УДК 629.13

Заболотнова О.Ю.

ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОГО РАЗВЕРТЫВАНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ СО СПУСКАЕМОЙ КАПСУЛОЙ

В работе рассматривается задача выбора рациональной формы критерия оптимальности при решении задачи регулирования при реализации программного закона развертывания космической тросовой системы. Развертывание системы производится с базового космического аппарата (КА), движущего по круговой орбите вокруг Земли. Целью развертывания тросовой системы (ТС) является спуск с орбиты малой капсулы с полезным грузом. Полная длина развертываемого троса составляет около 30 км. В результате сравнения двух критериев оптимальности предложен вид критерия, учитывающий возникающие ошибки управления и позволяющий избежать недопустимых режимов работы механизма разматывания троса. При моделировании работы системы стабилизации используются уравнения движения ТС, записанные в геоцентрической системе координат (СК) и учитывающие упругость троса. Построена также простая модель работы механизма развертывания. Проведенные исследования иллюстрируются численным моделированием процесса развертывания ТС с капсулой.

1. Уравнения движения тросовой системы

Уравнения движения тросовой системы могут быть представлены в различных формах и при различном наборе допущений [1]. В данной работе уравнения движения тросовой системы (ТС) записаны в геоцентрической СК. В этом случае моделируется движение не только капсулы, но и движение КА по орбите.

На каждое из тел, составляющих ТС, действуют гравитационная сила и сила упругости троса. Поэтому уравнения движения КА и спускаемой капсулы (СК) в векторном виде примут вид

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}_i, \qquad m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{G}_i + \vec{F}_{T_i} \tag{1}$$

где i = 1, 2; индексы 1 и 2 соответствует СК и КА: $\vec{r}_i, \vec{V}_i$ – радиусы-вектор и скорости тел в геоцентрической системе координат; m_i – массы тел; $\vec{G}_i = -\frac{K}{r_i^3}\vec{r}_i$ – гравитационные силы в центральном поле Земли; $\vec{F}_{T1} = F_T \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$ и $\vec{F}_{T2} = -\vec{F}_{T1}$ – силы упругости, действующая на СК и на КА; F_T – модуль силы упругости троса.

Так как трос не воспринимает сжимающих нагрузок, то модуль силы упругости вычисляется по закону Гука из выражения

$$F_T = \begin{cases} c\dfrac{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| - L}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|}, & если \quad \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| - L \geq 0 \\ 0, & если \quad \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| - L < 0 \end{cases}, \tag{2}$$

где L – нерастянутая длина выпущенного из механизма троса, c = ES – коэффициент упругости, E – модуль Юнга, $S = \pi\dfrac{D^2}{4}$ – площадь поперечного сечения троса, D – диаметр троса.

К этим уравнениям необходимо присоединить уравнения движения тормозного механизма, которые запишем в следующем виде:

$$\frac{dL}{dt} = V_L, \quad m_к \frac{dV_L}{dt} = F_T - F_y, \tag{3}$$

где $m_к$ – коэффициент, характеризующий инерционность механизма разматывания (эквивалентная масса); F_y – сила в механизме разматывания троса.

Силу F_y можно вычислить по формуле

$$F_y = F_y^0 + K_L \Delta L + K_V \Delta V_L, \tag{4}$$

где F_y^0 – программное значение силы в механизме управления; K_L, K_V – коэффициенты регулятора; $\Delta L = L - L^0$, $\Delta V_L = V_L - V_L^0$ – ошибки управления; L, V_L и L^0, V_L^0 – соответственно текущие и программные значения длины и скорости развертывания троса.

Чтобы завершить описание математической модели развертывания ТС в геоцентрической СК, необходимо задать коэффициенты обратной связи в выражении (4), которые будут определены ниже.

Сила F_y является управляющей силой и задается в соответствии с принципом обратной связи по формуле (4). Однако способ создания этой силы может быть различным. В настоящее время существуют два основных механизма создания силы F_y: 1) механизм с лебедкой, в котором трос намотан на барабан и управляющее воздействие заключается в создании вращающего момента того или иного знака, приложенного к барабану; 2) механизм, в котором трос соскальзывает с барабана и в котором сила F_y может быть лишь одного знака (эта сила лишь подтормаживает трос).

Номинальная программа развертывания космической тросовой системы, используемая в работе, соответствует программе, принятых в проекте YES2 [2]. На рисунках 1 и 2 приводятся номинальные зависимости для длины $L^0(t)$ и скорости развертывания $V_L^0(t)$ троса, принятые в данной работе.

