

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОТБОРА ОБЪЕКТОВ НАБЛЮДЕНИЯ, ПОПАДАЮЩИХ В ПОЛОСУ ОБЗОРА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В работе [1] представлены методика, математические модели, алгоритмы и программное обеспечение для отбора объектов наблюдения (ОН), попадающих в полосу обзора космического аппарата (КА) наблюдения с целью последующего составления маршрута съемки. Суть моделирования основана на случайной реализации заданного количества потенциальных объектов наблюдения с определенным законом распределения по поверхности Земли, имитации полета КА по орбите и анализе условий попадания объектов наблюдения в зону обзора КА на каждом шаге имитации полета. Однако такое моделирование нерационально и требует относительно большого времени для вычислений.

В настоящей работе предлагаются аналитические математические модели для отбора ОН, попадающих в полосу обзора КА. Использование аналитических моделей существенно экономит время расчетов. Данные модели могут использоваться только для круговых орбит.

Примем следующие допущения:

- параметры орбиты КА в течение периода обращения неизменны.
- плоскость орбиты неизменна в пределах одного или нескольких витков КА.

Исходные данные

Орбита КА наблюдения круговая; i – угол наклона плоскости орбиты к плоскости экватора; Ω – долгота восходящего узла орбиты; $H_{\text{орб}}$ – высота орбиты; R_3 – средний радиус Земли; γ – максимальный угол поворота оптической оси телескопа КА относительно местной вертикали; $\varphi_{\text{ОН}}, \lambda_{\text{ОН}}$ – координаты широты и долготы ОН.

Для формирования исходных данных по объектам наблюдения используется уточненная существующая модель [1], в которой реализован равномерный закон случайного распределения ОН по поверхности Земли. Уточнения касаются того, что после каждой реализации на компьютере случайного единичного вектора направления из центра Земли на ОН проверяется модуль этого вектора. Если модуль вектора больше единицы, то результат отбрасывается (не учитывается).

Методика отбора объектов наблюдения

В качестве основной расчетной принимаем неподвижную геоцентрическую систему координат $Oxuz$. В такой системе координат согласно допущению плоскость орби-

ты считается неподвижной в пределах одного или нескольких витков КА, а объекты наблюдения перемещаются, описывая дуги радиусом $r = R_3 \cdot \cos(\varphi_{ОН})$ на поверхности сферы. Под зоной обзора понимается область пространства, ограниченная двумя плоскостями, параллельными плоскости орбиты и лежащими на расстоянии D_m от нее (рис. 1).

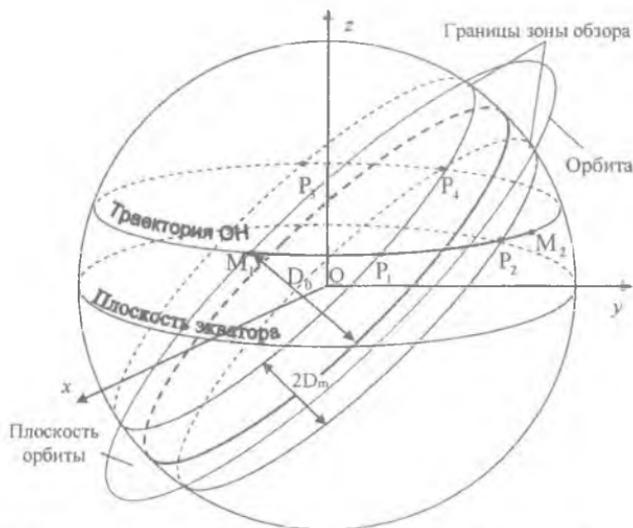


Рис. 1. Схема для иллюстрации методики отбора объектов наблюдения, попадающих в полосу обзора КА

Будем считать, что объект наблюдения находится в полосе обзора КА, если выполняются два следующих условия:

1. Часть дуги траектории ОН лежит в зоне обзора КА.
2. ОН входит в зону обзора раньше, чем КА пройдет участок траектории, прилегающий к точке входа, и выходит из нее позже данного момента времени.

Для анализа выполнения этих условий необходимо определить следующие величины:

t_i – время пересечения ОН границы зоны обзора, где $i = 1, 2, 3, 4$ (так как в общем случае траектория движения ОН пересекает зону обзора в четырех точках);

D_0 – расстояние между ОН и плоскостью орбиты в начальный момент времени $t = 0$;

$\alpha_{КАi}$ – углы между радиус-вектором КА и радиус-вектором точки восходящего узла орбиты в моменты времени t_i ;

$\alpha_{ОН}$ – углы между проекцией радиус-вектора ОН на плоскость орбиты в моменты времени t_1 и радиус-вектором точки восходящего узла орбиты.

На рисунке 2 представлены углы $\alpha_{КА}$ и $\alpha_{ОН}$ в произвольный момент времени.

O_1 – точка восходящего узла орбиты.

