УДК 532.5

Леонтьев В.Г., Поташев А.В.

ОПИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ БЕСКОНЕЧНО-ТОНКИХ ПРОФИЛЕЙ ПРЯМОЙ ОДНОРЯДНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

При проектировании гидродинамических профилей решеток турбомашин одной из наиболее важных проблем является выбор формы решетки, обеспечивающей заданные характеристики при минимальных потерях. В настоящее время в инженерной практике наибольшее применение получили методы решения прямой задачи аэрогидродинамической теории решеток. Однако обладающие высокой степенью совершенства прямые методы расчета по своей постановке не приспособлены для рационального конструирования турбомашин.

Проектирование гидродинамических решеток с заранее заданными свойствами возможно на основе теории обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА). Постановка основной ОКЗА для определения прямой однорядной решетки по заданному распределению скорости $v = v(s)$ (функция дуги) по модели ИНЖ описана в работах Л.А. Дорфмана [1], Г.Ю.Степанова [2]. Наиболее полные результаты на основе теоретических исследований в данной постановке описаны в монографии А. М. Елизарова, Н. Б. Ильинского, А. В. Поташева [3].

В данной работе решена оптимизационная задача построения прямой гидродинамической решетки с заданными параметрами на входе и выходе, обладающей минимальным коэффициентом сопротивления, обтекаемая безотрывно. В предложенном методе удалось избежать многочисленных трудностей, связанных с решением вышеописанных задач.

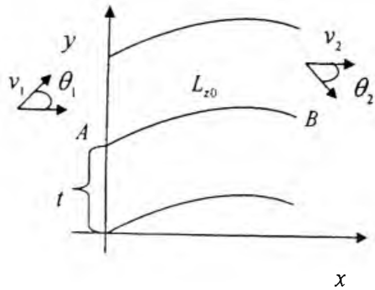

Рис. 1

Постановка задачи оптимизации состоит в следующем. Необходимо определить форму бесконечно-тонких профилей длины L, составляющих прямую однорядную решетку шага t (рис. 1), так, чтобы при заданных величине v_1 и аргументе θ_1 скорости на бесконечности перед решеткой обеспечить необходимое значение аргумента скорости θ_2 за решеткой при минимальности сопротивления, при этом передняя точка A является точкой разветвлния потока, а точка B – точка схода потока.

Для решения задачи перейдем к безразмерным переменным, отнеся все линейные размеры к L, а скорости – к v_1.

При построении модели будем считать, что фронт искомой решетки параллелен оси Oy в физической плоскости $z = x + iy$, а начало координат совпадает с передней кромкой A одного из профилей решетки, который обозначим L_{z0}. Также будем считать, что искомая решетка профилей обтекается вязким потоком несжимаемой жидкости при высоких числах Рейнольдса. В силу этого, а также учитывая, что отыскиваются решетки минимального сопротивления, можно допустить, что пограничный слой на профиле безотрывный, то есть его толщиной можно пренебречь. Поэтому можно считать, что полутело вытеснения совпадает с самим профилем, а распределение скорости на поверхности полутела вытеснения совпадает с распределением скорости на самих профилях при обтекании их идеальной жидкостью. Таким образом, для решения задачи можно воспользоваться моделью идеальной несжимаемой жидкости.

В рамках принятой модели при описанной выше постановке задачи известной также является и величина v_2 скорости за решеткой, определяемая из первого из соотношений

$$v_1 \cos\theta_1 = v_2 \cos\theta_2 ,\ v_1 \sin\theta_1 = v_2 \sin\theta_2 + \Gamma / t , \qquad (1)$$

связывающих скорости до и после решетки (например, [3]), где Γ – циркуляция скорости на одном профиле решетки. Из второго соотношения тогда известна и величина циркуляции Γ

Перед рассмотрением оптимизационной задачи решается вспомогательная задача, состоящая в отыскании формы профилей при заданных параметрах v_1 и θ_1 потока перед решеткой, шаге t и функции $\lambda(s)$, описывающей скачок величины скорости на разных сторонах профилей.

Для решения этой задачи рассмотрим аналитическую в физической плоскости z (за исключением контуров профилей) функцию с соответствующими граничными условиями

$$\chi(z) = \ln\frac{dw}{dz} \equiv \ln v - i\theta ,$$

где $w = \varphi + i\psi$ – комплексный потенциал течения, φ – потенциал скорости, ψ – функция тока, v – величина скорости, θ – ее аргумент.

Если предположить, что форма L_{zk} известна, то функция $\chi(z)$, удовлетворяющая своим граничным условиям, имеет вид

$$\chi(z) = \Phi(z) + C_0 ,$$

где $C_0 = C_{01} + iC_{02}$ – некоторая комплексная константа,

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_z}\frac{\lambda(s(\zeta))d\zeta}{\zeta - z} = \frac{1}{2\pi i}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\int\limits_{L_{zk}}\frac{\lambda(s(\zeta))d\zeta}{\zeta - z}$$

С помощью итерационной процедуры, аналогичной примененной в [4], [5], следует найти форму L_{z0}.

