

## КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ МНОГИХ ОБЪЕКТОВ С АНТАГОНИСТИЧЕСКИМИ ИНТЕРЕСАМИ

### Введение

Существует некоторая *система распределения ресурсов* между множеством однотипных объектов. Суммарное количество ресурсов в системе ограничено.

Цель объекта – получение от системы максимального количества ресурсов за некоторый конечный временной интервал [1].

С точки зрения объекта, система в каждый момент времени характеризуется интенсивностью потока ресурсов, которая является скалярной величиной. Объект имеет возможность участвовать в распределении ресурсов путем *подключения* к системе. Каждый объект имеет возможность производить подключения только двух видов, формально отличающиеся знаком (далее, *прямое и обратное подключения*), или оставаться отключенным от системы. Если знак подключения соответствует текущему знаку интенсивности потока ресурсов, то в объекте происходит накопление ресурсов. Если знак подключения противоположен текущему знаку интенсивности потока ресурсов в системе, то объект теряет накопленные им ресурсы, отдавая их в систему. Направление движения ресурсов в системе также может быть прямым или обратным.

В более общем случае объект может производить подключения не к одному, а к нескольким потокам ресурсов.

Главный решаемый вопрос – формирование оптимального набора подключений объекта ко всем потокам ресурсов в каждый момент времени.

Вследствие поставленной цели управления и общей ограниченности ресурсов, все объекты постоянно находятся в состоянии конкурентной борьбы за эти ресурсы.

### Критерий оптимальности

Целью управления является формирование в каждый момент времени такого набора подключений, чтобы количество ресурсов, полученных объектом от системы за заданный промежуток времени, было максимальным.

В соответствии со сформулированной целью управления, под *оптимальным подключением* далее понимается подключение к системе с максимальной по модулю в данный момент интенсивностью потока ресурсов в направлении, соответствующем знаку потока.

На рис. 1 приведен пример множества графиков изменения интенсивности потока ресурсов во времени. Сплошными тонкими линиями обозначены текущие интенсивности потоков. Пунктирные кривые соответствуют этим же потокам, но взятым с обратным знаком. Это необходимо для учета возможности как прямых, так и обратных подключений объекта к системам.

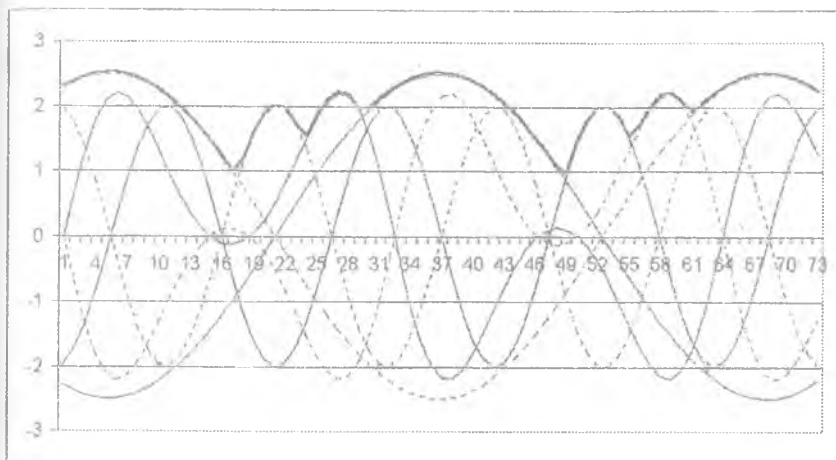
Очевидно, что оптимальному подключению в каждый момент времени будет соответствовать максимальная интенсивность потока, представляющая собой огибающую всех реальных интенсивностей (на рис. 1 отмечена жирной линией).

Предполагается, что для каждого потока ресурсов известен некоторый алгоритм принятия объектом решения о виде подключения. Введем следующее ограничение на подключение: объект может одновременно производить не более одного прямого и одного обратного подключения.

### Постановка задачи

Рассмотрим простейшую постановку задачи, которую далее последовательно усложним.

Пусть для одного объекта существуют две системы, к которым данный объект может производить подключение. Интенсивности потоков ресурсов в этих системах соответственно  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$ . Для каждого процесса известен некоторый алгоритм принятия решения, который на основе анализа соответствующей интенсивности потока  $A_i(t)$  формирует в каждый момент времени сигнал  $p_i(t)$ , соответствующий оптимальному в данный момент подключению (прямому или обратному) объекта к  $i$ -ой системе.



Р и с. 1. Интенсивности потоков ресурсов

С целью выявления оптимальных моментов переключения между системами вводится дополнительный виртуальный поток, интенсивность  $A_{12}$  которого является разностью интенсивностей  $A_1$  и  $A_2$  потоков в заданных системах:

$$A_{12}(t) = A_1(t) - A_2(t). \quad (1)$$

Применяя к потоку  $A_{12}$  методы, аналогичные применяемым к  $A_1$  и  $A_2$ , можно сформировать сигнал  $r_{12}$ , дающий возможность определить, прямое подключение к какой из систем предпочтительно в данный момент.

