УДК 621.787:539.319

Злобин А.С., Вакулюк В.С., Селиванова Е.Е., Селищев П.А., Завязкин А.А.

## МОДИФИЦИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ СРЕДНЕИНТЕГРАЛЬНЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Остаточные напряжения, возникающие под воздействием конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов, оказывают существенное влияние на характеристики сопротивления усталости деталей авиационной техники. При этом в работах [1–3] было показано, что многоцикловая и малоцикловая усталость зависит не только от величины остаточных напряжений, но также от их глубины залегания и характера распределения. Таким образом, для корректного учёта влияния остаточных напряжений при оценке характеристик сопротивления усталости необходим комплексный критерий, учитывающий перечисленные факторы.

Такой критерий – среднеинтегральные остаточные напряжения  $\overline{\sigma}_{\text{ост}}$ , – был предложен [1, 2] кафедрой сопротивления материалов Самарского университета на основе решения задачи [4] о перераспределении остаточных усилий после нанесения надреза полуэллиптического профиля на упрочнённую поверхность. Это остаточные напряжения на дне трещины с точностью до постоянного коэффициента, зависящего от радиуса у дна трещины и её глубины.

На рис. 1 схематично изображена трещина усталости в резьбовой детали, где t — глубина трещины,

$$v = \arccos \frac{y}{t}$$
.

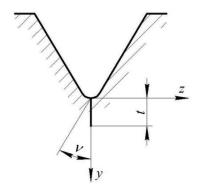


Рис. 1. Трещина усталости в резьбовой детали

Зная исходное (до образования трещины) распределение остаточных напряжений  $\sigma_{\rm oct}(y)$  по глубине поверхностного слоя (в сечении z=0), среднеинтегральные остаточные напряжения можно вычислить по формуле:

$$\overline{\sigma}_{\text{ocr}} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\text{ocr}}(v) dv$$
 (1)

Выражение (1) позволяет оценить величину остаточных напряжений в вершине трещины глубиной t, на основе их исходного распределения в поверхностном слое детали до образования трещины. Это делает удобным использование критерия  $\overline{\sigma}_{\text{ост}}$  для исследования влияния остаточных напряжений на характеристики многоцикловой [1, 2] и малоцикловой [3] усталости.

В монографии [5] для вычисления интеграла (1) предлагается использовать формулу Симпсона:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\text{oct}}(v) dv = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{6n} \left[ \sigma_{\text{oct } 0} + \sigma_{\text{oct } 2n} + 2(\sigma_{\text{oct } 2} + \sigma_{\text{oct } 4} + \dots + \sigma_{\text{oct } 2n-2}) + (2) + 4(\sigma_{\text{oct } 1} + \sigma_{\text{oct } 3} + \dots + \sigma_{\text{oct } 2n-1}) \right].$$

Диапазон  $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$  изменения угла  $\nu$  условно разделяется на чёт-

ное количество равных частей, границы которых обозначаются как  $v_j$ , где  $j=0,1,\ldots,2n$ . Величины остаточных напряжений  $\sigma_{\text{ост}\,j}$  в формуле (2) соответствуют глубинам поверхностного слоя  $y_j=t\cdot\cos v_j$ .

Однако, если требуется вычислить среднеинтегральные остаточные напряжения для трещины разной глубины t или установить зависимость  $\overline{\sigma}_{\text{ост}} = f(t)$ , использование формулы (2) будет весьма трудоёмким, поскольку для каждой величины t необходимо каждый раз заново определять значения 2n,  $v_j$ ,  $y_j$ , и  $\sigma_{\text{ост}\,j}$ . В связи с этим вычисление  $\overline{\sigma}_{\text{ост}} = f(t)$  с использованием формулы Симпсона (2) практически нельзя автоматизировать. Модифицируем выражение (1) для снижения трудоёмкости его использования.

В работе [3] показано, что зависимость остаточных напряжений от глубины поверхностного слоя детали удобно представлять в виде полинома:

$$\sigma(y) = \sum_{i=0}^{k} b_i \cdot y^i. \tag{4}$$

Коэффициенты  $b_i$  определяются с помощью аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов. Тогда можно записать:

$$\sigma(v) = \sum_{i=0}^{n} b_i \cdot (t \cdot \cos v)^i.$$
 (5)

С учётом формулы (5) запишем выражение для вычисления среднеинтегральных напряжений в следующем виде:

$$\overline{\sigma}_{\text{oct}} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sigma(v) dv = \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} b_{i} \cdot t^{i} \cdot \cos^{i} v dv = \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{i=0}^{n} b_{i} \cdot t^{i} \cdot I_{i}, (6)$$

где 
$$I_i = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^i v dv.$$

В работе [3] показано, что в большинстве случаев k=6 обеспечивает достаточную точность аппроксимации. С учётом этого в табл. 1 приведены вычисленные аналитическим способом значения определённых интегралов  $I_i$ , где  $i=0,1,\ldots,6$ .

Таблица 1. Значения интегралов  $I_i$ 

$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
$\frac{\pi}{2}$	1	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5\pi}{32}$

Используя данные табл. 1, запишем формулу зависимости среднеинтегральных остаточных напряжений от глубины трещины  $\overline{\sigma}_{\text{ост}}(t)$  при известном исходном (до образования трещины) распределении остаточных напряжений по глубине поверхностного слоя (4):

$$\overline{\sigma}_{\text{ocr}} = b_0 + \frac{2}{\pi} \cdot b_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot b_2 \cdot t^2 + \frac{4}{3\pi} \cdot b_3 \cdot t^3 + \frac{3}{8} \cdot b_4 \cdot t^4 + \frac{16}{15\pi} \cdot b_5 \cdot t^5 + \frac{5}{16} \cdot b_6 \cdot t^6$$
(7)

Полученное модифицированное выражение (7) позволяет напрямую, без выполнения дополнительных действий, вычислять среднеинтегральные остаточные напряжения для любого значения t и, следовательно, автоматизировать эту процедуру при исследовании влияния остаточных напряжений на характеристики усталости резьбовых деталей.

## Библиографический список

1. Павлов, В.Ф. Влияние характера распределения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя детали на сопротивление усталости / В.Ф. Павлов // Известия вузов. Машиностроение. — 1987. — №7. — С. 3-6.

- 2. Павлов, В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений / В.Ф. Павлов // Известия вузов. Машиностроение. 1986. № 8. С. 29–32.
- 3. Злобин, А.С. Влияние остаточных напряжений на малоцикловую усталость резьбовых деталей: диссертация кандидата технических наук: 01.02.06 / Злобин Андрей Сергеевич. Самара, 2022. 138 с.
- 4. Иванов, С.И. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом / С.И. Иванов, М.П. Шатунов, В.Ф. Павлов // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Куйбышев: КуАИ, 1974. Вып. 1. С. 88–95.
- 5. Иванов, С.И. Остаточные напряжения и сопротивление усталости высокопрочных резьбовых деталей / С.И. Иванов, В.Ф. Павлов, Б.В. Минин и др. Самара: Издательство СНЦ РАН. 2015.-170 с.

УДК 621.787:4

Сургутанов Н.А., Сургутанова Ю.Н., Прохоров А.А., Яковлева П.С., Шеметов Н.А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ ВБЛИЗИ ФРОНТА УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ

В современном авиамашиностроении одним из основных путей достижения высоких показателей по надёжности и ресурсу работы деталей является рациональное конструирование. Оптимизация конструкций приводит к наличию различных концентраторов напряжений, обычно являющихся местом локализации разрушений при циклическом нагружении. Основными методами, позволяю-