В качестве минимизируемого функционала берется величина коэффициента сопротивления, который определяется по формуле Сквайра-Юнга. Еще одно из возможных ограничений на оптимизируемый функционал следует из принятой модели течения, а именно, из условия безотрывности обтекания, в частности, условие отсутствия отрыва полностью турбулентного пограничного слоя (из метода Кочина-Лойцянского [6]).

Оптимизация осуществлялась с помощью многомерного нелинейного метода минимизации функционала, использующего симплекс-метод Нельдер-Мида [7].

В проведенной серии расчетов было исследовано влияние шага t решетки на форму профилей при следующих значениях исходных данных: $v_1 = 1$, $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi/4$. Результаты расчетов приведены в табл.1 и на рис.2.

Таблица 1

t	1	0.7	0.5	0.3	0.1
C_x	0.0326	0.0242	0.0189	0.0115	0.0099

Анализ расчетов показал, что коэффициенты сопротивления C_x с уменьшением шага решетки уменьшается (табл.1). При шаге $t \le 0.7$ построенные контуры имеют практически одинаковую форму (рис.2, а). Отличия начинают проявляться лишь при больших значениях t.

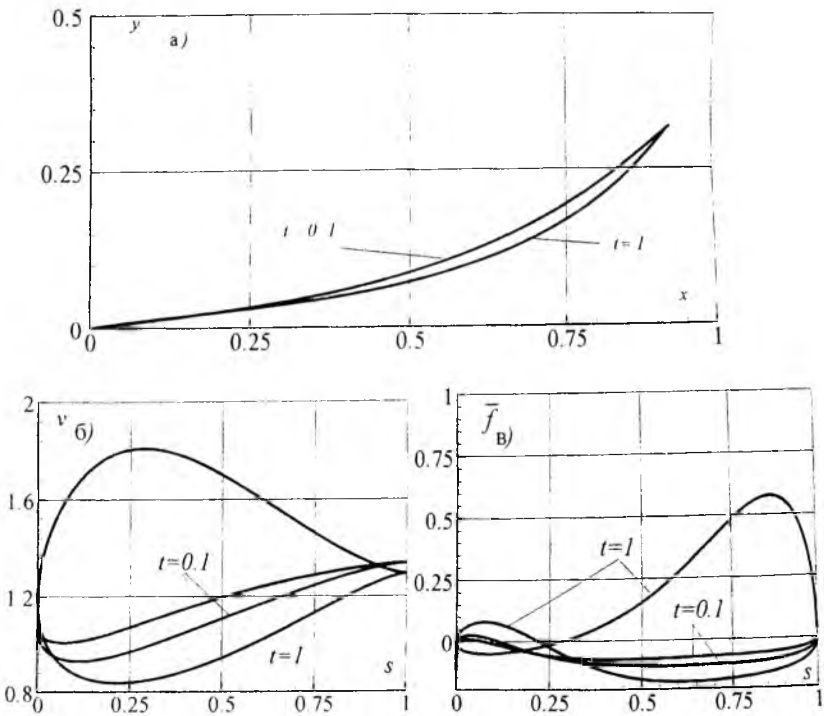

Рис. 2

При выбранных исходных данных $v_1 < v_2 = \sqrt{2}$. В силу этого скорость вдоль контура профиля при малых t в основном возрастает (рис. 2,б). Участки падения скорости появляются лишь при больших значениях t. Следствием этого является тот факт, что на построенных профилях величина формпараметра (рис.2, в) не превышает критическое значение, то есть вдоль всего контура приведенный формпараметр $\bar{f} < 1$.

Таким образом, предложенный метод позволяет с заданной степенью точностью проектировать гидродинамическую решетку бесконечно-тонких профилей с нужными параметрами на входе и на выходе, обладающей минимальным сопротивлением и обтекаемой безотрывно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дорфман Л.А. Расчет безвихревого обтекания решеток профилей и построение решеток по заданному распределению скоростей на профилях. // Прикладная математика и механика, 1952, 16, № 5, с.599-612.

2. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: Физматгиз, 1962.

3. Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Наука, 1994.

4. Поташев А.В. Построение крылового профиля с закрылком конечных размеров // Изв. РАН. МЖГ, 1995, №1, с.173-180.

5. Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Аэродинамическая оптимизация бесконечно-тонких крыловых профилей вблизи экрана // Труды I Международной конференции «Модели механики сплошной среды, вычислительные технологии и автоматизированное проектирование в авиа- и машиностроении» – Казань, 1997, т.1, с. 53-57.

6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987

7. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // Computer Journal, 1965, No. 7. – P. 308-313.