

**Фролов В. А.****ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА В МЕТОДЕ ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ  
ДЛЯ КРЫЛЬЕВ И КОМБИНАЦИЙ «ФЮЗЕЛЯЖ-КРЫЛО»**

1 Введение. Численный метод дискретных вихрей (МДВ) [1, 2, 3] широко используется для аэродинамического проектирования крыльев и компоновок самолетов. Вопросам точности МДВ посвящено много работ. Укажем только некоторые из них [4, 5, 6, 7, 8]. Из исследований по точности МДВ можно сделать вывод о равномерной сходимости МДВ в линейной постановке для схемы «1/4» в случае равномерной сетки. Таким образом, для сетки  $N \times N$  при  $N \rightarrow \infty$  численное решение по МДВ стремится к точному решению. Однако при аэродинамическом проектировании появляется необходимость получения решения с заданной точностью на не слишком мелкой сетке. Целевая функция может иметь пологий максимум, что требует высокую точность ее расчета для определения оптимальных проектных переменных. Использование мелкой сетки для достижения необходимой точности расчета приводит к большим затратам компьютерного времени. Вот почему поиск способов повышения точности при снижении времени счета является актуальной проблемой математических моделей аэродинамического проектирования, использующих в своей основе МДВ.

Целью работы является анализ одного метода расчета по МДВ, позволяющего повысить точность расчета по сравнению с расчетом на выбранной расчетной сетке. Повышение точности достигается за счет использования двух расчетов на сетках с разными количествами дискретных вихрей. Предлагаемый метод приводит к существенному снижению времени расчета в задачах аэродинамического проектирования, в которых используются численные методы оптимизации.

В работе [9] было предложено проводить расчет аэродинамических характеристик крыла при двух достаточно больших значениях  $N$  и затем проводить линейную экстраполяцию на значение  $1/N = 0$ . Значение расчетной характеристики, получаемое при этой процедуре, соответствует случаю  $N \rightarrow \infty$ , т.е. когда на крыле располагается бесконечное число вихрей. Развитие вычислительной техники, соответствующее времени написания работы, продиктовало выбор значений  $N = 16$  и  $N = 20$  для последующей экстраполяции. В работе

[9] использовалась прямоугольная сетка  $N \times M$ , где  $M = 4$  соответствовало разбивке крыла по хорде. В данной работе предлагается этот прием проанализировать для квадратной сетки  $N \times N$  и применить для комбинации «фюзеляж-крыло». Использование квадратной сетки объясняется желанием одновременного расчета нелинейных характеристик крыла и компоновки фюзеляж-крыло во время решения линейной задачи МДВ. Строгое доказательство сходимости МДВ с использованием квадратной сетки для расчета нелинейных характеристик крыла по методу Polhamus'a [10] приводится в работе [11]. Применение этого метода анализируется в работах [12, 13] для расчета аэродинамических характеристик крыльев различной формы в плане.

2 Результаты расчетов. На рисунке 1 и в таблице 1 приведены расчетные данные для производных коэффициентов нормальной силы  $C_y^\alpha$  и момента тангажа по углу атаки  $m_z^\alpha$  для прямоугольного крыла с относительным удлинением  $\lambda = 5$ . На рисунке 1 сплошной линией обозначена линейная интерполяция, выполненная по значениям функций для значений  $N = 20$  и  $N = 30$ . Штриховая линия обозначает линейную экстраполяцию, выполненную по значениям функций при  $N = 30$  и  $N = 35$ . Значком «○» обозначены значения аэродинамических характеристик, полученные на основании линейной экстраполяции функции на значение аргумента, соответствующего величине  $1/N = 0$ . Из рисунка 1 видно, что промежуточные значения аэродинамических характеристик, полученные при  $N$  [36, 49], практически ложатся на прямые линии экстраполяции, которые в свою очередь почти совпадают с линиями интерполяции.

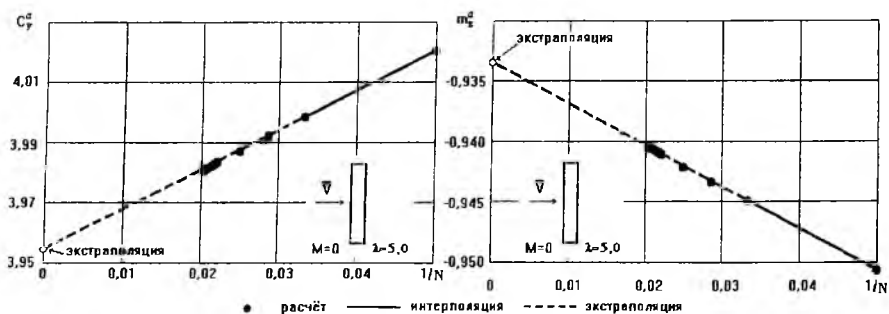


Рис 1 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла от параметра сетки

Таблица 1 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла с удлинением  $\lambda = 5$  от числа вихрей

