## УДК 629.782.519.711

## Баяндина Т.А., Лазарев Ю.Н.

## МНОГОКАНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ АПНАРАТОВ ПО СУБОРБИТАЛЬНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

Отличительными особенностями суборбитальных траскторий является наличие восхолящего участка и недостаток кинетической энергии, требуемой для движения аэрокосмического аппарата (ЛА) по траекториям квазистационарного планирования. Таким образом, актуальным является исследование маневренных возможностей ЛЛ при движении по суборбитальным траекториям. На атмосферном участке суборбитальных траекторий имеют место значительные возмущения атмосферы, а также локализованы максимумы тенновых потоков и перегрузок.

Объектами управления являются орбитальный самолет (ОС), совершающий спуск в атмосфере с траектории выведения второй ступени авиационно-космической системы МАКС-ОС с начальными условиями, соответствующими моментам аварийного прекращения процесса выведения, и экспериментальный суборбитальный самолет (ЭСС), совершающий полет по суборбитальной траектории [1]. Максимальное значение аэродинамического качества (К<sub>тах</sub>) на гиперзвуковых скоростях движения в атмосфере у ОС и ЭСС составляет 1,6. Цель управления состоит в приведении АА из заданного начального состоящия к началу участка предпосадочного маневрирования на поверхности приведения, проходящей на высоте 20 км над поверхностью Земли, с учетом ограничений на управление, фазовые координаты и режимы движения.

Управление движением АА в атмосфере осуществляется по капалам угла атаки  $\alpha$ , скоростного угла крена  $\gamma_{\alpha}$  и силы тяги *P* двигательной установки (ДУ), значение которой определяется секундным расходом топлива  $\beta$ . На управляющие зависимости наложены ограничения:

$$\alpha_{\max}(p) \le \alpha \le \alpha_{\max}(p), |\gamma_{\sigma}| \le \gamma_{\max}(p), 0 \le \beta \le \beta_{\max},$$
(1)

где *p* – вектор параметров траектории, от которых зависит конкретный вид ограничений на управляющие воздействия. В этих неравенствах и в дальнейшем индексами *«min»* и *«max»* обозначены минимальные и максимальные значения соответствующих нараметров В работе рассмотрены ограничения на конечные значения фазовых координат как ограничения на величину отклонений скорости V относительно Земли и угла наклона траектории  $\theta$  от требуемых значений в момент времени T, соответствующий конечной точке траектории на высоте 20 км. Эти отклонения не должны превышать допустимых величин;

$$\Delta V(T) - \Delta V_{dom} \le 0, \ \Delta \Theta(T) - \Delta \Theta_{dom} \le 0, \tag{2}$$

$$\Gamma A \theta \Delta V(T) = |V(T) - V_{mpeb}|, \Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{mpeb}|$$

Здесь и в дальнейшем индекс "*треб*" соответствует требуемым значениям параметров, а индекс «*don*» обозначает допустимые значения соответствующих величин.

Из ограничений на текущие значения фазовых координат учтено ограничение на максимальную высоту *H* после отражения АА от плотных слоев атмосферы, достигаемую в момент времени *t*':

$$\Delta H(t') - \Delta H_{\bullet} \leq 0, \tag{3}$$

где  $\Delta H(t') = |H(t') - H_{mpeo}|, 0 < t' < T.$ 

Рассмотрены ограничения на режимы движения AA в атмосфере - максимально допустимое значение удельного теплового потока *q*<sub>тдол</sub>, определяющего температуру его поверхности, и максимально допустимое значение нормальной перегрузки *n*<sub>3, don</sub>, обуславливающей нагрузку на его конструкцию:

$$q_{\tau max} - q_{\tau don} \le 0, \ n_{\mu max} - n_{\mu don} \le 0.$$
<sup>(4)</sup>

Расходуемая масса топлива  $m_{\tau}$  не должна превышать имеющуюся на борту аппарата  $m_{\tau don}$ .

При исследовании маневренных возможностей АА решены конкретные задачи, имеюшие следующую общую формулировку. Для известных характеристик и начального состояния АА требуется сформировать для заданного критерия номинальное оптимальное управление движением по суборбитальной траектории по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги с учетом ограничений на управление (1), фазовые координаты (2), (3) и режимы движения (4)

Математическая формулировка задач имеет следующий вид.

Движение аппарата описывается системой уравнений  $\dot{x} = f(x, u)$  с начальным условием  $x(0) = x_0$ , где  $f = (f_1, ..., f_s)^T$  -вектор-функция правых частей размерности  $s, x = (x_1, ..., x_s)^T$ вектор фазовых координат размерности  $s, u = (u_1, ..., u_s)^T$  -вектор управляющих зависимостей размерности r. Для данной системы с заданными начальными условиями требуется определить управление u(t) на отрезке времени (0, T), обеспечивающее максимум или минимум функционала  $F_0[u(t)]$ , удовлетворяющее ограничениям на управление  $u(t) \in U \quad \forall \quad t \in [0,T]$  и ограничениям на функционалы  $F_j[u(t)] \le 0 \quad (j = 1, 2, ..., J)$ 

Функционалы  $F_j$  (j = 1, 2, ..., J) и  $F_0$  рассматриваются как неявные зависимости от управляющих воздействий u(t) и поэтому запись F[u(t)] выражает принциниальную возможность вычислять F по известному u(t). В конкретных задачах численные значения этих функционалов соответствуют значениям левых частей перавенств (2), (3) и (4).

