

УДК 539.42

Китаев М.В.

**ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ СИЛИКАТНЫХ
СТЁКОЛ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УДАРНОГО
НАГРУЖЕНИЯ**

Введение

В коммерческих программных продуктах нет возможности моделировать разрушение хрупких тел, так как не существует пригодного для этого критерия разрушения.

Существующие на сегодняшний день критерии разрушения не дают возможности получить правдоподобную картину разрушения стекла (характерная паутинока из трещин вокруг точки удара). При использовании общепринятых критериев разрушения: Мизеса, Мора-Кулона и т.д. в исследуемых образцах возникает либо сквозное пробитие, либо полное отсутствие каких-либо разрушений.

Для возможности моделирования механизма образования и роста магистральных трещин в хрупких материалах при ударном нагружении была создана феноменологическая модель разрушения хрупких материалов.

В отличие от критерия разрушения, который даёт описание необходимых условий для начала разрушения, модель разрушения описывает поведение материала до и после появления трещин в материале с деградацией его свойств по мере накопления повреждений.

1. Квазистатическое нагружение

При квазистатическом нагружении для хрупких материалов можно использовать следующую модель разрушения:

Неразрушенный материал линейный, разрушение материала происходит при достижении предельного напряжённого состояния, описанного теорией Мора-Кулона:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = A + cP, \quad (1)$$

где A – коэффициент сцепления, c – коэффициент внутреннего (Кулоновского) трения, P – гидростатическое давление.

При $c = 0$ данный критерий трансформируется в критерий Хуберта-Мизеса.

При достижении критических напряжений материал переходит в новую фазу – разрушенный материал.

Разрушенный материал линейный, пластичный, поверхность пластичности описывается теорией Мора-Кулона (1) для сыпучих материалов, но появляются особенности. При гидростатическом растяжении модуль упругости и предел текучести обнуляются. При гидростатическом сжатии

$$A = A_0 \left(1 - \frac{\delta}{\delta_{np}} \right), A \geq 0, \quad (2)$$

где A – коэффициент сцепления материала в текущий момент, A_0 – коэффициент сцепления материала в неразрушенном состоянии, δ – пластические деформации в текущий момент, δ_{np} – пластические деформации, при которых материал полностью переходит в сыпучее состояние (для некоторых горных пород $\delta_{np} = 0,03$ [4]).

Разрушенный материал в области гидростатического сжатия – пластичный материал, поверхность пластичности которого находится между поверхностью неразрушенного материала и поверхностью сыпучего материала с тем же модулем упругости (чем больше пластические деформации данного материала, тем поверхность пластичности находится ближе к поверхности для сыпучего материала (рис. 1)). В данном случае деградация материала происходит по линейному закону в зависимости от величины пластических деформаций.

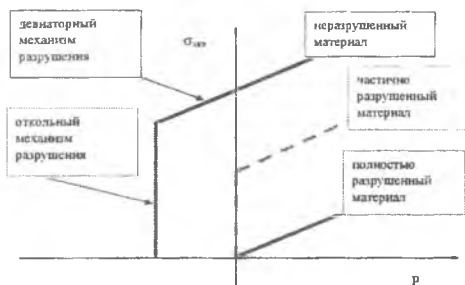


Рис. 1. Поверхности пластичности для различных состояний материала

В случае, когда имеются дополнительные экспериментальные данные, линейную зависимость (2) несложно привести к гиперболическому виду.

С помощью модели разрушения в квазистатической постановке (без учёта скорости деформаций) проводились расчёты несущей способности остекления регионального самолета при столкновении с птицей. Получить сходимость результатов расчётов с экспериментом не удалось (рис. 2). Но даже такие результаты расчётов позволили сократить количество натурных испытаний, дав математическое обоснование выбора самых неблагоприятных мест нагружения.

