9. Ali, M.M. A penalty function-based differential evolution algorithm for constrained global optimization / M.M. Ali, W.X. Zhu // Comput. Optim. Appl. – Vol. 54. – 2013. – pp. 707-739. doi: 10.1007/s10589-012-9498-3.

УДК 531.533

Степанов Р.П., Кусюмов А.Н.

## О МОДЕЛИРОВАНИИ КОНЦЕВОГО ВИХРЯ КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

Выбор подходящего метода идентификации вихревых структур, сходящих с различных несущих поверхностей летательных аппаратов (ЛА), является важной задачей. Анализ ядра вихря, генерируемого несущей поверхностью, позволяет визуализировать вихревую структуру потока, определять значения циркуляции ядра вихря и его размеры в различных сечениях. Другим важным вопросом при исследовании вихревых структур является нахождение положения центра вихря для двумерного случая или оси вихря в трехмерном потоке. Оценка значения циркуляции ядра вихря и воспроизведение траектории вихря позволяют учитывать влияние вихрей на органы управления, расположенные в хвостовой части самолета. Важным вопросом также является оценка влияния концевых вихрей крыла на летящий сзади самолет.

В настоящее время анализ структуры течения и лётно-технические характеристики ЛА в основном определяются путём численного моделирования. Однако повышение точности численного моделирования обтекания ЛА требует значительных вычислительных мощностей. В случаях, когда необходимо провести численное моделирование вихревой структуры в среднем и дальнем поле, затрачиваемые вычислительные ресурсы могут становиться недоступно высокими. В связи с этим встает вопрос выбора подходящего метода идентификации вихревых структур в условиях наличия погрешностей при получении результатов численного моделирования.

В данной работе анализ вихревой структуры течения проводится с использованием результатов численного моделирования обтекания прямоугольного крыла конечного размаха с относительным удлинением 7,8. Крыло имело постоянный по размаху аэродинамический профиль, близкий к Göttingen-387. Описание условий численного моделирования, расчётной сетки и программы для решения уравнений Навье-Стокса осреднённых по Рейнольдсу (RANS) представлены в [1]. В силу симметрии течения относительно поперечной оси крыла расчётная область при отсутствии угла скольжения строилась для половины размаха крыла.

Одним из наиболее часто используемых методов идентификации вихрей является -критерий [2], в котором ядро вихря определяется как замкнутая пространственная область, в которой евклидова норма тензора завихренности  $\Omega$  превышает значение нормы тензора деформации **S**:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ji} - S_{ij} S_{ji}) \ge 0.$$
(1)

Здесь  $\Omega_{ij} = 0.5(u_{i,j} - u_{j,i})$ ;  $S_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i})$ , где значения  $u_{i,j}$  являются производными компонентов вектора скорости по пространственным координатам.

В работе [1] предложен Q<sup>1</sup>-критерий, полученный путем декомпозиции -критерия. В безразмерном виде -критерий можно записать следующим образом:

$$\bar{Q} = |\bar{\Omega}|^2 - |\bar{\mathbf{S}}|^2 = \bar{Q}^1(|\bar{\Omega}| + |\bar{\mathbf{S}}|), \qquad (2)$$

где

$$\bar{Q}^{1} = |\bar{\Omega}| - |\bar{\mathbf{S}}| = \frac{b}{2\pi V_{\infty}} (\|\Omega\| - \|\mathbf{S}\|).$$
(3)

Здесь b – хорда крыла,  $V_{\infty}$  – скорость невозмущенного потока.

Как правило, считается, что внешние границы ядра вихря можно определить следующим условием:

$$\bar{Q} = \bar{Q}^1 = 0. \tag{4}$$

Однако на практике при использовании выражения (4) появляются области с малыми значениями Q, которые формально удовлетворяют условию (1), но не относятся к ядру вихря. В связи с этим, границы ядра вихря определяют некоторым малым положительным значением  $\bar{Q} = C$ . В частности, в данной работе схожие размеры концевого вихря были получены для значений  $\bar{Q}^1 = 0,01$  и  $\bar{Q} = 0,001$ .

