Список литературы

I. Воробьев Н.Н. Конечные бескоалиционные игры //Успехи математических наук. - 1959. - Т.I4. - N 4. - С. 2I-56.

2. Романовский И.В. О сведении игры с полной памятью к матричной игре //Доклады АН СССР. - 1962. - Т. I44. - N I. - С. 62-64.

3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Наука, 1986. - 544 с.

4. Краснов М.П. Интегральные уравнения. - М.:Наука,1975. - 304 с.

629.78

Р.Т.Сиразетдинов, Р.Н.Файзутдинов

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА ОБЛАСТЕЙ РЕАЛИЗУЕМЫХ ПЕРЕХОДОВ.

Современный этап развития ракетно-космической техники характеризуется наличием большого количества искусственных объектов, движущихся в околоземном пространстве. Важной проблемой является решение задач, связанных с обслуживанием этих объектов. Это задачи снабжения, аварийного спасения, удаления объектов, израсходовавших свой ресурс и т.п. Для эффективного использования дорогостоящих космических средств, призванных решать эти задачи, очевидна необходимость рационального планирования межорбитальных маневров. Обслуживание объектов связано прежде всего с выбором траекторий сближения космических аппаратов (КА). При этом приходиться выполнять большое количество громоздких и трудоемких вычислений. Задача еще более осложняется наличием многих требований, часто взаимоисключающих, которым должна удовлетворять траектория перехода. Поэтому актуальной является задача уменьшения вычислительных затрат при поиске приемлемых решений.

В работе рассматривается задача нахождения множества решений одноимпульсной задачи встречи двух КА, совершающих начальные движения по произвольным орбитам в ньютоновском поле Земли. Получив стартовый импульс скорости $\Delta V_п$ активный КА (АКА) начинает двигаться по переходной орбите и в точке ее пересечения с орбитой пассивного КА (ПКА) происходит встреча КА. Траектория перехода должна соответствовать следующим требованиям:

I) Ограничена величина стартового импульса скорости

$$\Delta V_n \le R_n \, . \tag{1}$$

2) Ограничена величина скорости сближения КА в конце маневра

$$\Delta V_k \le R_k \, . \tag{2}$$

3) Величина радиуса переходной орбиты должна быть больше заданной величины

$$r_{aka} > r_\pi \, . \tag{3}$$

Множества траекторий сближения КА, удовлетворяющих условиям (I)-(3), геометрически представляются в виде областей в плоскости, системой коодинат в которой служат время старта АКА t_p и время встречи КА t_q. Эта плоскость н азвана плоскостью времен, а ее подмножества, удовлетворяющие ограничениям (I)-(3), названы областями реализуемых переходов (ОРП). Ставится задача нахождения этих областей.

Каждой паре моментов старта t_p и встречи t_q однозначно соответствуют положения АКА и ПКА на своих орбитах и траектория встречи за время $\Delta t = t_q - t_p$. Для построения ОРП необходимо для каждой пары (t_p, t_q) проверить соответствие траекторий встречи, определяемых этой парой, требуемым условиям.

Для проверки реализуемости перехода, т.е. его соответствия ограничениям (I)-(3), используются соотношения в плоскости скоростей. Плоскость скоростей представляет собой плоскость, координатами точки в которой являются радиальная и нормальная составляющие вектора скорости. Процедура проверки реализуемости перехода докладывалась на предыдущих семинарах и коротко приводится ниже. Известно /Л/, что множества начальных и конечных скоростей переходов между двумя заданными точками представляют собой в плоскостях скоростей, соответствующих начальной и конечной точкам перехода, гиперболы Γ и Γ_k. Ограничения (I)-(3) в плоскостях скоростей представляются областями, ограниченными кривыми не выше второго порядка. Находим пересечение V_1 этих областей с гиперболами Γ, Γ_k. Вычисляя времена переходов, соответствующих скоростям из V_1, получаем множество T_1 времен переходов, траектории которых отвечают требованиям (1)-(3). Тогда проверка реализуемости перехода сводится к проверке включения

$$\Delta t = t_q - t_p \in T_1. \tag{4}$$

В данной работе предложена усовершенствованная методика построения ОРП, в которой используются геометрические свойства поверхностей, образованных множеством T_1 над плоскостью времен. Множество T_1 представляет собой пересечение трех интервалов

$$T_1 = [t^1_{min}, t^1_{max}] \cap [t^2_{min}, t^2_{max}] \cap [t^3_{min}, t^3_{max}], \tag{5}$$

