

8. Баранов, А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты / А.А. Баранов. – Москва: – Изд-во «Спутник +», 2016. – 512 с.

9. Curtis, H. Orbital Mechanics for Engineering Students / H. Curtis. – 4th ed. – Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2020. – 946 p.

10. Clohessy, W. Terminal guidance system for satellite rendezvous / W. Clohessy, R. Wiltshire // J. Astronaut. Sci. – 1960. – vol. 27, № 9. – pp. 653–678.

11. Schweighart, S. High-fidelity linearized J2 model for satellite formation flight / S. Schweighart, R. Sedwick // J. Guid. Control. Dyn. – 2002. – vol. 25, № 6. – pp. 1073–1080.

12. Somov, Ye. Control of a space robot approaching mini-satellites in low-orbit Earth survey constellation / Ye. Somov, S. Butyrin, S. Somov // In: Proc. 2023 30th St. Petersburg Intern. Conf. on Integrated Navigation Systems. – 2023. – pp. 1–4.

УДК 629.785

Старинова О.Л., Лобыкин А.А., Ду Ч.

ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ ПЕРЕЛЁТОВ КА С ЭРДУ НА ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ГАЛО-ОРБИТЫ С НИЗКОЙ ОКОЛОЗЕМНОЙ ОРБИТЫ

Введение. Создание и функционирование постоянно действующей лунной обитаемой базы в окрестности южного полюса Луны потребует формирования специальных обслуживающих орбитальных группировок. По крайней мере, потребуется размещение в окололунном пространстве космических систем связи и навигации. Известно, что гравитационное поле Луны обладает специфическими особенностями [1], делающими низкие селеноцентрические орбиты

нестабильными с низким сроком существования на них спутников. Такие орбиты не пригодны для размещения долгоживущих космических систем.

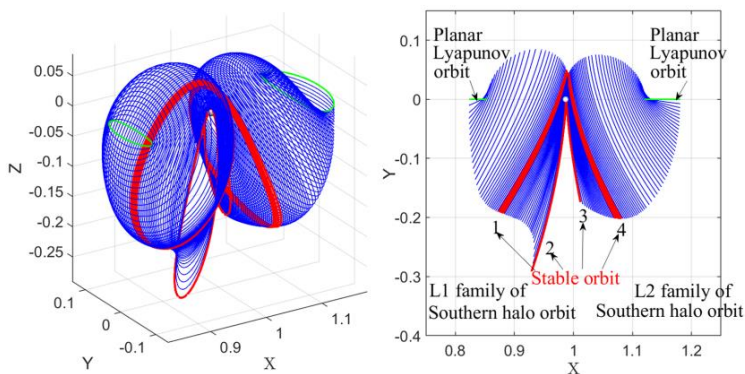


Рис. 1. Гало орбиты точек либрации L1, L2 системы Земля-Луна

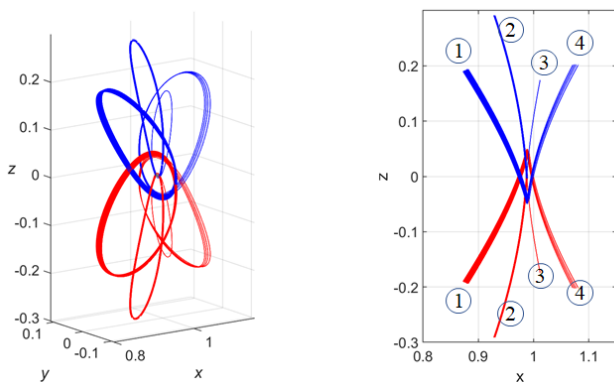


Рис. 2. Южные и северные семейства гало орбит точек либрации L1, L2 системы Земля-Луна

Выбор орбит для размещения системы связи. В данной работе предлагается рассмотреть возможность использования стабильных гало орбит точек либрации L1, L2 системы Земля-Луна для

размещения группировки спутников связи. На рис. 1 показаны семейства гало орбит точек либрации L1, L2 системы Земля-Луна. Красным выделены стабильные орбиты в принципе пригодные для формирования устойчивых орбитальных группировок.

В дополнение к показанным на рис. 1 четырём типам гало орбит «южного» семейства существуют симметричные относительно плоскости движения Луны «северные» гало орбиты (рис. 2). Данные, представленные в табл. 1, показывают, что наиболее подходящими стабильными и безопасными гало орбитами являются орбиты четвёртого класса.

