УДК 629.78

Заболотнов Ю.М., Щетинина И.А.

# ОЦЕНКА ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА АТАКИ ЛЕГКОЙ КАПСУЛЫ В ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧКАХ ЕЕ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА

Передовая технология спуска с орбиты легких капсул на тросе (SpaceMail) является перспективной, так как позволяет без использования тормозной двигательной установки обеспечить доставку полезного груза в заданный район земной поверхности. В перспективе такая технология может быть применена для доставки полезных грузов с долговременной МКС.

При разработке технологии спуска легких капсул возникает ряд задач, требующих решения при их проектировании. К таким задачам можно отнести: обеспечение требуемого теплового режима, приемлемой конечной скорости приземления, устойчивости движения легкой спускаемой капсулы (ЛСК), приземление в заданный район земной поверхности и др. Во время движения капсулы важным является момент прохождения максимального теплового потока в силу большого риска повреждения теплоизоляции ЛСК. В данной работе проводится статистический анализ возникающих значений углов атаки спускаемой капсулы на момент прохождения максимального теплового потока. Статистическое моделирование осуществляется с момента отделения капсулы от тросовой системы.

Случайные факторы вызывают в процессе спуска ЛСК отклонения параметров ее движения от их заданных значений. По причинам возникновения и изменения во времени случайные возмущения удобно разделять следующим образом:

1. Возмущения, связанные с начальными условиями движения ЛСК: а) угол отклонения троса от вертикали в момент отделения капсулы: б) начальный угол атаки; в) начальные угловые скорости вращения ЛСК.
2. Неточность знания аэродинамических характеристик капсулы.
3. Возмущения среды: а) случайные вариации плотности атмосферы; б) случайные вариации составляющих скорости ветра.

Для большинства возмущающих воздействий статистические характеристики либо неизвестны, либо известны недостаточно полно. Поэтому необходимо делать предположения о законах распределения случайных возмущений [1]. Статистическое моделирование было проведено для следующих исходных данных:

– начальный угол отклонения троса от вертикали θ в момент отделения капсулы - случайная величина с равномерным законом распределения плотности вероятности $\theta \in [-20;20°]$;

– начальный угол атаки α – случайная величина с плотностью вероятности $f(\alpha) = k \cdot \sin(\alpha)$ на отрезке $\alpha \in [0;\alpha_m]$ [2], где $\alpha_m = 80$ и коэффициент $k$ определяется из условия нормировки плотности;

– составляющие начальной угловой скорости вращения капсулы ($\omega_x$, $\omega_y$, $\omega_z$) распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и со стандартном отклонением, равным 0,01;

– коэффициенты аэродинамических сил рассматриваются как случайные величины, и принимается предположение о нормальном законе распределения их плотности вероятности. Стандартные отклонения задаются из расчета 20% от их номинальных значений;

– аэродинамический момент относительно центра масс капсулы рассматривается как случайная величина и принимается предположение о нормальном законе распределения его плотности вероятности. Отклонения от номинала будем задавать такие же, как и у коэффициентов аэродинамических сил;

– значения средней плотности верхней атмосферы Земли и ее предельные отклонения в диапазоне высот от 120 до 300 км соответствуют ГОСТ 25645.101 – 83. Модельная плотность атмосферы для высот от 0 до 120 км соответствует ГОСТ Р 25645.166 – 2004. Так как в нем не указаны относительные отклонения плотности атмосферы, было принято предположение о нормальном законе распределения плотности вероятности в силу того, что разброс значений данной физической величины обусловлен многими причинами. Стандартные отклонения плотности атмосферы от номинала задавались из расчета 20% от номинальной плотности;

– закономерности вертикального распределения характеристик ветра по широтному поясу 40-60° N(с.ш.) северного полушария для высот до 30 км устанавливаются ГОСТ 24728 – 81. Согласно этому стандарту в программе обрабатываются средние значения меридиональной и зональной составляющих скорости ветра. Распределение по высоте средних значений зональной и меридиональной составляющих скорости ветра для высот от 30 до 70 км, а также их стандартных отклонений для высот от 0 до 70 км соответствует данным, полученным Школьным Е.П. и Майбородой Л.А. в ходе их исследований статистических характеристик ветра [3].

Математическая модель движения в атмосфере ЛСК с учетом перечисленных возмущений нашла свою реализацию в автоматизированной информационной системе (АИС) статистического моделирования и анализа движения в атмосфере ЛСК [4].

В качестве примера оценим значимость случайных факторов в формировании отклонения угла атаки в момент прохождения максимального удельного теплового потока. Оценку произведем с помощью построения линейной регрессионной модели [5]. При вычислении коэффициентов модели будем использовать итерационный метод наименьших квадратов [6].