$N$	$1/N$	$C_y^\alpha$		$m_z^\alpha$	
работы [2, 3]		4,0618	2,70%	-0,9637	3,24%
<b>20</b>	<b>0,0500</b>	<b>4.02033</b>	1,65%	<b>-0.95065</b>	1,84%
<b>30</b>	<b>0,0333</b>	<b>3.99851</b>	1,10%	<b>-0.94492</b>	1,23%
<b>35</b>	<b>0,0286</b>	<b>3.99220</b>	0,94%	<b>-0.94332</b>	1,06%
40	0,0250	3 98732	0,82%	-0 94206	0,92%
45	0,0222	3 98354	0,72%	-0 94108	0,82%
46	0,0217	3 98287	0,71%	-0 94091	0,80%
47	0,0213	3 98223	0,69%	-0 94074	0,78%
48	0,0208	3 98161	0,68%	-0,94057	0,76%
49	0,0204	3 98102	0,66%	-0 94045	0,75%
$\infty$	0	<b>3.95489</b>	0%	<b>-0.93346</b>	0%
[9] $\infty$	0	3,96	0,13%	-	-

Таблица 2 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла с удлинением  $\lambda = 1$  от числа вихрей

$N$	$1/N$	$C_y^\alpha$		$m_z^\alpha$		$K_S$		$K_{S m_z}$	
[2, 3]	-	1,5149	3,74%	-0,2617	7,60%	-	-	-	-
<b>20</b>	<b>0,0500</b>	<b>1.49389</b>	2,30%	<b>-0.25096</b>	3,18%	<b>2.87401</b>	1,31%	<b>-1.28169</b>	3,57%
<b>30</b>	<b>0,0333</b>	<b>1.48270</b>	1,53%	<b>-0.24838</b>	2,12%	<b>2.88674</b>	0,87%	<b>-1.26698</b>	2,38%
<b>35</b>	<b>0,0286</b>	<b>1.47945</b>	1,31%	<b>-0.24763</b>	1,81%	<b>2.89039</b>	0,75%	<b>-1.26262</b>	2,02%
40	0,0250	1 47701	1,14%	-0 24712	1,60%	2 89323	0,65%	-1 25935	1,76%
45	0,0222	1 47509	1,01%	-0 24672	1,44%	2 89542	0,58%	-1 25677	1,76%
46	0,0217	1 47475	0,99%	-0 24660	1,39%	2 89578	0,56%	-1 25630	1,55%
47	0,0213	1 47443	0,97%	-0 24654	1,37%	2 89613	0,52%	-1 25586	1,46%
48	0,0208	1 47406	0,94%	-0 24649	1,34%	2 89626	0,55%	-1 25531	1,43%
49	0,0204	1 47376	0,92%	-0 24643	1,32%	2 89650	0,54%	-1 25488	1,40%
$\infty$	0	<b>1.46031</b>	0%	<b>-0,24322</b>	0%	<b>2,91220</b>	0%	<b>-1,23756</b>	0%

В таблицах 1 и 2 величины производных аэродинамических характеристик по углу атаки, рассчитанные при различных значениях  $N$ , сравниваются с величинами тех же производных, полученных экстраполяцией на значение  $1/N = 0$  (жирным шрифтом выделены значения, которые использовались в линейных интерполяции и экстраполяции). Из таблицы 1 следует, что для обеспечения точности расчета, соответствующей относительной погрешности менее 1%, требуется сетка с  $N = \Phi$ , что в задачах оптимизации приведет к большим затратам компьютерного времени. Заметим также, что значения производных  $C_y^\alpha$  и  $m_z^\alpha$  рассчитаны в работах [2, 3] с точностью 2,7% и 3,24%, соответственно. Значения производной  $C_y^\alpha$ , полученные в [9] путем аналогичной экстраполяции, близки к рассчитанным значениям (относительная погрешность составляет всего лишь 0,13%). Поскольку предлагаемый метод повышения точности не имеет строгого математического обоснования, то для уверенности в

правильности экстраполяции необходимо провести предварительные расчеты в интересующем диапазоне изменения геометрических характеристик крыла и комбинации «фюзеляж-крыло». На рисунке 2 и в таблице 2 приводятся результаты расчета для прямоугольного крыла с удлинением, равным 1,0. В таблице 2 кроме производных  $C_y^{\alpha}$  и  $m_z^{\alpha}$  показаны значения коэффициентов нелинейных составляющих нормальной силы  $K_y$  и момента тангажа  $K_{S_{nz}}$ , рассчитанных по методу аналогии с подсосывающей силой [10-13].