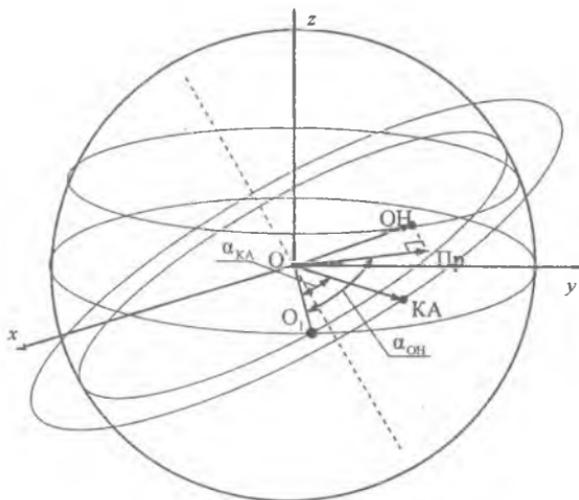


Рис. 2. Схема для определения углов $\alpha_{КА}$ и $\alpha_{ОН}$

Выполнение условий 1 и 2 (попадание ОН в зону обзора КА) возможно только при определенных сочетаниях параметров $D_0, t_1, t_2, t_3, t_4, \alpha_{КА}, \alpha_{ОН}$. Но для того, чтобы определить все сочетания такого типа необходимо построить соответствующие модели. В связи с большим объемом математических выкладок ниже приведены лишь результаты моделирования, которые представлены в виде алгоритма.

Алгоритм отбора объектов, попадающих в полосу обзора КА наблюдения

1. Определение координат единичного вектора нормали плоскости орбиты

$$\vec{N}(N_x, N_y, N_z): N_x = \sin(i)\sin(\Omega); \quad N_y = \sin(i)\cos(\Omega); \quad N_z = \cos(i).$$

2. Вычисление периода обращения КА по орбите: $T_{КА} = \sqrt{\frac{T_1^2 \cdot R_3^{орб}}{R_1^3}}$.

3. Вычисление ширины зоны обзора КА наблюдения: $D_m = R_3 \cdot \sin(\beta)$,

$$\text{где } \beta = (-1)^k \cdot \arcsin\left(\frac{(H_{орб} + R_3) \cdot \text{tg}(\gamma)}{\sqrt{R_3^2 + R_3^2 \cdot \text{tg}^2(\gamma)}}\right) - \arcsin\left(\frac{R_3 \cdot \text{tg}(\gamma)}{\sqrt{R_3^2 + R_3^2 \cdot \text{tg}^2(\gamma)}}\right) + \pi k, k \in Z.$$

4. Вычисление координат ОН в неподвижной геоцентрической системе координат

$$\lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}} = \lambda_{\text{ОН}} + \omega_3 \cdot T_{\Gamma}; \quad \lambda_{\text{ОН}}^{\text{K}} = \lambda_{\text{ОН}} + \omega_3 \cdot (T_{\Gamma} + T_{\text{КА}}).$$

5. Вычисление расстояния от ОН до плоскости орбиты в начальный момент времени

$$D_0 = x'' \cdot N_x + y'' \cdot N_y + z'' \cdot N_z,$$

$$\text{где } x'' = R_1 \cdot \cos(\varphi_{\text{ОН}}) \cdot \cos(\lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}}); \quad y'' = R_3 \cdot \cos(\varphi_{\text{ОН}}) \cdot \sin(\lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}}); \quad z'' = R_3 \cdot \sin(\varphi_{\text{ОН}}).$$

6. Определение координат пересечений траектории ОН с границами зоны обзора КА

$$\lambda_1 = \arcsin\left(\frac{c_1}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right);$$

$$\lambda_2 = -\arcsin\left(\frac{c_1}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) + \pi;$$

$$\lambda_3 = \arcsin\left(\frac{c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right);$$

$$\lambda_4 = -\arcsin\left(\frac{c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \arcsin\left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) + \pi,$$

$$\text{где } a = R_3 \cdot \cos(\varphi) \cdot N_y; \quad b = R_3 \cdot \cos(\varphi) \cdot N_x; \quad c_1 = D_m - R_3 \cdot \sin(\varphi) \cdot N_z.$$

7. Вычисление моментов времени, соответствующих найденным пересечениям

$$t_1 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}})}{\omega_3}; \quad t_2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}})}{\omega_3}; \quad t_3 = \frac{(\lambda_3 - \lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}})}{\omega_3}; \quad t_4 = \frac{(\lambda_4 - \lambda_{\text{ОН}}^{\text{H}})}{\omega_3}.$$