На рис. 1 и 2 представлена визуализация концевых вихрей для двух расчетных сеток. В первом случае (рис. 1) сгущение расчетной сетки М1 в окрестности концевого вихря было адаптировано для угла атаки  $\alpha = 6^{\circ}$  и расчеты проводились для  $\alpha = 6^{\circ}$ . Во втором случае (рис. 2) область сгущения расчетной сетки М2 за крылом была адаптирована для угла атаки  $\alpha = 0^{\circ}$ , но расчеты велись для угла  $\alpha = 6^{\circ}$ . Из рис. 1 следует, что численное моделирование с использованием обеих сеток при фиксированном значении угла атаки не выявило существенных различий при построении изоповерхностей ядра вихря с использованием  $\bar{Q}$ - и  $\bar{Q}^1$ -критериев. При этом анализ структуры ядра вихря выявил различие в определении положения центра вихря в сечении при использовании сеток М1 и М2. Координаты центра вихря  $\mathbf{x}_c = (x, y_c, z_c)$  в двумерном сечении вихря определялись по максимальным значениям Q- и  $Q^1$ критериев.

$$\bar{Q}(\mathbf{x}_c) = \bar{Q}_{max}, \ \bar{Q}^1(\mathbf{x}_c) = \bar{Q}^1_{max}.$$
(5)



Рис. 1 Визуализация изоповерхностей (расчётная сетка М1):  $\mathbf{a}-\bar{Q}^1=\mathbf{0},\!\mathbf{01};\,\mathbf{6}-\ \bar{Q}=\mathbf{0},\!\mathbf{001}.$ 



Рис. 2. Визуализация изоповерхностей (расчётная сетка M2):  $a - \bar{Q}^1 = 0,01; \, 6 - \bar{Q} = 0,001$ 

По полученным координатам центров вихрей для различных расстояний х от задней кромки крыла определялось положение оси вихря. Для сетки М1, блочная структура которой адаптирована для рассматриваемого угла атаки  $\alpha = 6^\circ$ , структура ядра вихря по *Q*- и Q<sup>1</sup>-критериям оказалась практически идентичной. Положение центра ядра вихря в сечениях располагалось приблизительно в центре ядра и форма оси вихря в обоих случаях выглядит достаточно гладкой. Ломаные кривые на рис. 3 показывают оси вихря, определяемые по положениям координат точек с максимальными значениями Q- и Q<sup>1</sup>-критериев в различных сечениях при моделировании на сетке М2. Следует отметить, что ось вихря, построенная с использованием Q<sup>1</sup>-критерия, является более гладкой по сравнению с осью вихря, полученной с помощью -критерия. Анализ показывает, что более гладкая форма кривой оси вихря по  $Q^1$  критерию определяется меньшим влиянием вычислительных погрешностей при вычислении значений  $Q^1$  в сравнении со значениями Q.



Рис. 3 Сравнение осей вихря, полученных с использованием Q – (синий цвет) и  $Q^1$  – (зелёный цвет) критериев для сетки M1

Из представленных результатов также следует, что  $\bar{Q}^1$ -критерий позволяет отделить область сдвиговых деформаций (непосредственно за задней кромкой крыла) от области ядра концевого вихря.

В заключение кратко сформулируем основные выводы по работе. С использованием результатов численного моделирования рассмотрены вопросы, связанные с определением границ ядра концевого вихря за крылом конечного размаха на базе Q- и  $Q^1$ -критериев. Кривые, определяющие пространственное положение оси вихря, строились по координатам точек с максимальными значениями Q- или  $Q^1$ -критериев. Показано, что  $Q^1$ -критерий позволяет получать более гладкую ось вихря по сравнению с -критерием.

## Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ тема 123030100016-5 FZSU-2023-0005.

## Библиографический список

1. Hunt, J.C.R. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows / J.C.R. Hunt, A.A. Wray, P. Moin. – NASA CTR-S88, 1988. – 193-208 p.

2. Степанов, Р.П. О локализации ядра концевого вихря крыла / Р.П. Степанов, А.Н. Кусюмов, Дж. Баракос // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2022. – №1. – С. 131–136.