УДК 629.78

Ефелов Д.И.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ И ДВИЖЕНИЯ ЛЕГКОЙ КАПСУЛЫ С ТРОСОМ НА ВНЕАТМОСФЕРНОМ УЧАСТКЕ СПУСКА С ОРБИТЫ

В настоящее время в космонавтике существует большое количество разнообразных проектов использования тросовых систем для различных целей. Несколько таких проектов уже были успешно реализованы: TSS-1 (1992), TSS-1R (1996), TiPS (1995), ATEx (1998), SEDS-1 and SEDS-2. Такие системы имеют большие динамические возможности и разнообразные приложения [1,2].

Рассматривается задача моделирования развертывания и движения капсулы вместе с тросом на внеатмосферном участке спуска с орбиты Земли в рамках совместного российско-европейского проекта YES2. Спуск происходит с высоты 300 км, и моделирование производится до плотных слоев атмосферы (до высоты порядка 100 км).

Первоначально капсула закреплена на космическом аппарате (КА) «Фотон-М». В начальный момент времени капсула и КА составляют единую систему, и развертывание связки представляет собой процесс перевода КА и капсулы в состояние, когда они находятся на некотором расстоянии друг от друга (около 30 км), оставаясь соединенными тросом. Механизм отделения сообщает капсуле начальную скорость 2 м/с, направленную по локальной геовертикали к Земле. Развертывание происходит под действием гравитационных сил без использования реактивных двигателей. После достижения заданной длины трос фиксируется, и капсула на тросе некоторое время совершает маятниковое движение. Рассматривается вариант спуска, когда при прохождении тросовой системой локальной геовертикали трос обрезается около КА и капсула вместе с тросом движется по направлению к Земле.

Уравнения движения записаны в геоцентрической неподвижной системе координат. Тросовая система рассматривается как система N материальных точек. Первая из них соответствует КА, последняя – возвращаемой капсуле, а остальные точки представляют собой цепочку частиц, связанных между собой вязкоупругими связями, моделирующими гибкий трос. Параметры частиц и вязкоупругой связи выбираются соответствующими эквивалентному элементу троса. На все элементы системы действуют гравитационные (модель центрального поля притяжения Земли), аэродинамические, упругие и диссипативные силы.

Такой метод представления распределенных систем широко используется при м лировании, поскольку он представляет собой простой способ создания физически реалис ного движения в самых различных ситуациях. Несмотря на то, что в реальности масса распределена по его объему, часто бывает возможным моделировать движение тела, расс ривая его как набор точек с массой. Хотя взаимодействие между отдельными движущи точками может быть и очень сложным, но во многих случаях его можно приблизительно о сано простыми механическими связями. Таким образом, модель представляет собой о гибкую технику моделирования [4].

Рассматриваемая система характеризуется следующими параметрами: максимальн длина троса 30000 м, диаметр троса 0.0006 м, масса троса 5 кг, модуль Юнга 1.2*1010 масса КА 7250 кг, масса капсулы 18 кг, характерная площадь КА 10 м^2, характерная площ капсулы 0.8 м2.

Движение тросовой системы описывается системой уравнений

$$y'(t) = f(y) \tag{1}$$

с начальными условиями $\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0$, где $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}$, $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{r}_N]^T$, $\mathbf{r}_i = [r_{ix} \quad r_{iy} \quad r_{iz}]$;

$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{v}_N]^T$; $\mathbf{v}_i = [v_{ix} \quad v_{iy} \quad v_{iz}]$, $i = 1, N$; r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}, v_{ix}, v_{iy}, v_{iz} – координаты

скорости точек по каждой из осей; $f(t, v) = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}(t, y) \end{bmatrix}$; $\mathbf{M} = [M_1 \quad M_2 \quad \cdots \quad M_N]$

$\mathbf{M}_i = [m_i \quad m_i \quad m_i]$, $m_i, i = 1, N$ – массы точек; $\mathbf{I}$ – единичная матрица размерности $3N \times 3N$

$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{F}_N]^T$; $\mathbf{F}_i = [F_{ix} \quad F_{iy} \quad F_{iz}]$ – силы, действующие на точки.

На движущуюся по орбите тросовую систему действует много сил. В их число вход гравитационное взаимодействие системы с Землей, Солнцем, Луной и планетами Солнечн системы; давление солнечного излучения; сопротивление атмосферы. Кроме того, в систем существует взаимодействие между ее элементами. При моделировании рассматривались наи более значимые из факторов, влияющих на движение. Суммарная сила, действующая на i-ю точку, формируется следующим образом:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{G_i} + \mathbf{F}_{S_i} + \mathbf{T}_i + \mathbf{F}_{D_i} \tag{2}$$

Опишем каждую из ее составляющих подробнее. $\mathbf{F}_{\mathbf{G}_i}$ – сила притяжения, действующая на i-ю точку со стороны Земли. Если m_E –масса Земли, γ – гравитационная постоянная, то получим: $\mathbf{F}_{\mathbf{G}_i} = -m_E \cdot \gamma \cdot m_i \frac{\mathbf{r}_i}{R_i^3}$, $R_i = (r_{ix}^2 + r_{iy}^2 + r_{iz}^2)^{1/2}$.