Представим функцию $\alpha_{Q_{max}}(V)$, где V – вектор входных случайных величин, полиномом первой степени:

$$\alpha_{Q_{max}} = b_0 + \sum_{i=1}^{9} b_i v_i \tag{1}$$

Здесь $\hat{\alpha}_{Q_{max}}$ – оценка угла атаки в момент прохождения максимального удельного теплового потока (на высоте 45-50 км); b0 – оценка его математического ожидания; bi (i = 1, 2,…, 9) – коэффициенты влияния возмущающих факторов, где коэффициент b1 соответствует вариациям плотности атмосферы, b2 – составляющим скорости ветра, b3 – углу отклонения троса от вертикали, b4, b5 и b6 – проекциям вектора начальной угловой скорости ω, b7 - начальному углу атаки α, b8 – аэродинамическому коэффициенту $c_x$, b9 – аэродинамическому коэффициенту $c_{yn}$. Коэффициенты аэродинамической силы $c_x$ и $c_{yn}$ задаются в системе координат, связанной с плоскостью пространственного угла атаки ЛСК.

Коэффициент значимости i-го случайного фактора для полинома первого порядка (1) определяется по следующей формуле:

$$\delta\eta = \frac{D_i}{D[\varphi(V)]}. \tag{2}$$

Здесь $D_i$ – дисперсия для i-го случайного фактора, определяемая по соответствующему слагаемому в модели (1); $D[\varphi(V)]$ – полная дисперсия.

В результате обработки серии из N = 400 статистических экспериментов были получены коэффициенты полинома (1). Заметим, что для этой серии экспериментов $\sigma(\alpha_{Q_{max}}) = 1{,}137$ град, а $b_0 = 9{,}455$ град.

Определим коэффициенты значимости каждого случайного фактора для полинома (1), после чего определим суммарные коэффициенты значимости групп возмущений (таблица 1), которые лежат в диапазоне от 0 до 1.

Таблица 1 – Коэффициенты значимости случайных факторов

| $\delta\eta1$ | $\delta\eta2$ | $\delta\eta3$ | $\delta\eta456$ | $\delta\eta7$ | $\delta\eta89$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.0005 | 0 | 0.2614 | 0.0052 | 0.055 | 0.6779 |

Из вышесказанного следует, что на движение ЛСК, имеющей форму конуса со сферическим носком, наибольшее влияние (в порядке значимости) оказывают такие случайные факторы, как неопределенности в задании аэродинамических характеристик, угла отклонения троса от вертикали, начального угла атаки. По сравнению с ними влияние остальных случайных факторов незначительно.

Для получения статистического аналога неизвестной функции плотности вероятности $f(\alpha_{Q_{max}})$ построим гистограмму (верхнюю границу гистограммы можно рассматривать как оценку неизвестной плотности $f(\alpha_{Q_{max}})$ распределения).

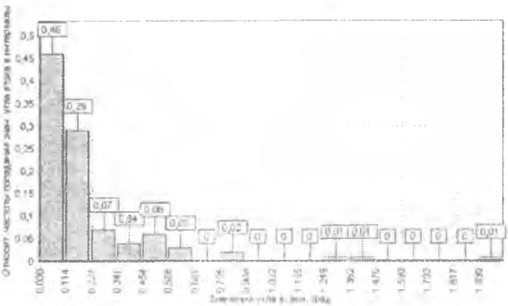

Рис. 1. Гистограмма для угла атаки $\alpha_{Q_{max}}$

При учете всех случайных факторов закон распределения угла атаки капсулы в момент прохождения максимального удельного теплового потока близок к экспоненциальному закону распределения.

Наиболее распространенным критерием проверки гипотезы о виде распределения является критерий $\chi 2$ Пирсона. Проверим гипотезу об экспоненциальном законе распределения величины угла атаки ЛСК. Зададимся уровнем значимости 0.05. По имеющимся статистическим данным вычислим статистику критерия: $\chi 2 = 0.906$. При этом табличное значение критерия будет равно 16.296 при количестве степеней свободы, равном $\nu = 9$. Причем $\nu = K - p$, где $K$ – количество интервалов гистограммы, $p$ – количество определяемых параметров. Таким образом, гипотеза об экспоненциальном законе распределения угла атаки для данной выборки не противоречит статистическим данным и может быть принята.

## Библиографический список


1. Белоконов И.В. Статистический анализ динамических систем (анализ движения летательных аппаратов в условиях статистической неопределенности): Учебное пособие. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2001.
2. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
3. Школьный Е. П., Майборода Л. А. Управление движением летательных аппаратов. – С-Пб.: Гидрометиздат, 1973.
4. Заболотнов Ю.М., Щетинина И.А. Оценка вклада различных возмущений в рассеивание точек посадки легкой спускаемой капсулы //Сборник трудов Третьей Всероссийской научной конференций "Математическое моделирование и краевые задачи", Самара, СамГТУ- 2006. – С. 174-177.
5. Щетинина И.А. Оценка значимости возмущений в задаче движения легкой спускаемой капсулы атмосфере // Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006) – Самара – 2006. – Том 1. – С. 227-230.
6. Гроп Д. Методы идентификации систем. - М.: Мир, 1979.