УДК 629.76

Толпегин О.А.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ КОНФЛИКТНОЙ ЗАДАЧИ СБЛИЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ГАРАНТИРОВАННОГО ПРОМАХА

Рассмотрим решение задачи сближения одного летательного аппарата (Р) с другим летательным аппаратом (Ц), движение которых в вертикальной плоскости определяется векторным дифференциальным уравнением

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_i(t), \alpha_i(t)), \qquad (1)$$

где

$$z_i = \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \\ V_i \\ \theta_i \end{bmatrix}; \quad f_i = \begin{bmatrix} V_i \sin\theta_i \\ V_i \cos\theta_i \\ -(C_{x0i} + A_i\alpha_i^2)q_i S_i / m_i - g\sin\theta_i \\ C_{yi}^{\alpha}\alpha_i q_i S_i /(m_i V_i) - g\cos\theta_i / V_i \end{bmatrix}.$$

Здесь y, x – координаты центра масса в неподвижной системе координат, V – скорость,

θ – угол наклона вектора скорости, C_{xo}, A, C_y^{α} – безразмерные аэродинамические коэффициенты, S – площадь миделя, m – масса, q – скоростной напор. Коэффициенты C_{xo}, A, C_y^{α} являются функциями числа Маха и числа Рейнольдса. В (1) индекс i=1 соответствует Р, индекс i=2 – Ц.

Управлениями являются углы атаки, которые удовлетворяют ограничениям:

$$|\alpha_i(t)| \le \alpha_{iM}(t), \qquad (2)$$

где $\alpha_{iM}(t) = \min\{\alpha_{id}, (n_{yid} m_i g)/(C_{yi}^{\alpha} q_i S_i)\}$. Здесь $\alpha_{id} = \text{const}$ – допустимый угол атаки, n_{id} const – допустимая нормальная составляющая перегрузки.

Заданы начальные условия:

$$t = t_0, z_1(t_0) = z_{10}, z_2(t_0) = z_{20}.$$

Требуется определить управление Р, обеспечивающее минимум функционалу

$$J = \sqrt{[y_2(\vartheta) - y_1(\vartheta)]^2 + [x_2(\vartheta) - x_1(\vartheta)]^2} \qquad (3)$$

с учетом возможных маневров Ц, которые не известны.

Момент окончания сближения ϑ не фиксирован, но ограничен $\vartheta \le T$, где T - заданная величина.

Для решения данной задачи применяются различные методы наведения, основанные на прогнозировании будущего промаха при заданных гипотезах о будущем движении Р и

Ц до момента окончания сближения. К таким методам можно отнести метод пропорциональной навигации, спрямляющие методы, методы стрельбы в упрежденную точку. При этом для формирования управления Р могут использоваться методы оптимального управления.

Основной недостаток этих методов состоит в том, что отклонение реальной программы движения Ц от гипотетической, принятой для вычисления управления Р, приводит к дополнительным ошибкам наведения. Если скоростные и маневренные возможности Р превышают аналогичные характеристики Ц, то эти ошибки можно устранить к моменту окончания наведения. Однако, если скоростные и маневренные характеристики Р и Ц соизмеримы между собой, то к моменту окончания наведения эти ошибки устранить не удается. Данные ошибки начинают играть ведущую роль в том случае, когда скоростные и маневренные возможности Ц превышают аналогичные характеристики Р.

Повысить точность наведения в этом случае можно за счет прогнозирования гарантированного промаха, который не будет увеличиваться в процессе сближения при любом маневре Ц. Подойти к реализации данного принципа наведения можно на основе теории дифференциальных игр.

С этой целью задачу (1)-(3) будем рассматривать как дифференциальную игру «сближения-уклонения» двух игроков. Пусть первый игрок действует в интересах Р, а второй игрок – в интересах Ц. Для получения гарантированного результата будем считать, что интересы Ц противоположны интересам Р, и тогда задачу (1)-(3) можно рассматривать как антагонистическую дифференциальную игру.

В игре (1)-(3) для получения гарантированного результата оптимальные управления игроков нужно выбирать в виде

$$\alpha_1 = \alpha_1\big(t, z_1(t), z_2(t)\big), \quad \alpha_2 = \alpha_2\big(t, z_1(t), z_2(t)\big),$$

т.е. использовать позиционные стратегии. Однако решение игровой задачи сближения с использованием позиционных стратегий представляет задачу, для которой пока найдено мало эффективных решений. Трудности, возникшие на этом пути, привели к разработке теории позиционных дифференциальных игр, созданной Красовским Н.Н. и его сотрудниками [1], [2].