Таблица 1. **Параметры стабильных гало орбит точек либрации L1, L2 системы Земля-Луна**

Тип гало орбиты	Минимальное расстояние до поверхности Луны, км	Период обращения, сут.
1	16,7	9,59
2	Задевает поверхность Луны	11,51
3	91,5	5,96
4	23,4	10,23

Выведение на эти орбиты спутников связи является энергетически затратным манёвром. Использование электроракетных двигателей для системы выведения позволит существенно снизить затраты рабочего тела.

Метод решения. Для моделирования движения КА в системе Земля – Луна в рамках ограниченной задачи трёх тел введём вращающуюся барицентрическую систему координат $Oxuz$ [2]. Будем использовать безразмерную систему единиц, в которой сумма масс Земли и Луны, расстояние между Землёй и Луной, а также величина угловой скорости вращения Луны считаются единичными величинами. В этой системе координат Земля постоянно расположена в точке с координатами $(-\mu, 0, 0)$, а Луна в точке $(1-\mu, 0, 0)$,

где μ – отношение массы Луны к сумме масс Земли и Луны. Уравнения управляемого движения КА с двигателем малой тяги можно записать в следующей векторной форме [3]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}, u) \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + C_1 u T_{\max} \boldsymbol{\alpha} / m \\ -C_2 u T_{\max} / c \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ и $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ – безразмерные вектора, определяющие положение и скорость КА; m – текущая безразмерная масса КА равная отношению текущей массы КА к начальной массе на исходной орбите m_0 ; T_{\max} – максимальная величина тяги ДУ; c – скорость истечения рабочего тела; $u \in [0, 1]$ и $\boldsymbol{\alpha}$ – коэффициент дроселирования и единичный вектор направления тяги; $C_1 = \tau_*^2 / l_*$, $C_2 = \tau_*$ – константы для перевода ускорения от тяги двигателей и расхода рабочего тела в безразмерные величины. Функции $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{v})$ описывают вектор ускорения КА при пассивном движении в рамках ограниченной задачи трёх тел, и определяются:

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z} \right)^T, \quad \mathbf{h}(\mathbf{v}) = (2v_y, -2v_x, 0)^T, \quad (10)$$

где $U = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1-\mu)}{2}$ – псевдопотенциал системы; $r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ и $r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ – безразмерные расстояния от КА до Земли и Луны соответственно. Проекции единичного вектора направления тяги $\boldsymbol{\alpha}$ на оси вращающейся системы координат $Oxyz$ определяются углами θ_1 и θ_2 :

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где θ_1 – угол между осью Ox и проекцией тяги на плоскость xOy , а θ_2 – угол между вектором тяги и плоскостью xOy .

Целью работы является разработка методики определения оптимального программного управления вектором тяги ЭРДУ, обеспечивающим минимальные затраты рабочего тела при заданных временах начала t_0 и завершения движения t_f и выполнении граничных условий пространственного перелёта между гало-орбитами точки либрации L2 системы Земля – Луна

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) &= \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \\ \mathbf{r}(t_f) &= \mathbf{r}_f, \quad \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_f. \end{aligned} \quad (4)$$

Вектор функций управления состоит из трёх параметров: углов $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$, определяющих направление тяги, и функции включения-выключения ЭРДУ $u(t)$. В работе рассматривается двигательная установка содержащая нерегулируемые двигатели постоянной мощности с заданными проектными параметрами. То есть решается следующая оптимизационная задача:

$$\begin{aligned} & (\theta_1(t), \theta_2(t), u(t))_{opt} = \\ & = \arg \min_{\substack{\theta_1(t) \in [0, 2\pi], \\ \theta_2(t) \in [-\pi, \pi], \\ u(t) \in \{0, 1\}}} \left(\frac{T_{\max}}{c} \int_{t_0}^{t_f} u(t) dt \mid t_0, t_f, T_{\max}, c, m_0 = \text{fixe} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Предлагаемая методика основана на задаче о формировании оптимального управления с быстроедействием. Введём вектор сопряжённых переменных $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_r, \lambda_v, \lambda_m)^T$ и запишем Гамильтониан системы:

$$H = \lambda_r^T \mathbf{v} + \lambda_v^T \left(\mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + \frac{T_{\max} u C_1}{m} \mathbf{a} \right) - \lambda_m \frac{T_{\max} u C_2}{c} - 1. \quad (6)$$

Применяя принцип максимума Понтрягина, можно показать, что оптимальное направление вектора тяги и дифференциальные уравнения для сопряжённых переменных определяются зависимостями:

$$\mathbf{a}_{opt} = \frac{\lambda_v}{\|\lambda_v\|}, \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_r = - \left(\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \lambda_v, \\ \dot{\lambda}_v = -\lambda_r - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \right)^T \lambda_v, \\ \dot{\lambda}_m = \frac{C_1 u T_{\max}}{m^2} \|\lambda_v\|. \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом, задача поиска оптимального управления сводится к шести параметрической краевой задаче: необходимо определить такие начальные значения сопряжённых переменных, которые обеспечивали бы выполнение граничных условий (4) при дифференциальных уравнениях движения (1) и изменения сопряжённых переменных) и оптимальной программе управления (7).