Силы, действующие со стороны Солнца, Луны и планет, очень малы и не оказывают влияния на траекторию спуска. Эти силы не учитываются и при развертывании, поскольку время развертывания составляет всего несколько часов.

$\mathbf{F}_{\mathbf{S}_i}$ – сила сопротивления атмосферы. Для ее вычисления используется модель свободномолекулярного течения. Она предполагает ударное взаимодействие набегающего потока с поверхностью обтекаемого тела. Сила принимается пропорциональной плотности атмосферы:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{S}_i} = -\frac{\rho_i \cdot C_i}{2} \cdot S_i \cdot V_i \cdot \begin{bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ v_{iz} \end{bmatrix}, \quad V_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2}$$

где C_i – коэффициент аэродинамического сопротивления i-го элемента системы, $\mathbf{S}_i$ – характерная площадь элемента, ρ_i – плотность атмосферы на высоте i-го элемента. Плотность атмосферы вычисляется на основании данных NASA, доступных по адресу http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/models/msis.html. Информация об атмосфере представлена в виде таблицы и поэтому для получения плотности атмосферы на заданной высоте используется линейная интерполяция.

$\mathbf{T}_i$ – силы упругости, действующие на i-ю точку со стороны точек i+1 и i-1. Полагая, что силы упругости действуют по закону Гука, получаем, что на i-ю частицу со стороны i+1-й частицы действует сила:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{T}i} = \begin{cases} |\mathbf{L}_i| \geq L_{0i}, -k \cdot \dfrac{(|\mathbf{L}_i| - L_{0i})}{L_0} \dfrac{\mathbf{L}_i}{|\mathbf{L}_i|}, \\ |\mathbf{L}_i| < L_{0i}, 0 \end{cases} \quad \mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} r_{i+1x} - r_{ix} \\ r_{i+1y} - r_{iy} \\ r_{i+1z} - r_{iz} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

В формуле (3) $k = E \cdot A$ – коэффициент жесткости, E – модуль Юнга, A – площадь поперечного сечения троса, L_{0i} – длина нерастянутого троса.

При $|\mathbf{L}_i| < L_0$ сила $\mathbf{F}_{\mathbf{T}_i} = 0$, так как в реальности элемент тросовой системы практически не оказывает сопротивления сжатию. Используя (3), получим:

$$\mathbf{T}_i = \begin{cases} i = 1, -\mathbf{F}_{T1} \\ i = 2, N-1, \mathbf{F}_{Ti-1} - \mathbf{F}_{Ti} \\ i = N, \mathbf{F}_{TN} \end{cases}$$

При развертывании тросовой системы управление осуществляется с помощью ме низма, регулирующего натяжение и скорость развертывания путем намотки троса на ва модели механизм управления представлен дополнительной силой $\mathbf{F}_{упр}$, которая соответст ет силе натяжения, возникающей при намотке троса на вал. Управляющая сила добавляетс действующим силам в векторе $\mathbf{F}$, и в уравнении (2) к $\mathbf{F}_1$ добавляется $\mathbf{F}_{упр}$, которая рассчи валась по формуле:

$$F_{упр} = \begin{cases} T_0 e^{\mu\varphi} + \rho v^2 (e^{\mu\varphi} - 1) + e^{\mu\varphi} \left[\int_0^{\varphi} \frac{\rho a_\tau R \quad H^2 + (Rx+2b)^2}{(Rx+2b)} e^{-\mu x} dx \right], при\ \varphi > 0 \\ T_0, при\ \varphi = 0 \end{cases} \quad (4)$$

где μ – коэффициент трения, ρ – плотность троса, φ – угол охвата, v, a_τ – соответствен скорость и ускорение движения троса по цилиндрическому валу механизма управления р вертыванием, R – радиус этого вала, H – высота механизма управления, b – проекция участ троса между валом и выходом из устройства на плоскость, перпендикулярную валу. Велич на T_0 – это некоторая, малая по абсолютной величине константа, характеризующая силы тр ния, действующие на трос до его попадания на вал управляющего механизма.

В качестве закона управления для силы $\mathbf{F}_{упр}$ в литературе встречаются различные л нейные и нелинейные соотношения, в которых управляющая сила зависит от скорости ра вертывания. В данной работе угол поворота управляющего вала задавался таблично на осн вании данных Delta-Utec (Нидерланды).

