

М.П.Неволько, В.В.Еутенко, А.Д.Куропятников, В.Ф.Брагинев

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ  
НА ОСНОВЕ АПОСТЕРИОРНОГО АНАЛИЗА ОСТАТОЧНЫХ УГЛОНЕНИЙ  
ИЗМЕРЕНИЙ ДО ПАССИВНЫХ КА "ЭТАЛОН"

Достижение перспективных точностных характеристик эфемеридного обеспечения спутниковых навигационных систем приводит к проблеме совершенствования математической модели движения и модели измерений навигационных ИСЗ. В качестве объекта для определения и учета возмущений рассматривается орбитальное движение пассивных космических аппаратов "Эталон". Повышение точности геодинамического и геофизического обеспечения ПКА "Эталон" осуществляется на основе априорного анализа физических моделей малых возмущений и апостериорной обработки совокупности рядов измерений до космического аппарата для выделения периодов этих вариаций и их идентификации.

Для апостериорного анализа в качестве исходных данных были взяты отклонения измерений лазерных дальностей от опорных орбит, полученных по результатам обработки измерений на дугах от 5 суток до 12 месяцев /1/:

$$D=f(t),$$

На интервале наблюдений 1989-90 гг. измерительная сеть включала 10 ИПов: 7 из них расположены в Европе. На эти пункты и приходится основная нагрузка при лазерных измерениях по ПКА "Эталон".

Анализ данных наблюдений показывает значительную неравномерность в распределении измерений как по станциям слежения, так и по времени. Объем наблюдений, поступивший от станции CRASSE (Италия), практически равен объему наблюдений, поступившему от остальных 9 станций, и составляет около 48%. Значительная доля измерений (около 25% от общих) приходится на долю измерительной станции HERSTMONCEUX (Великобритания) и около 10 % на долю ИПа CRAZZ (Австрия). Остальные измерительные пункты имеют незначительную долю в общем объеме измерений.

Для построения опорных орбит использовалась математическая модель движения ПКА "Эталон", разработанная на основе стандартов MERIT.

Методической основой анализа является положение, согласно которо-

му на движение КА влияют резонансные эффекты, выраженные аналитически при помощи гармонических функций с тригонометрическими членами вида:  $\text{SIN}(W_k \cdot t)$ ,  $\text{COS}(W_k \cdot t)$ , где  $W_k$  - частота, соответствующая периоду  $T_k$  возмущения в орбите ИСЗ,  $t$  - текущее время,  $k=1(1)n$ .

По теореме Дирихле для  $f(t)$  справедливо разложение в ряд Фурье:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \text{COS}(2\pi/\tau \cdot nt) + B_n \text{SIN}(2\pi/\tau \cdot nt)] \quad (1)$$

$$\text{где } A_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(t_k) \cdot \text{COS}(\pi/[2N] \cdot n \cdot t_k), \quad (2)$$

$$B_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(t_k) \cdot \text{SIN}(\pi/[2N] \cdot n \cdot t_k),$$

где  $t_k$  - интервал обработки, сут;  $N$  - количество точек измерений.

Для вычисления значений  $\hat{f}(t)$  необходимо использовать большое число членов ряда, так как исходный ряд сходится медленно и погрешность аппроксимации существенно зависит от членов более высоких порядков. Для того, чтобы минимизировать ошибку аппроксимации требуется бесконечное число значений исходной последовательности наблюдений. В общем случае на любом интервале число измерений конечно. Поэтому целесообразно обрабатывать интервалы с максимальной плотностью измерений. В такой постановке задача представляет собой нахождение частных сумм ряда Фурье. Однако при этом подходе возникает проблема - неравномерность распределения измерений по времени. Промежутки в измерениях могут достигать от 1 до 7 суток, и при максимальной неопределенности в поведении функции  $f(t)$  на интервалах, где отсутствуют измерения, интерполирование ее на промежутки в наблюдениях считается нецелесообразным. Это приводит к невыполнению условия ортогональности функций:

$$B_{km} = \int_a^b \rho(t) \varphi_k(t) \varphi_m(t) dt = \begin{cases} 0, & k \neq m, \\ 1, & k = m, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\rho(t)$  - весовая функция,  $\rho(t) \equiv 1$ ,  $\varphi(t) = \{ \text{SIN}(W_k \cdot t), \text{COS}(W_k \cdot t) \}$ . В связи с этим была предложена принудительная ортогонализация по базису функций  $\{\varphi(t)\}$ . Сущность которого заключается в выборе максимального значения  $B$  и обнулении остальных, тем самым проводится аппроксимация по выбранным значениям ортов базиса:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_k(t) \varphi_m(t) dt = \begin{cases} B_{km}, & B_{km} = \max B_{km}, \\ 0, & B_{km} \neq \max B_{km}. \end{cases} \quad (4)$$