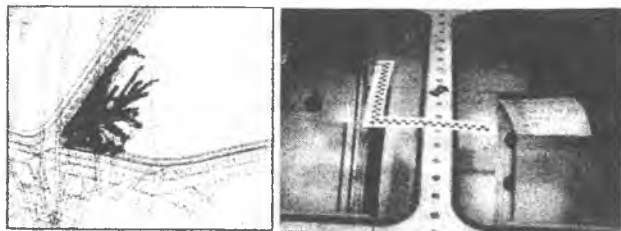


Рис. 2. Сравнение результатов расчётов (слева) с экспериментом (справа). В эксперименте разрушения не произошло

2. Динамическое нагружение

Описанная выше модель разрушения пригодна только для квазистатического нагружения. При быстротекущих процессах (ударных) её следует дополнить.

Во многих исследованиях замечено, что при высоких скоростях нагружения наблюдается повышение прочностных характеристик материалов. Так, исследования окольного импульса для оптического стекла К8 [2] показали, что при субмикросекундном нагружении разрушение образцов начинается при напряжениях 450 МПа при временной прочности 90 МПа. Описание экспериментов говорит о том, что время нагружения было соизмеримым с периодом прохождения звуковой волны. Особенность данного типа нагружения такова, что разрушение инициируется в объёме материала и исключает влияния микротрещин на поверхности образца [3]. При отрицательном давлении в материале могут образовываться зародышевые поры и пузырьки. при малом размере они обратимы [3]. При достижении критического размера, который зависит от поверхностного натяжения внутри пузырька, зародыши становятся неустойчивы и растут с высвобождением энергии, вследствие чего появляется трещина (необратимый процесс). Таким образом выглядит откольный механизм разрушения.

Критерий разрушения по откольному механизму. Предположим, что для возникновения трещины минимального размера, требуется определённая деформация объёма. При одноосном растяжении данный процесс будет выглядеть, как показано на рис. 3.

В упрощённом виде:

$$\Delta l = \frac{at^2}{2} = \frac{Ft^2}{2m} = \frac{\sigma St^2}{2m}, \quad (3)$$

где Δl – ширина раскрытия трещины, a – приведённое ускорение, t – время, F – сила, перемещающая массу в окрестностях трещины, m – масса в окрестности свободной поверхности трещины, σ – осреднённое напряжение в материале, S – половина свободной

поверхности трещины.

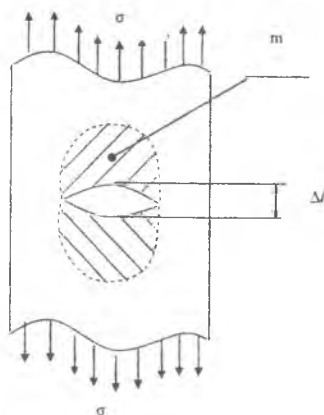


Рис. 3. Трещина при одноосном напряжении

В данном представлении механизма раскрытия трещины параметры Δl , a , S и m зависят от размера трещины. Если принять, что для каждого материала минимальный размер трещины зависит от свойств материала (критического размера зародышевых пор), то можно записать:

$$\sigma^2 = \frac{2\Delta l m}{S} = k^2, \quad (4)$$

где k – константа для конкретного материала, при превышении которой в материале появляется трещина. Собственно, минимальный размер трещины для данного материала полностью определяет значение k . Так как в данном критерии разрушения используется одна интегральная характеристика, которая получается экспериментальным путем, подробная картина НДС вокруг трещины не рассматривается;

σ^2 – параметры, зависящие от уровня и динамики нагружения.

Так как напряжения пропорциональны давлению в материале и откольный механизм разрушения зависит от значения гидростатического давления, то критерий разрушения будет выглядеть следующим образом:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{P} dt > k \quad (5)$$

На всём интервале интегрирования должно выполняться условие:

$$P > P_{\text{разр}} \quad (6)$$

Здесь t_1 – время, когда уровень напряжений достиг критических размеров, t_2 – текущее время, P – давление (здесь положительным является давление растяжения).

Как только выполнилось условие (5) в материале появится трещина. До возникновения трещины минимального размера деформации материала обратимы. Поэтому в случае невыполнения условия (6) на интервале интегрирования до достижения критического значения k , интегрирование прерывается и в случае выполнения условия (6) начинается с нулевого значения при дальнейшем нагружении (повреждения не накапливаются).