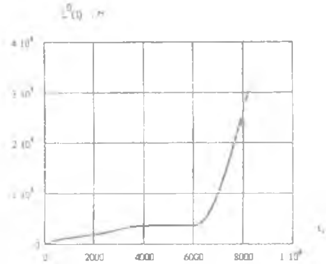

Рис. 1

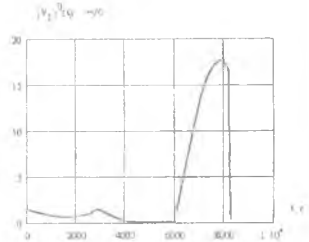

Рис. 2

2. Рассматриваемые критерии и методы оптимизации

Для определения коэффициентов обратной связи производится сравнение двух критериев оптимальности решения задачи регулирования номинального программного развертывания тросовой системы с капсулой.

1. Классический интегральный квадратичный критерий оптимальности [3]:

$$J = \int_0^T \left(a\,\Delta L^2 + b\,\Delta V^2 + c\,\Delta F_y^{\,2} \right) dt, \tag{5}$$

где T – полное время развертывания тросовой системы, a, b, c – положительные весовые коэффициенты критерия.

2. Минимаксный критерий, позволяющий минимизировать не только максимальные ошибки управления, но и по абсолютной величине отрицательные значения силы F_y:

$$J = a \max_t \left|\Delta L(t)\right| + b \max_t \left|\Delta V(t)\right| - c \min_t \Delta F_y(t). \tag{6}$$

где слагаемое с весовым коэффициентом $c > 0$ позволяют учесть ограничения на минимальную величину силы F_y.

Во всех рассмотренных критериях оптимальности весовые коэффициенты являются положительными. В критерии оптимальности (6) знак минус перед коэффициентом c позволяет поднять уровень минимальных значений силы F_y и, тем самым, уменьшить по модулю отрицательные значения силы F_y в механизме разматывания (механизм лишь подтормаживает трос). Это особенно актуально при использовании механизмов разматывания, работающих по принципу соскальзывания нити и не предусматривающих намотку троса. Такой механизм используется в проекте YES2 [2].

Для минимизации рассматриваемых критериев оптимальности и для повышения надежности решения задачи использовались два численных метода нелинейного программирования – циклический метод координатного спуска [4] и простой метод случайного поиска. Используя формулу (4), для каждых конкретных значений коэффициентов K_L, K_V путем численного интегрирования системы уравнений (1), (3) на отрезке [0, T] можно вычислить любой из критериев оптимальности. Поэтому каждый из критериев напрямую зависит от двух параметров $J(K_L, K_V)$.

3. Результаты оптимизации

Так как весь процесс развертывания ТС разделяется на два этапа, то сначала производилась оптимизация на первом этапе (этапе развертывания с малыми скоростями со временем развертывания 6000 с, рис. 1-2), а потом при фиксированных оптимальных коэффициентах на первом этапе искался минимум критерия оптимальности для второго этапа развертывания. При использовании метода случайного поиска объем серии экспериментов был равен 300. При проведении расчетов были приняты следующие исходные данные: $m_1 = 12$ кг, $m_2 = 6000$ кг, $E = 1.2 \cdot 10^{10}$ н/м^2, $D = 0.0006$ м, $m_к = 0.3$ кг, $V_L(0) = 1.65$ м/с (начальная скорость отделения капсулы), $H = 300$ км (высота круговой орбиты). Результаты оптимизации при одинаковых весовых коэффициентах a, b, c представлены в таблице 1. Первые две строки соответствуют классическому критерию (первый и второй этап развертывания), последние две строки – минимаксному критерию. Нетрудно заметить, что минимаксный критерий позволяет во много раз уменьшить (по модулю) отрицательные значения управляющей силы. Как видно из таблицы, полностью исключить отрицательные значения управляющей силы не удалось. Поэтому был также проведен численный эксперимент, моделирующий работу механизма развертывания, не приспособленного к втягиванию троса ($V_L \geq 0$) и работающего только на его торможение ($F_y \geq 0$). При этом использовались коэффициенты, соответствующие минимаксному критерию из таблицы 1. Хотя максимальная ошибка управления по длине троса $\max_t \Delta L(t)$ на втором этапе развертывания увеличивается при этом на порядок приблизительно в середине этапа, но к завершению процесса развертывания она уменьшается и не превышает 20 м. Следовательно, механизм развертывания, работающий только на торможение, в этом случае справляется с поставленной задачей. Использование же классического критерия в этом случае ведет к недопустимо большим ошибкам регулирования (несколько сотен метров по длине троса).

Таблица 1 – Результаты оптимизации

№	Коэффициенты критерия			Оптимальные коэффициенты		Максимальные ошибки		Управляющая сила	
	a	b	c	KL	KV	ΔL, м	ΔV, м/с	max Fy, Н	min Fy, Н
1	1	1	10	2.0	1.7	13.6	4.6	174.7	-3.3
2	1	1	10	9.2	2.0	61.4	1.0	6.0	-4.3
3	1	1	10	1.0	2.0	18.4	4.6	198.4	-0.7
4	1	1	10	0.4	1.6	79.1	2.7	5.1	-0.2

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990.
2. http://www.yes2.info YES2 Spacemail. 2006.
3. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.
4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1988.