

Список литературы

1. Космические аппараты систем дистанционного зондирования поверхности Земли: Математические модели повышения эффективности КА / А.В.Соллогуб, Г.П.Аншаков, В.В.Данилов. - М.:Машиностроение, 1993.
2. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов / В.В.Мальшев, М.Н.Красильщиков, В.И.Карлов. - М.:Машиностроение, 1989.
3. Belokonov I.V. A possible approach to the efficiency of GPS navigation system usage for low-altitude spacecraft //Abstracts The first Sino-soviet Symposium on Astronautical Science and Technology, Harbin, China, January 7-10, 1991.
4. Belokonov I.V. Optimization of spacecraft orbit determination with using satellite radio navigation system //Abstracts of IAS'94, Moscow, Russia, August 15-19, 1994.

УДК 629.7.05

И.В.Белоконов, В.А.Бязин, О.В.Павлов

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ ИЗМЕРЕНИЙ ПО СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ДЛЯ МАЛОПОДВИЖНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

В настоящее время наиболее перспективным источником измерительной информации для решения задач навигации являются спутниковые радионавигационные системы типа СРНС GPS (США), ГЛОНАСС (Россия). Создано много типов приемной аппаратуры навигационных сигналов, ориентированной на разных потребителей. Дальнейшее повышение точности навигационных определений возможно как на пути улучшения элементной базы аппаратуры, так и за счет совершенствования навигационных алгоритмов. Одним из направлений развития навигационных алгоритмов является оптимизация планирования сеанса измерений, которой и посвящена настоящая работа.

Рассматривается проблема оптимального выбора опрашиваемых в сеансе измерений навигационных спутников (НИСЗ) при произвольной m -канальной приемной аппаратуре для малоподвижного потребителя, к которому от-

носятся объекты, перемещением которых за время радионавигационного сеанса можно пренебречь. При этом дискретная модель движения потребителя имеет следующий вид:

$$X_1 = X_{1-1}, \quad 1=1, N \quad (1)$$

где X_1 - вектор состояния потребителя, размерностью $(n \times 1)$ в момент времени t_1 ; N - количество моментов времени проведения измерений в радионавигационном сеансе.

Задача планирования сеанса сводится к оптимальному планированию опроса m видимых навигационных спутников в каждый момент времени с целью обеспечения экстремального значения позиционному критерию качества. В силу информационных свойств измерений по СРНС такая программа будет близкой к оптимальной и для определения проекции скорости потребителя. Модель измерений в дискретной форме имеет вид:

$$Y_1 = U_1 N_1 X_1 + \eta_1, \quad 1=1, N, \quad (2)$$

где Y_1 - вектор m измеренных дальностей в момент времени t_1 ; $U_1 = (u_1 \dots u_m)_1$ - программа опроса навигационных спутников в момент времени t_1 ; N_1 - матрица частных производных от измерения дальностей до m навигационных спутников по вектору состояния потребителя для i -ого момента времени; η_1 - вектор ошибок m измерений.

Элемент вектора управления u_{1j} принимает значения 1 и 0 в зависимости от того, опрашивается или нет j -ый видимый НИСЗ в i -тый момент времени. На управление U_1 накладывается ограничение на число одновременно опрашиваемых навигационных спутников:

$$\sum_{j=1}^k u_{1j} = m, \quad (3)$$

где m - число каналов приемной аппаратуры потребителя; k - количество всех видимых в сеансе измерений навигационных спутников.

Для обработки измерительной информации (2) используется дискретный фильтр Калмана, который в случае отсутствия перемещения потребителя запишется:

$$K_1 = (K_{1-1}^{-1} + \sum_{j=1}^k u_{1j} N_1^T D \eta_1 N_1)^{-1} \quad 1=1, N \quad (4)$$

$$\text{при начальном условии } K(0) = K_0. \quad (5)$$

где K_1 - ковариационная матрица $(n \times n)$ вектора состояния; $D \eta_1$ - дисперсия ошибок измерений.