Использование данного подхода позволило выделить периоды возмущений, которые являются доминантными при построении аппроксимационного ряда: 0,5, 1, 8 суток, 27 суток, 90 суток, 180 суток. Степень их влияния на точность определения орбиты характеризуется согласно задаче выявления скрытых периодичностей по максимальному значению амплитуд  $A_n, B_n$  [27].

В результате проведенного анализа были получены удовлетворительные результаты по сглаживанию остаточных уклонений. СКО аппроксимации отклонений измеренных дальностей от полученного ряда на полугодием интервале составляет от 27 до 37 см для различных ИПов, а СКО отклонений дальностей от опорной орбиты 50 см, что позволяет судить о достаточной эффективности метода аппроксимации на основе разложения Фурье (см. рисунок).

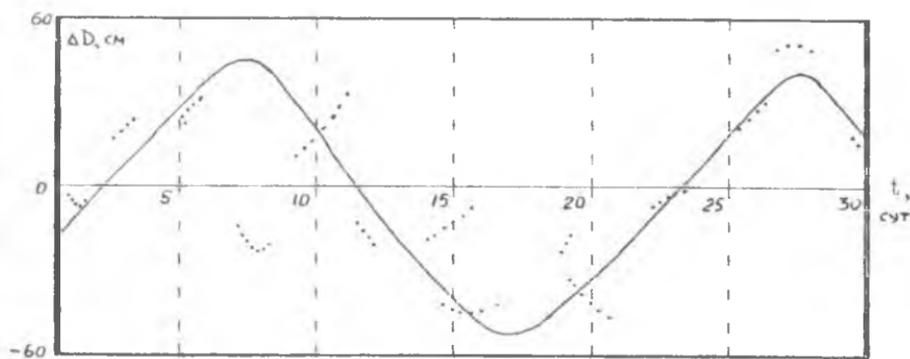


Рис. Зависимость измерений от времени

Таким образом, предложенный аппарат гармонического анализа апостериорных остаточных уклонений позволяет выделять доминантные периоды малых возмущений в орбите и может служить основой для совершенствования математической модели движения ПКА.

Выделенные периоды малых возмущений можно соотнести с влиянием Луны и Солнца, орбитальным периодом спутника, вращением Земли, изомаршрутности движения ПКА. Последующая идентификация физической при-

роды выделенных возмущений, а также включение их в теорию движения космических аппаратов "Эталон" является предметом дальнейших исследований.

#### Список литературы

1. Неволько М.П., Бутенко В.В. и др. Результаты эфемеридного обеспечения, согласования системы координат и гeопотенциала по наблюдениям пассивных КА "Эталон" в 1989-1990 гг. // International Symp. "Etalon" Sattelite: Laser Data Analysis, Moscow, 3-9 June, 1991.

2. Ивахненко А.Г., Лапа В.Г. Предсказание случайных процессов. - Киев: Наукова думка, 1971.

УДК 681.3.06:62.50

Г.А.Опарин, Д.Г.Фоктистов

#### ОРГАНИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ И ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИКИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ

В Иркутском ВЦ СО РАН ведутся исследования по созданию широкого спектра многослойных инструментальных средств высокого уровня, позволяющих конструировать объектно-ориентированные автоматизированные технологии динамических исследований сложных непрерывно-дискретных систем управления движущимися объектами.

Специфику рассматриваемой проблемной области (ПО) определяют следующие основные свойства:

- наличие в описании ПО тесно связанных частей (слов), представляющих математические модели динамики функционирования сложной автоматической системы; алгоритмы, реализующие математические методы ее исследования; технологические схемы, представляющие методики исследования модели с помощью алгоритмов; числовые данные (значения параметров математической модели, алгоритмов ее исследования и технологических схем), определяющие вариант вычислительного эксперимента;
- модульность описаний каждого из перечисленных слов и, как