С целью упрощения будут рассмотрены алгоритмы, при которых соответствующее  $r_1$  или  $r_2$  могут принимать только одно из двух значений, соответствующих прямому и обратному подключениям.

Требуется построить обобщенный алгоритм принятия решений, который на основе сигналов  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_{12}$  находит оптимальные в данный момент подключения с учетом введенных ограничений.

#### Подход к решению

В таблице 1 представлены различные сочетания направлений потоков  $A_{12}$ ,  $A_1$  и  $A_2$ , а также логичные подключения объекта при таких сочетаниях.

Направления реальных и виртуального потоков ресурсов и соответствующие оптимальные подключения

Направления потоков			Подключение к потоку	
A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>12</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
Прямое	Прямое	Прямое	Прямое	Нет
Прямое	Прямое	Обратное	Нет	Прямое
Прямое	Обратное	Прямое	Прямое	Обратное
Обратное	Прямое	Обратное	Обратное	Прямое
Обратное	Обратное	Прямое	Нет	Обратное
Обратное	Обратное	Обратное	Обратное	Нет

Сформируем новый алгоритм, способный принимать оптимальное решение о прямом или обратном подключении объекта к потокам A<sub>1</sub> или A<sub>2</sub> (или отключении от обоих потоков) в зависимости от совокупности сигналов p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>12</sub>.

Обозначим:

f<sub>1</sub>(t) – сигнал подключения к A<sub>1</sub> в момент времени t по формируемому алгоритму;

f<sub>2</sub>(t) – сигнал подключения к A<sub>2</sub> в момент времени t по формируемому алгоритму.

Предполагается, что сигналы исходных алгоритмов (p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>12</sub>) могут иметь два положения (-1 и 1), а сигналы формируемых алгоритмов (f<sub>1</sub> и f<sub>2</sub>) – три положения (-1, 0 и 1).

Обозначения сигналов p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>12</sub> исходных алгоритмов

Сигнал	Обозначение
Обратное подключение	-1
Прямое подключение	1

Таблица 3

Обозначения сигналов  $f_1$  и  $f_2$  формируемого алгоритма

Сигнал	Обозначение
Обратное подключение	-1
Нет подключения	0
Прямое подключение	1

Ниже приведена таблица, в которой для всевозможных сочетаний сигналов  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_{12}$  сформированы оптимальные сигналы  $f_1$  и  $f_2$ .

Таблица 4

Сочетания сигналов  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_{12}$  и соответствующие им сигналы  $f_1$  и  $f_2$ 

$p_1$	$p_2$	$p_{12}$	$f_1$	$f_2$
1	1	1	1	0
1	1	-1	0	1
1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	0	0
-1	1	1	0	0
-1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	0	-1
-1	-1	-1	-1	0

Таблица 4 является логическим преобразованием таблицы 1 по сформулированным выше правилам. Очевидно появление в таблице 4 двух дополнительных строк (выделенных серым цветом), не имеющих аналогов в таблице 1. Попытка создать аналог этим строкам в таблице 1 приводит к появлению ложных высказываний. Например, для пятой строки таблицы 4 аналог следующий:  $A_1$  имеет обратное направление,  $A_2$  имеет прямое направление и при этом  $A_1$  имеет прямое направление относительно  $A_2$ , что практически неосуществимо.

Появление таких сочетаний является следствием несинхронного формирования сигналов  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_{12}$ .

Выделение из таблицы 4 строк с отличными от нуля значениями  $f_1$  и  $f_2$ , позволяет в явном виде получить позиции формируемого алгоритма в зависимости от сочетаний сигналов исходных алгоритмов.

Таблица 5

Сочетания сигналов  $p_1, p_2, p_{12}$  для ненулевых значений  $f_1$  и  $f_2$

	$p_1$	$p_2$	$p_{12}$
$f_1 = -1$	1	∇	1
$f_1 = 1$	-1	∇	-1
$f_2 = 1$	∇	1	-1
$f_2 = -1$	∇	-1	1

Таблица 5 позволяет получить простые соотношения для получения сигналов, формируемого алгоритма для случая двух систем (потоков ресурсов):

$$f_1 = (p_1 + p_{12})/2, \quad (2)$$

$$f_2 = (p_2 - p_{12})/2. \quad (3)$$

В соответствии с принятыми в таблице 2 обозначениями, сигнал исходного алгоритма для виртуального потока  $A_{21}$  всегда противоположен сигналу для виртуального потока  $A_{12}$ , т.е.  $p_{21} = -p_{12}$ . В случае большего числа систем  $p_{ij} = -p_{ji}$ .

Таким образом:

$$f_1 = (p_1 + p_{12})/2, \quad (4)$$

$$f_2 = (p_2 + p_{21})/2. \quad (5)$$

Далее рассматривается использование предлагаемого метода принятия квазисистемального решения для случая трех потоков ресурсов. Затем метод будет распространен на  $n$  потоков.