8. Вычисление углов: $\alpha_{\text{ОН}} = \arctan(A/B)$,

$$\text{где } A = \sin(\Omega) \cdot p_z \cdot N_x - \cos(\Omega) \cdot p_z \cdot N_y + \cos(\Omega) \cdot p_y \cdot N_z - \sin(\Omega) \cdot p_x \cdot N_z;$$

$$B = \cos(i) \cdot \cos(\Omega) \cdot p_z \cdot N_x - \sin(i) \cdot N_x + \sin(i) \cdot p_x \cdot N_y + \cos(i) \cdot \sin(\Omega) \cdot p_z \cdot N_y - \\ - \cos(i) \cdot \sin(\Omega) \cdot p_y \cdot N_z - \cos(i) \cdot \cos(\Omega) \cdot p_x \cdot N_z;$$

$$p_x = \cos(\varphi) \cdot \cos(\lambda_1); \quad p_y = \cos(\varphi) \cdot \sin(\lambda_1); \quad p_z = \sin(\varphi).$$

9. Определение углов: $\alpha_{\text{КА}i} = \frac{2\pi}{T_{\text{КА}}} \cdot t_i$, где $i = 1, 2, 3, 4$.

10. Вычисление разностей полученных углов: $\Delta\alpha_i = \alpha_{\text{КА}i} - \alpha_{\text{ОН}}$.

11. В результате произведенных вычислений по пунктам 1-7 настоящего алгоритма получаем сочетания параметров $D_0, t_1, t_2, t_3, t_4, \Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \Delta\alpha_4$.

Далее осуществляется проверка возможности проведения съемки.

Проведем подробный анализ одного из возможных сочетаний параметров, при которых ОН попадает в зону обзора КА:

$$t_1 \neq -1, t_2 \neq -1, t_3 = -1, t_4 = -1, t_1 < t_2, |D_0| > D_m, \Delta\alpha_{КА} < 0, \Delta\alpha_{ОН} > 0. \quad (1)$$

Здесь принято условное обозначение "-1", соответствующее пересечению траектории ОН P_3 и P_4 (на обратной стороне Земли).

На рис. 3 показана схема для представления расположения КА (точки K_1, K'_1, K'_2 и K_2) и ОН (точки M_1, P_1, P_2 и M_2) в процессе полета КА по орбите и перемещения объекта наблюдения вследствие вращения Земли.

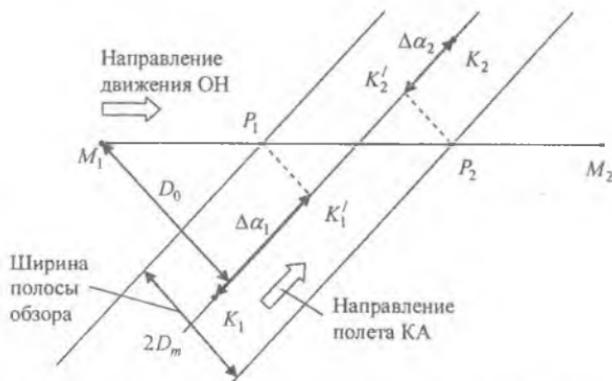


Рис. 3. Схема для анализа возможности проведения съемки

В момент времени t_1 КА находится в точке K_1 , а объект наблюдения в точке P_1 . Так как моментам времени, соответствующим точкам $P_1(\varphi_{ОН}, \lambda_1)$ и $P_2(\varphi_{ОН}, \lambda_2)$, не присвоено условное значение минус единица, то есть $t_1 \neq -1, t_2 \neq -1$, следовательно, объект наблюдения за один виток КА проходит только точки $P_1(\varphi_{ОН}, \lambda_1), P_2(\varphi_{ОН}, \lambda_2)$.

Если $t_1 < t_2$, то в точку $P_1(\varphi_{ОН}, \lambda_1)$ ОН попадет раньше, чем в точку $P_2(\varphi_{ОН}, \lambda_2)$. Значение $|D_0|$ определяет исходное положение ОН: если $|D_0| > D_m$, то в начальный момент времени ОН находится за пределами зоны обзора и точка $P_1(\varphi_{ОН}, \lambda_1)$ будет точкой входа ОН в зону обзора. Необходимо, чтобы до момента времени t_1 КА не успел пройти район съемки, то есть величина $\Delta\alpha_1$ должна быть меньше нуля. Аналогично КА должен пройти район съемки до момента выхода ОН из зоны обзора в точке $P_2(\varphi_{ОН}, \lambda_2)$, то есть $\Delta\alpha_2 > 0$.

Если $|D_0| < D_m$, то ОН в начальный момент времени находится в полосе обзора и не выходит из нее в течение периода обращения КА. В этом случае съемка объекта

также возможна. Все остальные комбинации соответствуют случаям, когда съемка $O\Omega$ невозможна.

Как показал анализ, всего имеется 25 условий типа (1), при которых возможна съемка.

Таким образом, разработаны математические модели и алгоритм для отбора объектов наблюдения, попадающих в полосу обзора КА, применение которых позволяет существенно сэкономить время расчетов.

Библиографический список

1. Куренков В.И., Салмин В.В., Абрамов Б.А. Основы устройства и моделирования целевого функционирования космических аппаратов наблюдения: Учебное пособие. – Самара: СГАУ, 2006.