Значение откольной прочности материала возрастает при увеличении скорости нагружения и имеет линейную зависимость от скорости нагружения [3], что лишний раз доказывает правомерность использования критерия (5).

При ударном нагружении конструкции данный процесс будет выглядеть, как показано на рис. 4.

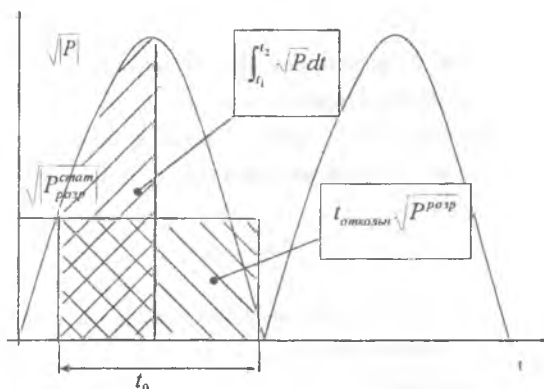


Рис. 4. Критерий разрушения при динамическом нагружении

Критерий разрушения по откольному механизму можно записать в виде:

$$\int_0^{t_0} \sqrt{P} dt > t_{откольной} P_{разр}^{откольной} \quad (7)$$

Критерий разрушения по девиаторному механизму. При больших скоростях нагружения реализуется девиаторный механизм разрушения. Так в волнах сжатия для оптического стекла К8 при субмикросекундном нагружении разрушение образцов начинается при напряжениях 5,3 ГПа при скорости нагружения 1200 м/с [1]. При давлениях превышающих 2,5 ГПа коэффициент Пуассона в стекле достигает значения 0,5, что доказывает существование в стекле данного механизма разрушения [5].

Учитывая, что уровень разрушающих нагрузок меняется от гидростатического давления, данный критерий можно записать в следующем виде:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\sigma_{\text{эки}}^{\text{норм}}} dt > t_{\text{девиаторн}} \sqrt{A + cP}, \quad (7)$$

где $A + cP$ – поверхность пластичности при статическом нагружении, $t_{\text{девиаторн}}$ – приведённое время, необходимое для возникновения трещины по девиаторному механизму.

Если время нагружения превышает значения $t_{\text{девиаторн}}$ данный критерий выродается в обычный критерий разрушения $\sigma_{\text{р}}^{\text{норм}}(P) = A + cP$. Очевидно, что при выполнении условия (1) и при $t_2 - t_1 > t_0(P)$ однозначно выполнится условие (7). То есть при квазистатическом нагружении уровень разрушающих нагрузок не будет зависеть от скорости нагружения, если время нагружения превышает $t_{\text{девиаторн}}$. Значение $t_{\text{девиаторн}}$ имеет небольшую величину (для стекла при одноосном растяжении $t_{\text{девиаторн}}$ имеет порядок $3.1 \cdot 10^{-7}$ с, $t_{\text{откольный}}$ $1.1 \cdot 10^{-7}$ с). Однако, при скоростях нагружения, приближающихся к скоростям звука, данный параметр будет оказывать существенное влияние на уровень разрушающей нагрузки.

В итоге критерий разрушения будет выглядеть следующим образом.

Неразрушенный материал линейный, разрушение материала происходит при выполнении условия:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{P} dt > t_{\text{откольный}} P_{\text{разр}}, \quad (8)$$

или

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\sigma_{\text{эки}}^{\text{норм}}} dt > t_{\text{девиаторн}} \sqrt{A + cP}. \quad (9)$$

Здесь $P_{\text{разр}}$ – давление разрушения при откольном механизме разрушения, $\sigma_{\text{эки}}^{\text{норм}}$ – эквивалентное по Мизесу напряжение, $\sigma_{\text{р}}^{\text{норм}}(P) = A + cP$ – поверхность пластичности при статическом нагружении, A – коэффициент сцепления, c – коэффициент внутреннего трения, P – гидростатическое давление, $t_{\text{откольный}}$ – приведённое время, необходимое для возникновения трещины по откольному механизму разрушения (свойство материала), $t_{\text{девиаторн}}$ – приведённое время, необходимое для возникновения трещины по девиаторному механизму разрушения (свойство материала), t_1 – время, когда уровень напряжений достиг критических размеров $\sigma_{\text{эки}}^{\text{норм}} > \sigma_{\text{р}}^{\text{норм}}$ или $P > P_{\text{разр}}$, t_2 – текущее время.