$\mathbf{F}_{Di}$ – сила демпфирования, действующая между частицами i и i+1. Эта сила обуслов лена тем, что трос не является полностью эластичным. Это приводит к тому, что часть эне гии тросовой системы рассеивается и относительная скорость движения точек уменьшается Сила демпфирования $\mathbf{D}_i$ вычислялась по формуле:

$$\mathbf{D}_i = k_d \cdot \frac{(\mathbf{v}_{i+1} - \mathbf{v}_i) \cdot \mathbf{L}_i}{\mathbf{L}_i} \cdot \frac{\mathbf{L}_i}{\mathbf{L}_i},$$

где $\mathbf{v}_{i+1}, \mathbf{v}_i$ – соответственно скорости точек i+1 и i, k_d – коэффициент демпфирования.

Тогда

$$\mathbf{F}_{Di} = \begin{cases} i = 1, \mathbf{D}_1 \\ i = 2, N-1, \mathbf{D}_{i+1} - \mathbf{D}_i \\ i = N, -\mathbf{D}_{N-1} \end{cases}$$

Описанная система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) решается численно. К сожалению, явные методы решения ОДУ ведут себя неустойчиво. В поисках наилучшего метода решения проводился выбор между методом Розенброка и методом дифференцирования назад (МДН). Метод Розенброка основан на методах Рунге-Кутты и вместо решения систем нелинейных уравнений требует только одного решения системы линейных уравнений на каждом этапе. С другой стороны, для методов с высоким порядком точности число необходимых решений систем уравнений возрастает. Другим недостатком этого метода является то, что он проявляет неустойчивость при увеличении шага интегрирования. Все это приводит к необходимости использования МДН для решения системы (1). Он являются устойчивыми при значительно больших шагах интегрирования и, кроме того, требует решения только одной нелинейной системы на каждом шаге. Однако возникает проблема, характерная для многошаговых методов и состоящая в том, что предыдущие точки траектории используются, чтобы найти последующие, которые могут радикальным образом измениться в результате действия внешних сил. Это приводит к использованию МДН первого порядка, которые не зависят от предыдущих значений, как, например, это делается в работе [4]. Окончательно для моделирования был выбран МДН второго порядка точности, опирающийся только на одно предыдущее значение, что явилось некоторым компромиссным решением.

Для решения системы в этом методе использовался метод минимизации общей невязки, который относится к классу методов подпространств Крылова [5].

На рис. 1 представлены результаты моделирования первого этапа развертывания тросовой системы (6000 секунд). На графиках показана зависимость длины троса и расстояния между первым и последним элементом. Горизонтальные участки соответствуют периодам, когда длина троса не изменяется. Это объясняется тем, что расстояние между первой и последней точками меньше длины троса. Капсула поднимается вверх под действием сил натяжения, трос провисает и размотка троса останавливается. Подъем капсулы на этом этапе может достигать 25 метров.

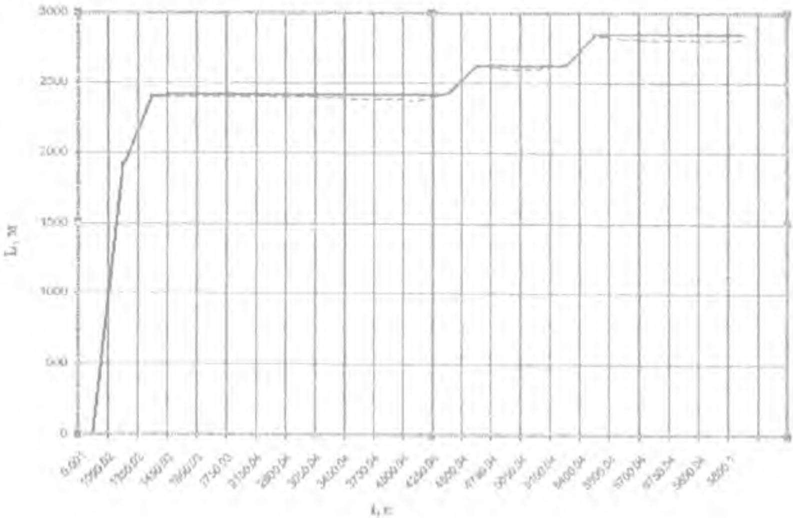

Рис 1 – Изменение длина троса при развертывании тросовой системы
(— - длина выпущенного троса, - - – расстояние между капсулой и КА)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука, 1990.

2. Иванов В.А., Сигарский Ю.С. Динамика полета системы гибко связанных космически объектов. – М.: Машиностроение, 1986.

3. Щедров В.С. Основы механики гибкой нити. – Л.: Машгиз, 1961.

4. Michael Kass. An Introduction to Physically Based Modeling, 1997.

5. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 2nd edition, SIAM, 2003.

6. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations. 2nd edition, Springer-Verlag Berlin, 1996.