Исследованы маневрешные возможности АА при движении по суборбитальным траскториям с помощью алгоритма формирования поминального управления, основанного на методе последовательной линеаризации [2], позволяющего рассчитывать управляющие зависимости по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги, которые онтимизируют заданные критерии качества управления с учетом ограничений на управление, фазовые координаты и режимы движения. Особенность алгоритма состоит в том, что он позволяет решать задачи с заранее неизвестным числом функционалов с учетом разпообразных ограничений, и обладает малой чувствительностью к начальному приближению управляющих зависимостей.

Построение областей достижимости проводилось после решения ряда однотишных задач: безусловной максимизации конечной продольной дальности; безусловной максимизации конечной боковой дальности; безусловной минимизации конечной продольной дальности; максимизации конечной боковой дальности при задашных значениях конечной продольной дальности и минимизации конечной продольной дальности при различных задашных значениях конечной боковой дальности.

Решены 6 типов оптимизационных задач при различном сочетании ограничений (2), (3) и (4) и каналов управления с учетом ограничений (1). Первой решалась задача приведения анпарата в точку на границе области достижимости, соответствующую максимальной продольной дальности (задача 1), второй – в точку с максимальной боковой дальностью (задача 2), далее рассчитывалась точка с минимальной продольной дальностью (задача 3). Задачи 4,5 и 6 решались столько раз, сколько задавалось промежуточных точек между точками 1,2 и 3 (рис. 1):

1) 
$$(\alpha(t),\beta(t))_{op} = \arg \max_{\alpha}(\lambda(T)), \quad \gamma_{aop} \equiv 0;$$

2) 
$$(\alpha(t), \gamma_{\alpha}(t), \beta(t))_{\alpha p} = \arg \max_{\alpha, \gamma_{\alpha}, \beta} (\phi(T))$$

3) 
$$(\alpha(t), \gamma_{\alpha}(t), \beta(t))_{opt} = \operatorname{ag min}_{\alpha \geq \beta} (\lambda(T)), \quad \varphi_{ope\theta} = 0;$$

131

4) 
$$(\alpha(t), \gamma_{a}(t), \beta(t))_{op} = \arg \max_{\alpha, \gamma, \beta} (\phi(T)), \Delta \lambda(T) - \Delta \lambda_{oo} \leq 0, \Delta \lambda(T) = |\lambda(T) - \lambda_{mp}|_{op}$$

5) 
$$(\alpha(t), \gamma_{\sigma}(t), \beta(t))_{opt} = \arg \max_{\sigma, \tau \in \mathbb{R}} (\lambda(T)), \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{opt} \leq 0, \Delta \varphi(T) = \varphi(T) - \varphi_{mpt}$$

6) 
$$(\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t))_{apt} = \arg \min_{\alpha, \gamma_a} (\lambda(T)), \ \Delta \varphi(T) - \Delta \varphi_{\partial apt} \le 0, \ \Delta \varphi(T) = \left| \varphi(T) - \varphi_{mpeb} \right|.$$



Рисунок 1 - Схема построения границы области достижимости

Рассмотрены шесть вариантов начальных условий, соответствующих различным моментам времени прекращения процесса выведения - 100с, 150с, 200с, 250с, 300с и 350с. Время до 100-й секунды не рассматривалось, т.к. до 75-й секунды прекращение выведения происходит на высоте, меньшей конечной высоты Нк рассматриваемого участка спуска. Все шесть вариантов суборбитальных траекторий спуска имеют начальную скорость, значительно меньшую орбитальной, а некоторые и начальную высоту, меньшую условной границы атмосферы. На рисунке 2 приведены зависимости высоты от времени движения для траекторий



ОС с максимальной продольной дальностью с начальными условиями, соответствующими различным моментам прерывания процесса выведения.

Исследовано суборбитальное движение ОС при трехканальном управлении с учетом ограничений на управление, фазовые координаты и режимы движения. При решении задач учитывались следующие ограничения: на конечную скорость ( $V_{\kappa}$ =500м/c±30м/c), на конечный угол наклона траектории ( $\theta_{\kappa}$ =-10<sup>0</sup>±1<sup>0</sup>), на максимальное значение нормальной перегрузки ( $n_{ymax} \leq 3,5$ ) и на максимальное значение теплового потока в критической точке поверхности аппарата ( $q_{rmax} \leq 630$  кДж/м<sup>2</sup>с),  $m_{rdon}$ =1500кг.

Во всех задачах на управляющие зависимости накладывались ограничения: угол атаки мог изменяться от  $\alpha_{min} = 10^{\circ}$  до  $\alpha_{max} = 45^{\circ}$ , а угол скоростного крена по абсолютной величине не мог превышать  $\gamma_{amax} = 80^{\circ}$ . Максимальное значение массового секундного расхода топлива ( $\beta_{max}$ ) принималось равным 19,2кг/с.