На всём участке интегрирования по времени должно выполняться условие $\sigma_{\text{эки}}^{\text{норм}} > \sigma_{\text{р}}^{\text{норм}}$ для девиаторного механизма разрушения или $P > P_{\text{разр}}$ для откольного механизма разрушения.

При выполнении условий (8) или (9) материал переходит в новую фазу – разру-

шенный материал. Если появятся экспериментальные данные, то можно учесть энергию образования и роста трещины за счёт введения допустимых пластических деформаций.

Следует отметить, что данная модель оперирует двумя типами разрушения, который зависит от значений $t_{отколы}$ и $t_{девиаторы}$, что снимает вопрос о типе материала: хрупкий или пластичный. Материал может переходить из одного состояния в другое в зависимости от типа и скорости нагружения.

Модель поведения разрушенного материала соответствует квазистатическому случаю, т. е. при растяжении он не воспринимает нагрузок, при сжатии его прочностные свойства деградируют пропорционально накопленным пластическим деформациям.

Для определения величин A и c достаточно провести статические испытания образцов на растяжение и сжатие. Если существует большое количество испытаний при различных типах статического нагружения, критерий Мора-Кулона можно заменить на критерий Мора или критерий Баландина (в данном случае изменится только поверхность пластичности).

Прямых данных по определению величины $t_{отколы}$ и $t_{девиаторы}$ на сегодня не существует. Величина $t_{отколы}$ напрямую зависит от минимального размера трещины в материале. Существует ряд экспериментов по определению величины откольного импульса, где цилиндрические образцы нагружаются мгновенным разогревом одного торца, по образцу бежит ударная волна, и по деформации противоположного торца определяется напряжённое разрушение [2]. При подобном нагружении разрушающие напряжения увеличиваются в пять раз по сравнению с результатами статических испытаний. Воспроизведение подобных экспериментов расчётным методом может позволить определить величину $t_{отколы}$. Для исследуемого в данных экспериментах оптического стекла К8 значение $t_{отколы}$ составляет $1,1 \cdot 10^{-7}$ с для данного типа нагружения, что соответствует минимальному размеру трещины $0,0007 \text{ мм}^2$ с раскрытием трещины на $0,005 \text{ мм}$. При исследовании поверхности трещин были обнаружены пузырьки в виде пор размером менее $0,001 \text{ мм}$ [2], которые, вероятно, и являются описанными в [3] зародышевыми порами. Следует отметить, что «критический размер раскрытия трещины», использованный в данном критерии разрушения, – это деформация объёма в направлении раскрытия трещины, и она должна быть больше, чем критический размер зародышевых пор. Зародышевые поры возникают в некотором объёме. После начала возникновения магистральной трещины поры, находящиеся рядом с вершиной трещины, включаются в неё, а лежащие по разные стороны берегов трещины исчезают, так как напряжения ря-

дом с берегами трещины значительно снижаются после её образования.

Подобные эксперименты с волнами сжатия дают возможность определить величину $t_{девиатор}$. При подборе величины $t_{девиатор}$ при сжатии для оптического стекла К8 получилось значение $3,1 \cdot 10^{-7}$ с. Вообще, динамическая составляющая данного критерия требует дополнительных исследований и поправок. Данный критерий – не физическое описание процесса разрушения, а попытка феноменологического представления механики начала образования и роста трещины в динамической постановке с учётом инерционных составляющих. Данный критерий удобен для численного моделирования, так как оперирует интегральными характеристиками и не требует точного определения напряжённо-деформируемого состояния (НДС) в вершине трещины.

