационной точности [6] оптимальные моменты времени проведения СНО смещаются в направлении участков поля, описываемых с более высокой точностью. Величина смещения с возрастанием порядка аппроксимационной модели уменьшается. С возрастанием протяженности временного интервала планирования до 6 витков смещение моментов времени, обусловленное возрастанием порядка аппроксимационной модели поля, становится пренебрежимо малым. Поэтому аппроксимационные модели высокого порядка предлагается использовать на коротких интервалах планирования (до 6 витков), а модели малого порядка на продолжительных (свыше 6 витков включительно) интервалах планирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоконов И.В. Модели критериального базиса космических систем наблюдения для оптимизации навигации по спутниковым радионавигационным системам. // Сб. трудов VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 1996, ч 1, с.35-38.
2. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1989.
3. Черноусько Ф.Л., Колмановский В.Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. - М.: Наука, 1980.
4. Крылов И.А., Черноусько Ф.Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления. // ЖВМ и МФ 1962, Т2, №6, с 142-153
5. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука 1969.

6. Белоконов И.В., Елисеев И.В. Исследование условий оптимальности программ проведения измерений при спутниковой радионавигации КА при отсутствии шумов в модели движения. // Сб. трудов IX Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 1999. ч.1, с.47-52.
7. Белоконов И.В., Елисеев И.В. Результаты численных исследований проблемы оптимального размещения сеансов навигационных определений при использовании СРНС. // Сб. трудов VIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 1998, с.109-113.