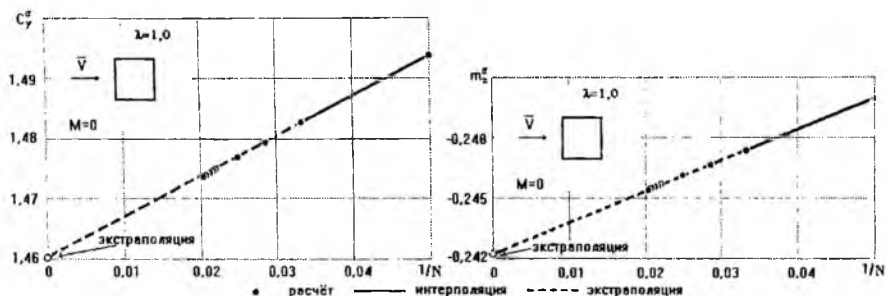


Рис.2 – Зависимость аэродинамических характеристик крыла от параметра сетки

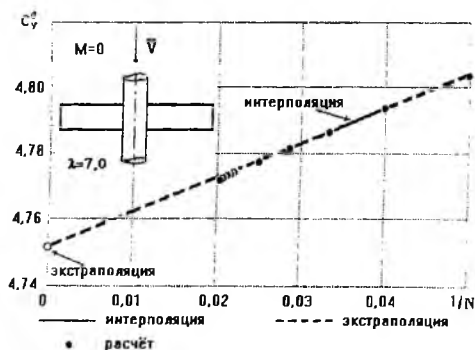


Рис.3 – Зависимость производной коэффициента нормальной силы по углу атаки для компоновки фюзеляж-крыло от количества дискретных вихрей

Из таблицы 2 следует, что для достижения точности, соответствующей 1% для величины  $C_y^{\alpha}$ , требуется сетка с  $N = 46$ . Точность в 1% для коэффициента  $K_y$  обеспечивает сетка с  $N = 30$ . Для обеспечения точности в 1% величин, связанных с моментом тангажа ( $m_z^{\alpha}, K_{S_{nz}}$ ), требуется сетка с  $N > 49$ . Данные таблицы 2 показывают, что значения вели-

чин  $C_y^a$  и  $m_z^a$  для крыла с  $\lambda = 1,0$  рассчитаны в работах [2, 3] с точностью 3,74% и 7,6%, соответственно. Таким образом, для достижения одной и той же точности расчета для крыльев малого удлинения требуется большее количество вихрей, чем для крыльев больших удлинений. На рисунке 3 показаны результаты расчета величины  $C_y^a$  для компоновки «фюзеляж-крыло» схемы среднеплана. Геометрические параметры компоновки соответствуют  $\bar{D} = 0,5$  (отношение диаметра фюзеляжа к размаху крыла с подфюзеляжной частью), удлинение исходного крыла равно 7,0.

3 Заключение. Расчетные данные показывают, что метод экстраполяции по значениям аэродинамических характеристик, полученных на двух расчетных сетках, можно с успехом использовать в задачах оптимизации крыла и компоновки «фюзеляж-крыло». При этом повышается точность расчета и значительно уменьшается время счета, поскольку время каждого расчета приблизительно пропорционально  $N^3$

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоцерковский С. М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. – М.: Наука, 1965.
2. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. – М.: Наука, 1971.
3. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. – М.: Наука, 1975.
4. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.: Наука, 1985.
5. Воробьев Н. Ф. Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке. – Новосибирск: Наука, 1985.
6. Путилин С. И., Савченко В. Т. Исследование точности расчета крыла по различным схемам//Гидромеханика, вып. 58. – Киев: «Наукова думка», 1988. – С.41-47.
7. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). – М.: ТОО «Янус», 1995.

- 9 Владимирова Н. А. Расчет и некоторые результаты расчетных исследований крыльев с концевыми несущими поверхностями при дозвуковых скоростях потока//Труды ЦАГИ, вып. 2170. – М.: ЦАГИ, 1982, с.3-16.
10. Polhamus E. C. Prediction of vortex-lift characteristics by a leading edge suction analogy//Journal of Aircraft, vol. 8, no.4, 1971. – P.193-199.
11. Глушков Н. Н., Гончарук А. К. К расчету нелинейной составляющей подъемной силы крыла при дозвуковых скоростях//Труды ЦАГИ, вып. 1985. – М.: ЦАГИ, 1979, с.3-14.
12. Фролов В. А. Применение методов Польшамуса и дискретных вихрей для расчета нелинейных характеристик треугольных крыльев и крыльев с наплывом//Труды XXV Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К. Э. Циолковского. – М.: ИИЕТ АН СССР, 1991, с.14-19.
- 13 Фролов В. А. Расчет нелинейных аэродинамических характеристик крыльев произвольной формы в плане с помощью методов Польшамуса и дискретных вихрей// Сб. трудов VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 1995, ч. II, с.60-63.