соответствующих ограничениям (I)-(3). Рассмотрим трехмерное евклидово пространство, горизонтальная плоскость которого совпадает с плоскостью времен $t_p x t_q$, а вертикальной осью является время перехода Δt. Множества границ интервалов, входящих в T_1, представляют собой над плоскостью времен периодические поверхности с периодом вдоль оси t_p, равным периоду обращения АКА T_p, и вдоль оси t_q - периодом обращения ПКА T_q. Множество времен переходов Δt представляет собой плоскость. ОРП можно геометрически интерпретировать как проекцию части плоскости Δt, заключенную между поверхностями, образованными границами интервалов на плоскость времен. Геометрия поверхностей, определяющих ОРП, в общем случае достаточно сложна и поэтому исследования ОРП целесообразно проводить, рассекая их вертикальными поверхностями, вдоль которых определяющие аналитические зависимости упрощаются.

Исследование ОРП между компланарными круговыми орбитами проведено при помощи сечений вида

$$t_q = \frac{T_q}{T_p} t_p + \frac{T_q}{2\pi} (\Delta\Phi - \varphi_{q0}), \tag{6}$$

где φ_{q0} - начальное угловое положение ПКА, $\Delta\Phi$ - угловая дальность перехода. Вдоль сечений (6) угловая дальность остается постоянной. Поэтому и множество T_1, определяемое радиусами начальной и конечной точек перехода и углом $\Delta\Phi$, остается неизменным. Это обстоятельство позволяет при помощи простых соотношений отобразить множество T_1 в часть ОРП, лежащую на линии (6), в плоскости времен. Для построения ОРП между круговыми компланарными орбитами необходимо для каждого угла $\Delta\Phi$ из рассматриваемого интервала $\Delta\Phi \in [\Delta\Phi_1, \Delta\Phi_2]$ найти множество T_1 и отобразить его на плоскость времен.

ОРП для ограничения (I) получаются односвязными при выполнении условия

$$V_{aka}+R_n > V_{aka}\sqrt{2/(1+\gamma)}, \qquad \gamma < 1,$$
$$V_{aka}-R_n < V_{aka}\sqrt{2/(I+\gamma)}, \qquad \gamma > 1, \tag{7}$$

где V_{aka} – скорость АКА в точке старта до приложения стартового импульса скорости, $\gamma = r_p/r_q$, r_p, r_q – соответственно, радиусы точек старта и точек встреч. При γ=I ОРП всегда односвязны.

Условия односвязности ОРП, посторoенных для ограничения (2), получаются из условий (7) при замене

$$\gamma \leftarrow 1/\gamma\ , \quad V_{aka} \leftarrow V_{pka}, \quad R_n \leftarrow R_k, \tag{8}$$

где V_{pka}– скорость ПКА в точке встречи. Для некомпланарных круговых переходов ОРП строится при помощи итерационного процесса. В качестве начального приближения используется ОРП, построенная для переходов между компланарными орбитами, радиусы которых совпадают с радиусами рассматриваемых орбит. В процессе итераций уточняются границы ОРП на плоскости времен.

Исследования показали, что при некомпланарных переходах происходит разрыв связности ОРП вдоль сечений с постоянным углом $\Delta\Phi$, равным $\Delta\Phi=(n+1)\pi$, где n – целое число. Кроме того, при больших углах некомпланарности дополнительный разрыв связности может произойти в районе угловых расстояний, равных $\pi/2$ от узлов линиии пересечения орбит КА. ОРП, соответствующая ограничению (3), от угла некомпланарности не зависит.

Приведенная в работе методика построения ОРП реализована на языке ТурбоПаскаль. Проведенные расчеты показали высокую эффективность програмного комплекса.

Список литературы

Беттин Р. Наведение в космосе. М.: Машиностроение,1966.