В модели движения учитывалась несферичность поля тяготения Земли и ее вращение вокруг собственной оси.

В результате решения серии оптимизационных задач формирования оптимальных управляющих зависимостей по каналам угла атаки, скоростного угла крена и реактивной тяги ДУ построены области возможного попадания ОС на поверхность приведения с учетом ограничений. Каждая область строилась как огибающая областей достижимости, полученных для различных моментов начала движения с траектории выведения [3]. На рисунке 3 приведены области попадания, характеризующие маневренные возможности аппарата при возникновении рассматриваемых нештатных ситуаций для всего участка траектории выведения второй ступени.



Анализ областей возможного попадания ОС для различных начальных условий показал, чго, начиная с 100-й секунды трасктории выведения второй ступени, возможно достижение ОС поверхности приведения при выполнении всех рассмотренных ограничений.

На рисунке 4 показано влияние учета ограничений на характер изменения высоты от времени движения для суборбитальных траекторий ОС с максимальной продольной дальностью для 350-й секунды прекращения процесса выведения. Траектория без учета ограничений имеет ярко выраженный рикошетирующий характер. Учет ограничений на режимы движения приводит к тому, что траектории спуска становятся более «гладкими».



Проанализированы закономерности формирования номинального оптимального управления по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги. На рисунке 5 приведены оптимальные программы управления, зависимости высоты, скорости и угла наклона траектории от времени движения ОС по траектории с максимальной боковой дальностью с начальными условиями, соответствующими 300-й секупде прекращения процесса выведения (нулевая секунда на рис. 5), с учетом ограничений только на управление. Программа управления углом атаки формирустся таким образом, что на большей части траектории реализуется максимальное значение аэродинамического качества. Скоростной угол крена имеет наибольшее значение (по модулю) в районе первого рикошета, что обеспечивает максимальную боковую дальность. Программа управления секундным расходом массы топлива обеспечивает движение ОС с большей механической энергией по сравнению с двухканальным управлением.

Па рисунке 6 приведены нараметры трасктории и программы управления, полученные с учетом выполнения ограничения на удельный тепловой поток (4). Из рисунков 4 и 5



ограничении на уттах

следует, что наибольшее изменение структуры программ управления ( $\alpha$  и  $\beta$ ) происходит на участке траектории, где достигается максимум теплового потока (200-я секунда): угол атаки возрастает и достигает максимально допустимого значения ( $\alpha_{ma} = 45^{\circ}$ ), удельный расход топлива уменьшается до нуля. Скоростной угол крена ( $\gamma_{\alpha}$ ) уменьшается до нуля для выполнения ограничения.

Исследованы маневренные возможности ЭСС, совершающего суборбитальное движение в атмосфере с высоты 70 км. На поверхности приведения построены области достижимости при трехканальном управлении с учетом ограничений на управление (1) и максимальное значение нормальной перегрузки ( $n_{ydon}=3,5$ ) при  $m_{\tau don}=3000$ кг [4]. Кроме того, на траектории, приводящие AA па границу области достижимости, накладывались ограничения на количество рикошетов и приращение высоты после рикошета: допускался только один рикошет с увеличением высоты не более чем на 3 км. На рисунке 7 приведены программы управления ( $\alpha,\beta$ ) и параметры траекторий (*H*, *V*), соответствующие приведению ЭСС на границу области достижимости с максимальной продольной дальностью. Программа управления углом атаки стремится к наивыгоднейшим значениям, обеспечивающим максимальное аэродинамическое качество, за исключением тех участков траектории, на которых значение угла атаки определяется из условия выполнения ограничения на нормальную перегрузку (100...250с, рис.7). Использование канала управления секундным расходом топлива увеличивает продолжительность участка с пуска с углами атаки, близкими к наивыгоднейшему значению, высота и скорость движения соответствуют большему значению механической энергии AA [4], что приводит к увеличению его маневренных возможностей.



Рисунок 7- Программы управления и параметры траекторий с максимальной продольной дальностью

Результаты математического моделирования свидетельствуют о значительных маневренных возможностях ЛА при движении в агмосфере по суборбитальным траекториям.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Авиационно-космические системы / Под ред. Г.Е. Лозино-Лзинского и А.Г. Братухина. М.: МАИ, 1997.
- Лазарев Ю.Н. Управление движением аэрокосмического аппарата в атмосфере на основе метода последовательной линеаризации //Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1996, №2, с.134-138.
- Лазарев Ю.Н., Баяндина Т.А. Исследование маневренных возможностей орбитального самолета при спуске в нештатных ситуациях. Известия Самарского научного центра Российской академии наук, 2000, № 1, с.89-93.
- 4. Лазарев Ю.Н., Баяндина Т.А. Области достижимости при многоканальном управлении траекториями экспериментального суборбитального самолета. Известия Самарского научного центра Российской академии наук, №1(7), 2002, с.138-143.