УДК 629.7

Зборошенко А.Н.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КОНЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ В ТЕРМИНАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ РАЗГОННЫМ БЛОКОМ МЕТОДОМ ЭНКЕ

Задача разработки алгоритмов прогнозирования конечных параметров движения материальной точки непосредственно в процессе движения с помощью управляющей цифровой вычислительной машины (ЦВМ) является одним из вопросов, требующих решения при создании баллистического обеспечения. Трудность решения данной задачи обусловлена двумя обстоятельствами. С одной стороны – это требование обеспечения малой численной погрешности расчётов, а с другой – сложность используемых моделей, что создаёт трудности их реализации на управляющих ЦВМ ограниченной производительности в темпе реального времени.

Сформулируем задачу прогнозирования. Пусть известны кинематические параметры движения в начальный момент времени: $t_0, \bar{R}_0, \bar{V}_0$. Требуется построить оператор А, осуществляющий отображение:

$$A:\{t_0, \bar{R}_0, \bar{V}_0\} \Rightarrow \{t_{fin}, \bar{R}_{fin}, \bar{V}_{fin}\}.$$

Оператор А в наиболее общем виде является оператором сдвига по решениям системы дифференциальных уравнений, описывающих движение материальной точки в гравитационном поле. Наиболее предпочтительными, с точки зрения уменьшения загрузки управляющей ЦВМ, являются методы, основанные на использовании уравнений движения в регуляризованных переменных [1]. Рассмотрим один из возможных способов описания – метод Энке в KS-переменных.

Система уравнений движения в этих переменных примет вид

$$\bar{u}'' + \frac{h}{2}\bar{u} = \frac{V}{2}\bar{u} + \frac{r}{2}L^T(\bar{u})\left[\frac{\partial V}{\partial \bar{r}} + \bar{P}\right],$$

где h —взятая с противоположным знаком полная механическая энергия движения, L – матрица Леви – Чивитта, V – возмущающий потенциал, P – добавочная сила.

Эти уравнения необходимо дополнить уравнениями для энергии и времени

$$h' = u^2\frac{\partial V}{\partial t} - 2\bar{u}' L^T(\bar{u})\vec{P},$$

$$t' = u^2.$$

Рассмотрим интегрирование дифференциальных уравнений в KS-переменных методом Энке.

В качестве опорного движения будем рассматривать движение, описываемое следующей системой дифференциальных уравнений

$$\vec{u}_0'' + \frac{h}{2}\vec{u}_0 = 0,$$
$$h_0' = 0,$$
$$t_0' = \vec{u}_0\vec{u}_0.$$

Начальные условия для её интегрирования совпадают с начальными условиями для исходной системы. В этом случае система распадается на четыре независимых уравнения гармонического осциллятора для компонент u_j (j = 1,..., 4) вектора u.

Используя стандартный подход Энке, получим следующую систему дифференциальных уравнений для относительного движения

$$\delta u_j'' + \frac{h}{2}\delta u_j = -\delta h\frac{u_{j,0}}{2} + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial \vec{u}}\left(u^2 V\right) + \frac{u^2}{2}L^T(\vec{u})\vec{P},$$
$$h' = u^2\frac{\partial V}{\partial t} - 2\vec{u}' L^T(\vec{u})\vec{P},$$
$$\delta t' = \sum_{j=1}^{4} 2u_{j,0}\delta u_j.$$

Полученную систему дифференциальных уравнений интегрируют каким-либо численным методом. В случае, когда возмущающие силы малы, шаг интегрирования можно выбрать гораздо бо́льшим, чем в исходной системе, и тем самым сократить время расчётов.

Для оценки точностных характеристик описанная система интегрировалась методом Рунге – Кутта четвёртого порядка. В таблице 1 приведены оценки точности в зависимости от числа шагов интегрирования.

Таблица 1. Оценка погрешности определения конечных параметров движения

Методическая погрешность	Число шагов интегрирования					
	3	4	5	6	7	8
для траектории 1	54	18	8	7	6	4
для траектории 2	31	11	4	3	2	2
для траектории 3	36	12	6	3	2	2

Траектории 1,2,3 соответствуют движению с поворотом радиус – вектора на угол $\pi/2$ с различными высотами апогея.

Расчёты проводились для различных начальных условий движения и подвергались статистической обработке для нахождения предельных ($2{,}7\sigma$) отклонений.

Библиографический список

1. Штифель, Е. Линейная и регулярная небесная механика [Текст]/ Е. Штифель, Г. Шейфеле. – М.: Наука, 1975.