УДК 629.783.066.01

С.В.Семков

ФОРМИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ В ЛОКАЛЬНОМ ИГРОВОМ ПРОЦЕССЕ

Под локальным игровым процессом здесь понимается непродолжительный по времени непрерывный процесс, моделируемый (после дискретизации) конечной позиционной игрой /1/ двух лиц с характерной регулярной структурой дерева игры (см. рисунок), под

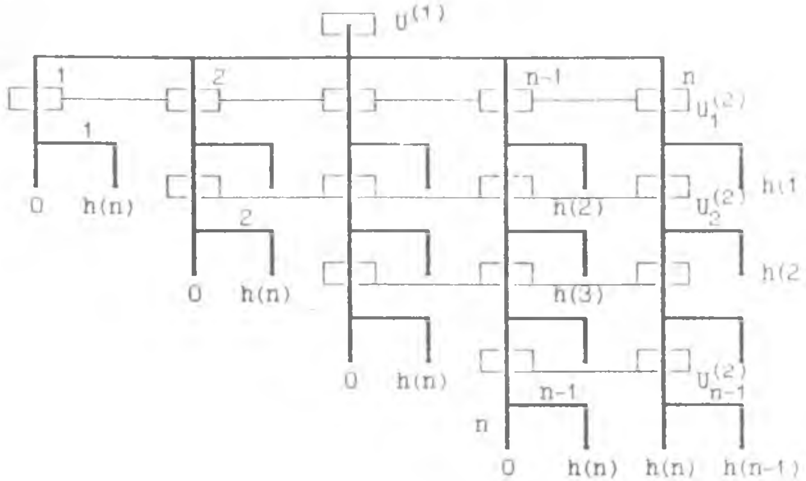

Рис. Дерево игры

законом управления космическим аппаратом - требующая своего определения функция распределения $R(i)=\sum_{k\leq i} r_k$ дискретной случайной величины ν, являющейся номером альтернативы одноэлементного информационного множестваю первого игрока $U^{(1)}$ и принимающей значения $i=\overline{1,n}$. Действия второго игрока описываются аналогично через функцию распределения порядкового номера γ одной из n соответствующих альтернатив информационных множеств $U_1^{(2)},\dots,U_{n-1}^{(2)}$. В ситуации $\nu=i$ и $\gamma=j$ игрок I в ущерб интересам игрока 2 получает выигрыш, определяемый заданной функцией

$$H(i,j)=\begin{cases} h(n-i+j) \text{ при } i\geq j; \\ 0 \text{ при } i<j, \end{cases}$$

при этом $h(n)>0$, $h(k+1)\ge h(k)$, $h(1)\ge 0$. Согласно условию игрок I стремится увеличить, а игрок 2 - уменьшить величину среднего выигрыша.

В игре, заданной подобным образом, отсутствуют доминируемые стратегии, что позволяет на основании метода /2/ найти $R(i)$, а заодно и значение игры v, из решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i} r_i = 1; \qquad (1)$$

$$\sum_{i \le j} H(i,j) r_i = v, \quad j=1,\dots,n. \qquad (2)$$

Такой способ определения искомого закона управления прост, достаточно полно отражает специфику решаемой задачи, но в тоже время обладает и рядом существенных недостатков:

во-первых, описанная модель дискретна, хотя сам процесс таковым не является, что отрицательно сказывается на точности получаемых результатов;

во-вторых, повышение точности расчета связано с увеличением степени дискретности моделируемого процесса, что порождает вычислительные трудности;

в-третьих, результаты расчета имеют форму числового массива, что затрудняет их интерпретацию и использование в дальнейшем.

Ниже предлагается другой способ решения задачи, лишенный указанных недостатков. Он является логическим продолжением предыдущего и состоит в следующем.

I. Обозначив $\Delta t = T/(n-1)$, где T - длительность моделируемого процесса, вводятся переменные $x = i\Delta t$, $t = j\Delta t$ и функции $F_n(\theta)$, $f(\theta)$, такие, что при $\theta = (k-1)\Delta t$, где $k=1,\dots,n$,

$$F_n(\theta) = R(k), \qquad f(\theta) = h(k),$$

с целью представить систему уравнений (1)-(2) в виде

$$\sum_{x=t}^{T-\Delta t} f(T-x+t) \frac{Fn(x+\Delta t) - Fn(x)}{\Delta t} \Delta t + f(t)[1-F_n(T)] = v, \qquad (3)$$

где $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, T$.