3. Особенности критерия разрушения при численном моделировании

Недостатком метода конечного элемента является дискретизация непрерывной среды. В случае явной схемы интегрирования появляются дополнительные ограничения на минимальный размер элемента. При исследовании НДС структуры с трещинами возникает неопределённость с концентрацией напряжения в вершине трещины.

В расчётных исследованиях, проводимых в программном продукте MSC/DYTRAN, использовалась изотропная модель разрушения, созданная с помощью подпрограмм пользователя. В данной модели элемент может находиться в одном из состояний: исходное состояние и разрушенное состояние. В исходном состоянии элемент работает в линейной постановке. При достижении критического нагружения и выполнении условия критерия разрушения (8) или (9) на данном шаге интегрирования по времени в материале появляются пластические деформации, на следующем шаге по времени материал переходит в разрушенное состояние. При данном подходе трещина выглядит как ряд разрушенных элементов. Недостатком изотропного подхода является деградация упругих характеристик материала по всем направлениям, однако, это компенсируется небольшими размерами элементов, что незначительно сказывается на общем НДС исследуемого объекта.

Вторым недостатком метода конечного элемента является несовершенство функций форм элемента, что может привести к зависимости направления роста трещины от ориентации элементов в пространстве, что особенно критично при изотропной модели разрушения. Для решения данной проблемы предложено использовать разбиение материала, как показано на рис. 5. Подобное разбиение даёт шесть равнопрочных направлений, что обеспечивает квазиизотропное распространение трещин в каждой точке материала.

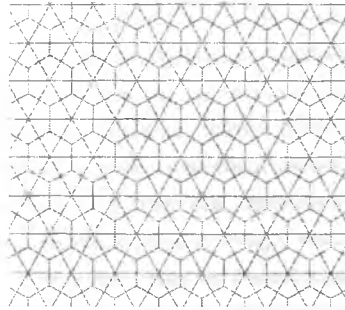


Рис. 5. Пример квазиизотропной конечно-элементной сетки

Дополнительно необходимо отметить, что при явной схеме интегрирования в элементе присутствует только одна точка интегрирования. Поэтому значения давлений и напряжений усредняются и получаются несколько заниженными в зависимости от размера элементов в модели. При моделировании и задании свойств материалов в модели необходимо учитывать данные особенности.

Несовершенство функций форм в программных продуктах, использующих явную схему интегрирования, требует дополнительных поправок, вносимых в критерий разрушения.

С помощью созданной модели разрушения удалось получить картину разрушения стеклянного образца с образованием магистральных трещин как в радиальном, так и в окружном направлениях («паутинка» из трещин, возникшая вокруг точки удара).

При использовании обычного критерия разрушения Мора-Кулона или квазистатической модели разрушения в материале не возникает магистральных трещин, так как материал не накапливает внутренней энергии и разрушение происходит как простое пробитие без образования трещин независимо от скорости удара.

4. Результаты численного моделирования

Проведены расчёты столкновения свинцового цилиндра со стеклом (рис. 6).

