УДК 658.338

Коптев А.А., Чернышов В.П.

МЕХАНИЗМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПРОЕКТОВ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

В условиях ограниченности материальных, финансовых и других ресурсов возможная степень достижения каждой из подцепей системы, реализующих проект, ограничена. При этом в поле зрения попадает весь комплекс задач, требующих своего решения, начиная от нормативной задачи синтеза наилучших схем организации работы системы и кончая дескриптивным анализом устойчивости. Одной из важнейших задач реализации проекта является задача распределения ресурса.

Рассмотрим задачу распределения ресурса на уровне центрального офиса организации, реализующей проект (рис. 1). Представим некоторую схему, состоящую из центрального офиса (ЦО) и подчиненных ему n элементов A_i – проект-менеджеров (ПМ). Пусть время функционирования системы разбито на плановые периоды с номерами k = 0, 1, ... В каждом плановом периоде ЦО располагает запасом ресурса (сырья) определённого вида в количестве R.

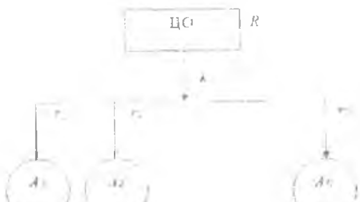

Рис. 1. Общая схема распределения ресурсов

Через r_i будем обозначать количество ресурса, выдаваемое элементу A_i. Каждый элемент A_i характеризуется своей производственной функцией $\varphi_i(r_i)$, т. е., получая ресурс в количестве r_i, элемент A_i производит некоторую полезную работу в количестве $v_i = \varphi_i(r_i)$. Будем считать, что все функции $\varphi_i(r_i)$ определяют количество выполненных работ в некотором едином выражении (например, денежном). Наконец, для простоты зададимся пока видом функций $\varphi_i(r_i)$, считая $\varphi_i(r_i) = a_i\sqrt{r_i}$. Это соответствует обычным экономическим представлениям о монотонности возрастания производственной функции и её вогнутости (связанной с насыщением). Коэффициенты a_i будем называть коэффициентами эффективности производства работ.

Естественной задачей центра здесь является следующая задача на условный экстремум.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\sqrt{r_i} \to \max_{r_1,\dots,r_n}; \qquad \sum_{i=1}^{n} r_i = R, \tag{1}$$

т.е. такое распределение ресурса, при котором суммарное количество работ, производимых системой, максимально. Заметим, что в силу монотонности возрастания функций $a_i\sqrt{r_i}$ ограничения $\sum_{i=1} r_i = R$ и $\sum_{i=1} r_i \leq R$ здесь эквивалентны.

Задача (1), конечно, тривиальна. Она становится нетривиальной, если учесть следующее. На верхнем уровне, как правило, отсутствует точная информация об элементах нижнего уровня. В данном случае это сводится к отсутствию у ЦО достоверной информации о коэффициентах эффективности a_i. По этой причине ЦО не имеет возможности решить задачу (1), и ясно, что для успешного распределения ресурса ему необходимо организовать сбор данных (информации). Эта проблема порождает новый круг нетривиальных вопросов, в первую очередь, заставляя задуматься о наличии интересов у проект-менеджеров.

Функция $a_i\sqrt{r_i}$ отражает предельные возможности элемента, нежели жёсткую связь между его входом и выходом. Если элемент A_i не заинтересован в результатах своего труда, то он, получая ресурс в любом количестве r_i, может вообще не работать, давая на выходе $y_i = 0$, или же может работать ниже своих предельных возможностей, давая выходной продукт в количестве $y_i < a_i\sqrt{r_i}$.

Ясно, что центру заведомо необходимо заинтересовать элементы в результатах своего труда, например, платить элементам пропорционально производимым ими работам, т. е. сделать выигрыш элементов A_i равным $D_i = \beta a_i\sqrt{r_i}$ (коэффициент пропорциональности β будем считать равным единице, что не меняет последующих выводов)

Пусть функции выигрыша элементов равны $D_i = a_i\sqrt{r_i}$, и каждый A_i стремится к максимизации своего выигрыша. Допустим, что при этом ЦО организует работу системы следующим образом. В каждом k-м периоде ЦО запрашивает элементы о величинах коэффициентов a_i, после чего каждый элемент сообщает: «x_i^k». Затем ЦО подставляет в (1) вместо неизвестных a_i величины x_i^k и решает на основе этой информации задачу оптимального распределения ресурса. Легко определить, что решением будет

$$r_i^k = \frac{\left(x_i^k\right)^2}{\sum_j \left(x_j^k\right)^2} \tag{2}$$

Поэтому, кто сообщит большую величину x_i^k, тот получит наибольшее количество ресурса и, следовательно, наибольший выигрыш, так как $D_i = a_i\sqrt{r_i}$ монотонно возрастает по r_i.