2. Система n уравнений (3) при $n \to \infty$ превращается в интегральное уравнение

$$\int_t^T f(T-x+t) F'(x) dx + f(t)[1-F(T)] = v, \qquad (4)$$

где $0 \le t \le T$, $F(\theta) = \lim_{n\to\infty} F_n(\theta)$ и $F(0)=0$.

3. Путем введения вспомогательных функций

$$\Phi(\theta)=F(T-\theta), \qquad \varphi(\theta)=f(T-\theta)$$

и переменных $z=T-x$, $u=T-t$ уравнению (4) придается форма

$$-\int_0^u \varphi(u-z)\Phi'(z)dz + \varphi(u)\left[1-\Phi(0)\right]=v, \qquad (5)$$

допускающая преобразование Лапласа /3/.

4. В результате такого преобразования уравнение (5) становится уравнением Вольтерра первого рода типа свертки

$$\int_0^u \varphi(u-z)\left[1-\Phi(z)\right]dz=v\cdot u, \qquad (6)$$

имеющего эффективные способы решения /4/.

5. По $\Phi(u)$, как решению уравнения (6), и v, найденному по граничному условию $\Phi(T)=0$, определяется искомая функция $F(t)$.

Для случаев, когда $f(t)$ есть полином степени не выше 2, соответствующие выражения для $F(t)$ и v приведены ниже, здесь обозначено

$$\alpha=\frac{\sqrt{4f(T)\cdot f''(T)-f'^{2}(T)}}{2f(T)}; \qquad \beta=\frac{f'(T)}{2f(T)}.$$

При $f(t)=a+bt$

$$F(t)=1-\exp\left(\frac{-bT}{a+bT}\right); \qquad v=(a+bT)\exp\left(\frac{-bT}{a+bT}\right).$$

$F(t)=1-\exp($

При $f(t)=a+bt+ct$ и $\alpha^2\geq 0$

$$F(t)=1-\exp(-\beta t)\left[\cos(\alpha t)+\frac{\alpha\sin(\alpha T)-\beta\cos(\alpha T)}{\alpha\cos(\alpha T)+\beta\sin(\alpha T)}\sin(\alpha t)\right];$$

$$v=(a+bT+cT^2)\frac{\alpha\exp(-\beta T)}{\alpha\cos(\alpha T)+\beta\sin(\alpha T)}.$$

При $f(t)=a+bt+ct$ и $\alpha^2<0$

$$F(t)=1-\exp(-\beta t)\left[ch(\alpha t)-\frac{\alpha sh(\alpha T)+\beta ch(\alpha T)}{\alpha ch(\alpha T)+\beta sh(\alpha T)}sh(\alpha t)\right];$$

$$v-(a+bT+cT^2)\frac{\alpha\exp(-\beta T)}{\alpha ch(\alpha T)+\beta sh(\alpha T)}.$$

Список литературы

1. Воробьев Н.Н. Конечные бескоалиционные игры //Успехи математических наук. - 1959. - Т.14. - N 4. - С. 21-56.

2. Романовский И.В. О сведении игры с полной памятью к матричной игре //Доклады АН СССР. - 1962. - Т. 144. - N 1. - С. 62-64.

3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Наука, 1986. - 544 с.

4. Краснов М.П. Интегральные уравнения. - М.:Наука,1975. - 304 с.

629.78

Р.Т.Сиразетдинов, Р.Н.Файзутдинов

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА ОБЛАСТЕЙ РЕАЛИЗУЕМЫХ ПЕРЕХОДОВ.

Современный этап развития ракетно-космической техники характеризуется наличием большого количества искусственных объектов, движущихся в околоземном пространстве. Важной проблемой является решение задач, связанных с обслуживанием этих объектов. Это задачи снабжения, аварийного спасения, удаления объектов, израсходовавших свой ресурс и т.п. Для эффективного использования дорогостоящих космических средств, призванных решать эти задачи, очевидна необходимость рационального планирования межорбитальных маневров. Обслуживание объектов связано прежде всего с выбором траекторий сближения космических аппаратов (КА). При этом приходиться выполнять большое количество громоздких и трудоемких вычислений. Задача еще более осложняется наличием многих требований, часто взаимоисключающих, которым должна удовлетворять траектория перехода. Поэтому актуальной является задача уменьшения вычислительных затрат при поиске приемлемых решений.

В работе рассматривается задача нахождения множества решений одноимпульсной задачи встречи двух КА, совершающих начальные движения по произвольным орбитам в ньютоновском поле Земли. Получив стартовый импульс скорости $\Delta V_{п}$ активный КА (АКА) начинает двигаться по переход-