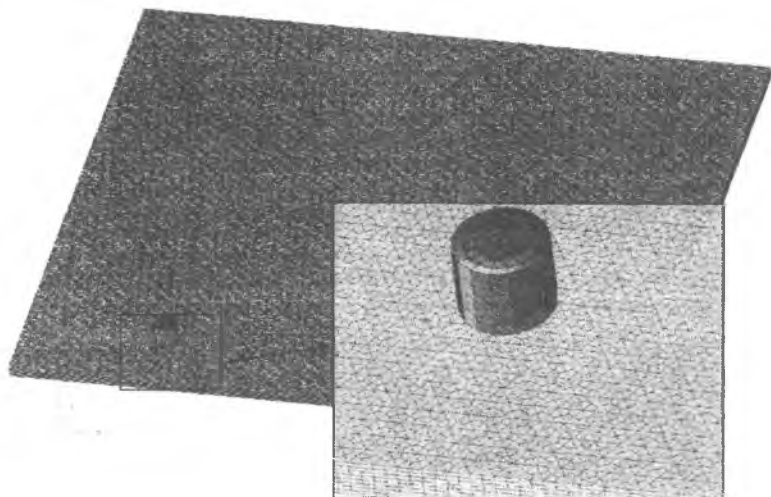


Рис. 6. Внешний вид расчётной модели

Стекло – пластина с размерами 100 на 100 мм, толщиной 1,6 мм. Размер элемента 0,5 мм. В модели 580000 узлов и 520000 элементов. Свойства стекла: $E = 6,3$ ГПа, $\mu = 0,2$, $\rho = 2400$ кг/м³, $A = 80$ МПа – коэффициент сцепления, $c = 0,5$ – коэффициент внутреннего трения. $t_{\text{контакты}} = \text{const} = 1,0 \cdot 10^{-7}$ с, $t_{\text{декаиторн}} = \text{const} = 4,0 \cdot 10^{-6}$ с. Размер цилиндра: $d = 4$ мм, $h = 3$ мм. Свойства материала цилиндра: $E = 1,6$ ГПа, $\mu = 0,36$, $\rho = 11300$ кг/м³, $\sigma_{02} = 18$ МПа. Стекло находится в невесомости, не закреплено, начальная скорость равна нулю.

Проведены параметрические исследования влияния скорости удара на картину разрушения стекла. Цилиндр движется перпендикулярно стеклу с начальной скоростью $V_z = -20$ м/с, -40 м/с, -60 м/с, -80 м/с, -130 м/с.

На рисунках 7 – 16 приведены картины разрушения стекла при разных скоростях столкновения. На рисунке 17 показано сравнение формы распространяющейся трещины, полученной расчётным путём и в эксперименте



Рис 7 Разрушенные элементы в стекле в момент времени 0,0003 с
Скорость столкновения 20 м/с



Рис. 8. Деформированное состояние в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 20 м/с



Рис. 9. Разрушенные элементы в стекле в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 40 м/с. При данной скорости столкновения появляется
характерная «паутинка» с преобладанием радиальных трещин

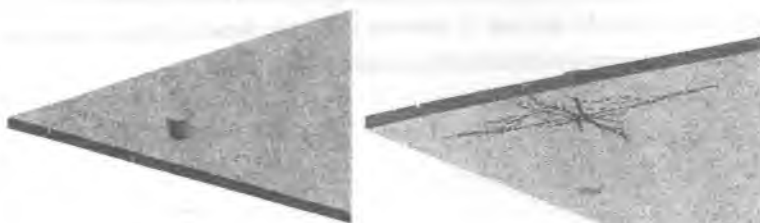


Рис. 10. Деформированное состояние в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 40 м/с

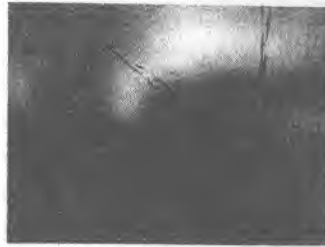


Рис. 11. Разрушенные элементы в стекле в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 60 м/с. При данной скорости столкновения появляется
характерная «паутинка» из окружных и радиальных трещин

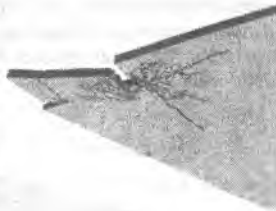
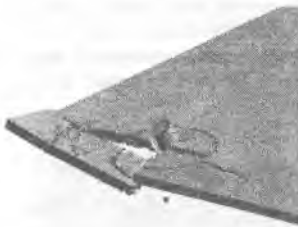


Рис. 12. Деформированное состояние в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 60 м/с



Рис. 13. Разрушенные элементы в стекле в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 80 м/с. При данной скорости столкновения появляется
характерная «паутинка» из окружных и радиальных трещин,
затем происходит разлет крупных и мелких осколков



Рис. 14. Деформированное состояние в момент времени 0,0003 с.
Скорость столкновения 80 м/с