Фильтр Калмана является оптимизируемой системой, фазовый вектор Z_1 которой включает $r = n(n+1)/2$ элементов ковариационной матрицы K_1 , а в качестве управления используется программа навигационных измерений

U_1 . Обозначим через F_1 вектор правых частей оптимизируемой системы (4) размерности γ . Запись критерия оптимальности определяется как специфической решаемой задачи управления, так и обеспечением максимальной его чувствительности к выбираемому управлению. Анализ поставленной задачи позволил сделать вывод о том, что наилучшим критерием, учитывающим эти два соображения является критерий вида

$$J = \sum_{i=0}^{n-1} \text{Sp}K_1(t_i, t_{i-1}) + \text{Sp}K(T) \longrightarrow \min, \quad (6)$$

где $\text{Sp}K = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2$ - след ковариационной матрицы K ; $t_i - t_{i-1} = \Delta t$ - фиксированный шаг планирования; $T = n\Delta t$ - интервал планирования. Таким образом, задача выбора рабочего созвездия навигационных спутников при произвольной канальности приемной аппаратуры интерпретируется как задача оптимального управления, в которой в качестве управляемых параметров выступают элементы ковариационной матрицы K вектора состояния, а в качестве управления используется программа измерений, описываемая вектором U_1 при учете ограничения (3) /1/.

Если предположить, что на поверхности части сферы с радиусом равным радиусу-вектору орбит навигационных спутников, видимой со стороны потребителя, равномерно размещено большое количество навигационных ориентиров, то решая сформулированную выше задачу можно найти абсолютно оптимальную программу измерений для m -канального потребителя. В случае, если задача решается для спутниковой радионавигационной системы заданной структуры и с потребителя виден фрагмент этой системы, то в результате находится программа измерений оптимальная для конкретных условий ее проведения.

Для решения задачи оптимального управления (3)-(6) используется дискретный аналог принципа максимума Понтрягина /2/. Запишем гамильтониан как скалярное произведение вектора сопряженных переменных Ψ_1 размерности γ на вектор правых частей оптимизируемой системы (4)

$$H_1 = \Psi_1^T F_1, \quad i=1, N. \quad (7)$$

Вектор сопряженных переменных определится из выражения:

$$\Psi_{1-i} = \frac{\partial H_{1-i}(\Psi_1, K_{1-i}, u_{1-i})}{\partial Z_{j1}}, \quad j=1, \gamma; \quad i=1, N. \quad (8)$$

Граничные условия для Ψ определим из условия трансверсальности:

$$\Psi(N) = \frac{\partial J(N)}{\partial Z_j(N)}, \quad j=1, \gamma \quad (9)$$

Согласно дискретному принципу максимума Понтрягина искомое оптимальное

управление U доставляет гамильтониану максимум по U , при любом $i \in I$, если K и Ψ удовлетворяют уравнениям (4), (8) и краевым условиям (5), (9).

Для решения поставленной задачи оптимального управления предлагается воспользоваться методом последовательных приближений [3]. Алгоритм метода заключается в следующем:

1. Выбирается начальная программа $U^{(j)}$.
2. Рассчитываются по разностным уравнениям фильтра Калмана элементы ковариационной матрицы вектора состояния потребителя (прямое движение) с использованием заданной программы $U^{(j)}$.
3. Рассчитывается вектор сопряженных переменных Ψ от конечных условий, полученных из условий трансверсальности и фильтра Калмана (обратное движение) при той же заданной программе $U^{(j)}$.
4. Вычисляется гамильтониан, в соответствии с принципом максимума Понтрягина определяется новая программа $U^{(j+1)}$. При первой итерации программа полностью обновляется, при последующих итерациях обновляется только ее часть, так чтобы $J^{(j+1)} < J^{(j)}$.
5. Алгоритм повторяется с пункта 2. Если $J^{(j+1)} - J^{(j)} < \varepsilon$ (заранее заданная малая величина), то решение считается найденным.

На основе вышеприведенного алгоритма разработан программный комплекс, позволяющий выбирать оптимальное созвездие навигационных спутников при произвольной канальности аппаратуры потребителя и любом заданном числе моментов времени проведения измерений в радионавигационном сеансе.

Быстрота сходимости и регулярность алгоритма определяется в первую очередь удачным выбором начальной программы, а также принимаемым правилом обновления программы в п.4 алгоритма.

Список литературы

1. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. - М: Машиностроение, 1989. - 312 с.
2. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. - М: Наука, 1973. - 446 с.
3. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. - М: Наука, 1979. - 230 с.