Аналог таблицы 4, расширенной для трех потоков

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_{12}$	$p_{13}$	$p_{23}$	$f_1$	$f_2$	$F_3$
1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	-1	1	0	0
1	1	1	1	-1	1	0	0	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...
-1	-1	-1	-1	1	-1	0	0	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0

Рассмотрим следующую матрицу:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_2 & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Рассматривая совместно матрицу  $P$  и таблицу 6, можно отметить следующие соотношения: $f_1 = 1$  только в случае, когда  $p_1 = p_{12} = p_{13} = 1$ ; $f_1 = -1$  только когда  $p_1 = p_{12} = p_{13} = -1$ .Во всех остальных случаях  $f_1 = 0$ .Соответственно для  $f_2$ :

$$f_2 = \begin{cases} 1, & \text{если } p_2 = p_{21} = p_{23} = 1, \\ -1, & \text{если } p_2 = p_{21} = p_{23} = -1, \\ 0, & \text{если } p_2 \neq p_{21} \text{ или } p_2 \neq p_{23}. \end{cases} \quad (7)$$

Аналогично для  $f_3$ .Распространяя на случай  $n$  потоков, получаем матрицу вида:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_{12} & \dots & p_{1j} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_2 & \dots & p_{2j} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{ji} & p_{j2} & \dots & p_{jj} & \dots & p_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{ni} & p_{n2} & \dots & p_{nj} & \dots & p_n \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где  $p_i$  — сигнал исходного алгоритма по потоку  $A_i$ , $p_{ij}$  — сигнал исходного алгоритма по виртуальному потоку  $A_{ij} = A_i - A_j$

$$f_i = \begin{cases} p_i, & \text{если } p_{ij} = p_i, \forall j \in [1 \dots n] \\ 0, & \text{если } \exists j : p_{ij} \neq p_i, j \in [1 \dots n] \end{cases} \quad (9)$$

Для получения аналитического выражения  $f_i$  вводится вспомогательная матрица  $F^*$ :

$$F^* = \begin{pmatrix} f_1^* \\ \vdots \\ f_n^* \end{pmatrix} = P \times \begin{pmatrix} 1/n \\ \vdots \\ 1/n \end{pmatrix}_{1 \times n} \quad (10)$$

Тогда  $f_i$  можно представить:

$$f_i = (f_i^*)^{2k+1}, k \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Набор функций  $f_i$  решает основной вопрос – какой тип подключения должен производиться к каждой из рассматриваемых систем в каждый момент времени.

#### Альтернативная постановка задачи

При постановке задачи с целью упрощения было принято ограничение, состоящее в том, что одновременно может быть произведено не более одного подключения в каждом направлении. Однако в условиях реального функционирования большинства типов систем такое ограничение вовсе не является обязательным.

Также во многих системах имеется возможность устанавливать для каждого из подключений некоторые весовые коэффициенты.

При снятии вышеупомянутых ограничений, объект получает возможность более гибкого управления своими подключениями. Например, в задачах управления встречаются гибкие ограничения типичного вида:

$$\sum |f_i| \leq 1. \quad (12)$$

В этом случае простейшее решение имеет вид:

$$f_i = \begin{cases} \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j \neq i} p_{ij}, & \text{если } \text{sign}(p_i) = \text{sign} \left( \sum_{j \neq i} p_{ij} \right) \\ 0, & \text{если } \text{sign}(p_i) \neq \text{sign} \left( \sum_{j \neq i} p_{ij} \right) \end{cases} \quad (13)$$

Такое решение, в общем случае не обеспечивает оптимального результата с точки зрения накопления максимума ресурсов. Однако, когда прогноз динамики реальных процессов заданными алгоритмами носит вероятностный характер, такой подход снижает риск большой потери ресурсов из-за ошибки в прогнозе поведения одной из систем. Критерий оптимально-



сти, учитывающий риск большой потери ресурса, является актуальным для многих приложений, например, повреждения оборудования.

#### **Выводы**

Проведенный анализ позволяет производить формирование квазиоптимальной стратегии управления подключениями объекта в нестационарных системах распределения ресурсов с множеством объектов. При этом в полной мере могут учитываться различные требования, например, желательное соотношение риска потерь ресурсов и общего количества полученных ресурсов.

Рассмотренная методика для исходных алгоритмов с дискретным по уровню выходом может быть распространена для случая алгоритмов с непрерывным выходом.

#### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Саркисов В.Г. *Задача формирования стратегии принятия решений на фондовом рынке*. Вестник СамГТУ, Серия "Технические науки" – №8, 2000, с. 42-49.
2. Тяпушкин А.И. *Параллельные вычисления в задачах оптимального управления*. Сиб. журн. выч. матем. – РАН. Сиб. отд.-ние. – Новосибирск – Т.3, No.2, 2000, с.181-190.

УДК 531.01 : 629.78 : 681.51

Самов Е.И., Бутырин С.А.

#### **ЯВНЫЙ ЛОГИКО-ДИНАМИЧЕСКИЙ ЗАКОН НАСТРОЙКИ МИНИМАЛЬНО ИЗБЫТОЧНОЙ СИСТЕМЫ ГИРОДИНОВ ДЛЯ МАНЕВРИРУЮЩЕГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Впервые представляется *аналитическое* решение задачи синтеза явного логико-динамического закона настройки – распределения кинетического момента (КМ) силового гироскопического комплекса (СК) минимально избыточной схемы на базе двух пар гиродинов