При использовании теории позиционных дифференциальных игр управления игроков выбираются в дискретные моменты времени: $t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t$ и т.д., где Δt – шаг выбора управления. Управления игроков остаются постоянными на интервале времени $[t_i, t_i + \Delta t]$.

Для выбора управления в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_1(t_*)\}$ составляется вспомогательная задача программного минимаксного управления, которая аналогична исходной, но решается из той позиции, в которой выбираются управления игроков, рассматриваемые только как функции времени. Решение задачи при использовании программных стратегий проще, чем при использовании позиционных стратегий.

Предположим, что удалось найти решение вспомогательной программной задачи, т.е. удалось определить оптимальную минимаксную программу управления первого игрока $\widetilde{\alpha}_1(t)$ на интервале времени $[t_*, \vartheta_*]$. Тогда управление Р в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)\}$ принимается равным

$$\widetilde{\alpha}_1(t_*, z_1(t_*), z_2(t_*)) = \widetilde{\alpha}_1(t)\Big|_{t=t_*}. \qquad (4)$$

Гипотетический момент встречи ϑ_* определяется из условия

$$\min_{t_* \le \vartheta_* \le T} \min_{\alpha_1(t)} \max_{\alpha_2(t)} J(\vartheta_*).$$

Переход (4) справедлив не для всех нелинейных систем и не для всех критериев оптимальности. В данном случае, когда движение каждого игрока определяется своей системой дифференциальных уравнений (1), а критерий оптимальности (3) является терминальным, переход (4) справедлив при условии, что решение вспомогательной задачи единственно.

В данной работе вспомогательная задача решается приближенно на основе геометрической интерпретации метода «экстремального прицеливания» [1]. Пусть гипотетический момент встречи ϑ_* задан. Тогда для решения вспомогательной задачи из позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_1(t_*)\}$ следует построить в вертикальной плоскости области достижимости (ОД) Р и Ц для момента времени ϑ_*. Затем выбрать точку А из ОД Ц, наиболее удаленную от ОД Р, определить точку В из ОД Р, ближайшую к точке А, и найти программу, обеспечивающую попадание Р из позиции $\{t_*, z_1(t_*)\}$ в эту точку в момент времени ϑ_*. Значение $\alpha_1(t_*)$ этой программы и принимается в качестве оптимального управления Р в позиции $\{t_*, z_1(t_*), z_1(t_*)\}$. С выбранным управлением Р перемещается в новую позицию $\{t_* + \Delta t, z_1(t_* + \Delta t)\}$. Ц в позиции $\{t_*, z_2(t_*)\}$ выбирает свое управление, которое неизвестно Р, и переходит в новую позицию $\{t_* + \Delta t, z_2(t_* + \Delta t)\}$. В позиции $\{t_* + \Delta t, z_1(t_* + \Delta t), z_2(t_* + \Delta t)\}$ вновь выбирается управление Р на основе решения вспомогательной задачи, и так далее до минимального расстояния между Р и Ц.

Расчет ОД как для линейных, так и нелинейных систем дифференциальных уравнений рассмотрен в [3]. Для расчета точек границы ОД Р и Ц многократно решаются дополнительные задачи оптимального программного управления. Это требует большого объема вычислений.

Особенность предлагаемого приближенного алгоритма вычисления управления Р состоит в том, что ОД Р и Ц в вертикальной плоскости аппроксимируются треугольниками, что упрощает выбор управления Р в каждой позиции.

Возможность применения треугольных ОД (ТОД) для решения вспомогательной задачи рассмотрена в [4]. Получены результаты решения задачи (1)-(3) с использованием разработанного приближенного метода и метода пропорциональной навигации при различных маневрах Ц, которые показывают целесообразность применения метода, основанного на прогнозировании гарантированного промаха, для сближения со скоростными маневрирующими Ц.

Для решения вспомогательной задачи минимаксного программного управления разработано несколько алгоритмов, требующих различных объемов вычислений, но обеспечивающих практически одинаковую точность сближения.

Алгоритм синтеза управления с использованием ТОД используется и для решения конфликтных задач сближения с учетом инерционных свойств Р и ошибок измерения фазового вектора маневрирующей Ц.

Разработанный метод можно использовать для летательных аппаратов различных классов.

Библиографический список

1. Красовский Н.Н. Игровые задачи о встречи движений. М.: Наука, 1970.
2. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
3. Толпегин О.А. Области достижимости летательных аппаратов. Учебное пособие. СПб.: БГТУ. 2002.
4. Толпегин О.А. Дифференциально-игровые методы наведения ракет на скоростные маневрирующие цели. Известия Российской Академии Ракетных и Артиллерийских Наук. М.: Издание РАРАН, № 1, 2003, с.80-86.