Нетрудно предсказать, что произойдёт с такой системой: элементы будут сообщать всё большие и большие величины x_i^k и система пойдёт «вразнос».

Имеются две серьёзные причины плохой организации работы системы:

1) каждая функция D_i монотонно возрастает по r_i, и поэтому все элементы стремятся получить материалов и средств как можно больше;

2) элементы никак не наказываются за неправильную информацию.

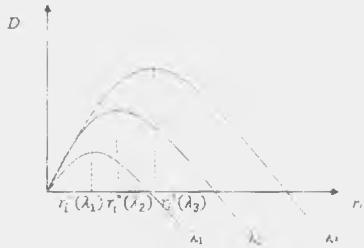

Рис. 2. Функция выигрыша

Для борьбы с первой причиной имеется механизм цен. Функции выигрыша элементов делаются равными

$$D_i = a_i\sqrt{r_i} - \lambda r_i, \tag{3}$$

где λ – цена на ресурс. Таким образом, $a_i\sqrt{r_i}$ – теперь доход элемента; λr_i — деньги, уплаченные за материалы; $a_i\sqrt{r_i} - \lambda r_i$ – прибыль. Функции выигрыша (3) имеют вид, показанный на рис. 2 (разные кривые соответствуют разным ценам). Теперь каждая функция (3) достигает максимума в некоторой точке r_i^*, т. е. для каждого элемента существует оптимальное количество получаемых материалов. r_i^* зависят от λ, причём функции $r_i^*(\lambda)$ монотонно убывают по λ (чем больше цена, тем меньше оптимальный объём закупки). Проанализируем работу системы с функциями выигрыша (3), предполагая, что в остальном она функционирует как и прежде: в каждый период ЦО производит опрос элементов нижнего уровня, а затем делит ресурс по правилу (2).

Для удобства анализа положим $R = 1$, и величину $\left(x_i^k\right)^2$ будем называть запросом на ресурс. В этом случае правило (2) есть деление ресурса пропорционально запросам.

В зависимости от того, какова фиксированная цена, возможны три варианта:

$$\textstyle\sum_i r_i^* > 1 \qquad \text{(дефицит ресурса);} \tag{4}$$

$$\textstyle\sum_i r_i^* < 1 \qquad \text{(избыток ресурса);} \tag{5}$$

$$\textstyle\sum_i r_i^* = 1. \tag{6}$$

В случае дефицита ресурса все элементы в сумме хотят получить больше, чем имеется в наличии. Поэтому какой-то элемент получит меньше желаемого количества и в следующем периоде увеличит свой запрос. В следующем периоде меньше ресурса, чем «надо», получит, возможно, какой-нибудь другой элемент, и он станет впоследствии увеличивать свой запрос. Таким образом, при наличии дефицита ресурса запросы растут до бесконечности (или до некоторого установленного сверху предела) и система снова идёт «вразнос» (или же выходит на некоторый предел запросов, что влечёт за собой распределение ресурса при отсутствии достоверной информации).

Случай избытка ресурса анализируется аналогично, и ясно, что элементы будут занижать запросы.

Наконец, третий вариант представляется благоприятным. Все элементы в сумме хотят ровно столько, сколько имеется в наличии. Легко проверить, что это и есть оптимальное решение задачи (1).

Этот последний вариант служит простым примером реализации популярной экономической идеи равновесных цен, поскольку равенство (6) является следствием выбора подходящей цены. Определим в чем недостатки этого варианта.

Обычно имеют дело с корректными задачами в том смысле, что малые изменения начальных данных влекут за собой малые изменения в ответе и вообще не влияют на качественные выводы. В рассматриваемом же случае любое незначительное отклонение цены от равновесной приводит к нарушению равенства (6), и система переходит в режим работы (4) или (5).

Остаётся добавить, что для определения равновесной цены нужна достоверная информация. Если таковая имеется, то можно обойтись в системе без внутренней цены, выплачивая элементам пропорционально $a_i\sqrt{r_i}$ и решая задачу (1). Кроме того, исследуя условную модель, необходимо иметь в виду реальные системы, в которых коэффициенты эффективности производства меняются с течением времени. Поэтому один раз установленная цена с течением времени перестаёт быть равновесной.

Рассмотрим адаптивную подстройку цены. Если суммарный запрос больше имеющегося у ЦО запаса ресурса – цена увеличивается, если суммарный запрос меньше запаса ресурса – цена уменьшается. Такой способ имеет свои недостатки. Во-первых, даже если система оказывается устойчивой, то равновесное распределение ресурса не совпадает с оптимальным, хотя и близко к нему. Во-вторых, если коэффициенты эффективности a_i меняются с течением времени, то «отставание» траектории от квазиравновесия также влечёт за собой потери.