В данной работе для решения краевой задачи используются методы коллокации. Метод коллокации (МК) – это метод, используемый для интегрирования и формирования начальных приближений для генерируемой орбиты. Он обеспечивает формирование периодических орбит и показывает большую надёжность даже для случаев крайне неудачных начальных приближений, в которых схема дифференциальной коррекции даёт сбой [4]. Метод коллокации определяет значения переменных состояния и сопряжённых переменных в каждой точке дискретизации. В работе используется схема коллокации на основе формулы Lobatto IIIA которая позволяет найти решение в классе непрерывно-дифференцируемых

функций C^1 имеющее высокий порядок точности равномерно в диапазоне интегрирования [5]. Таким образом, метод коллокации позволяет использовать периодические орбиты задачи трёх тел в качестве начального приближения для расчётов.

Результаты расчёта. Предположим, что на исходную круговую орбиту радиусом 6800 км выведен транспортный КА с тремя спутниками связи с начальной массой 23312.5 кг. На транспортном аппарате установлено 14 электроракетных двигателей «СПД-140» суммарной тягой 4.2 Н и скоростью истечения 20000 м/с. Эти двигатели имеют ресурс 10000 ч. и потребную мощность энергоустановки 7 кВт.

На рис. 3 показаны оптимальная программа управления и соответствующая траектория движения для выведения КА на заданную финишную орбиту. При этом было израсходовано 6630.2 кг длительность перелёта составила 3603 сут.

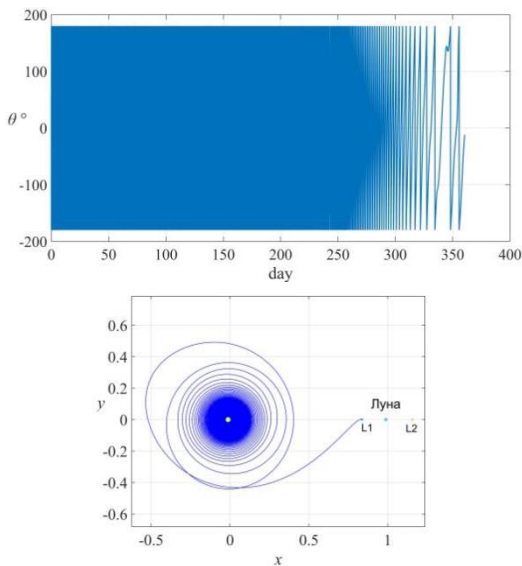


Рис. 3. Оптимальная программа управления и соответствующая траектория движения с круговой геоцентрической орбиты высотой 400 км

Данные расчётов показывают, что предложенная баллистическая схема выведения позволяет использовать проектируемый Роскосмосом электроракетный буксир для одновременного выведения всех трёх спутников связи на заданную орбиту за приемлемое время.

Заключение. В работе подтверждается возможность использования электроракетных двигательных установок для формирования орбитальных группировок на гало орбитах системы Земля-Луна. В качестве примера рассматривается выведение трёх спутников связи на гало орбиту с круговой геоцентрической орбиты высотой 400 км. Длительность перелёта при этом составляет около года. Процедура «разведения» спутников связи по местам на гало орбите (выполнения фазирования) в данной работе не рассматривается.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 22-29-01092, <https://rscf.ru/project/22-29-01092/>.

Библиографический список

1. Parker, J.S. Low-energy lunar trajectory design, 1st Edition / J.S. Parker, R.L. Anderson // JPL Deep-Space Communications and Navigation Series, Wiley. – 2014. – pp. 103–106.

2. Zeng, H. Modeling low-thrust transfers between periodic orbits about five libration points: Manifolds and hierarchical design / H. Zeng, J. Zhang // Acta Astronautica. – 2018, 145. – pp. 408–423.

3. Ranieri, C.L. Indirect optimization of spiral trajectories / C.L. Ranieri, C.A. Ocampo // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2006. – 29, № 6. – pp. 1360–1366.

4. Shampine, L.F. Solving boundary value problems for ordinary differential equations in MATLAB with bvp4c / L.F. Shampine [et al.] // Tutorial notes. – 2000. – pp. 1–27.

5. Du, C. Transfer between the planar Lyapunov orbits around the Earth–Moon L2 point using low-thrust engine / C. Du, O.L. Starinova, Y. Liu // Acta Astronautica. – 2022. – Т. 201. – С. 513–525.