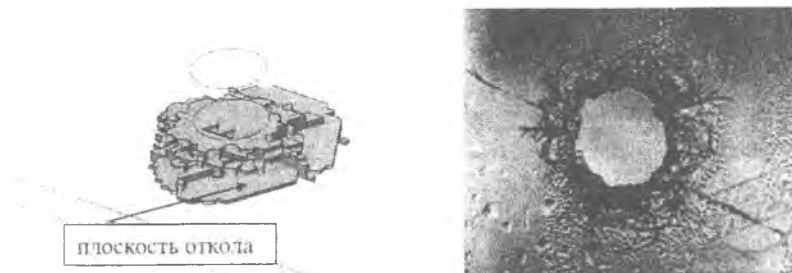


Рис. 15. Разрушенные элементы в стекле в момент времени 0,0001 с.
Скорость столкновения 130 м/с. При данном разрушении существует плоскость откола параллельная внешней поверхности стекла и отстоящая на небольшом расстоянии от неё (десятые доли миллиметра), в результате чего от массива откалываются тонкие пластинки в форме чешуек



Рис. 16. Деформированное состояние в момент времени 0,0001 с.
Скорость столкновения 130 м/с

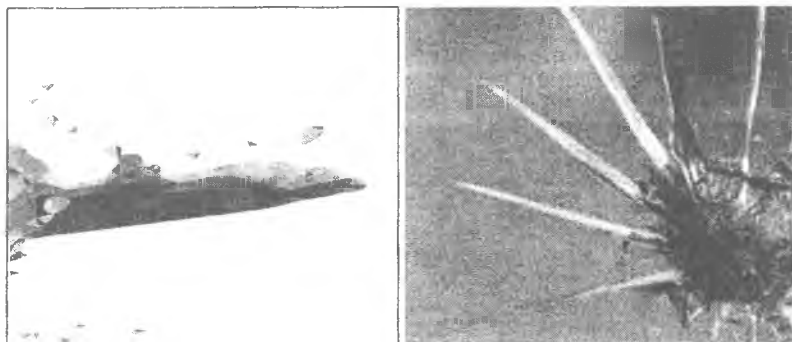


Рис. 17. Форма распространяющейся трещины, полученная расчётом путём
и в эксперименте

Выводы

Созданная модель разрушения позволила получить несколько типов разрушения плоского стеклянного образца в зависимости от скорости удара. Все полученные картины разрушения встречаются в реальной жизни, что подтверждает правомерность использования данного критерия в расчётной практике.

Требуются дополнительные расчётно-экспериментальные исследования для подбора необходимых характеристик материалов, которых не существует в справочной литературе, но которые можно получить методом подбора с помощью воспроизведения существующих экспериментов, что было сделано для оптического стекла К8. После получения данных характеристик материалов можно провести оценку количественной составляющей данного критерия для разных материалов.

При различном напряжённо-деформированном состоянии один и тот же материал может разрушаться как по пластическому, так и по хрупкому сценарию. Созданный критерий способен одновременно учитывать откольный механизм разрушения (для хрупких материалов) и девиаторный механизм разрушения (пластичный материал), тем самым в принципе снимая вопрос о типе материала (хрупкий или пластичный).

Библиографический список

1. Савиных, А.С. Прочность и разрушение боросиликатного стекла ЛК7 при ударном сжатии / А.С. Савиных, Г.И. Канель, С.В. Разоренов // Журнал технической физики. 2010. Т. 80. Вып. 6 С 85-89.
2. Суденьков, Ю.В. Откол в стекле К8 при субмикросекундном ударном нагружении / Ю.В. Суденьков // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 11. С. 30-35.
3. Канель, Г.И. Ударные волны в физике конденсированного состояния / Г.И. Канель, В.Е. Фортов, С.В. Разоренов // Успехи Физических Наук, 2007. Т. 177. № 8. С. 809-830.
4. Зерцалов, М.Г. Механика разрушения скальных грунтов.
5. Савиных, А.С. Продольная и объемная сжимаемость натриево-известкового стекла при давлениях до 10 GPa / А.С. Савиных, Г.В. Гаркушин, С.В. Разоренов, Г.И. Канель // Журнал технической физики. 2007. Т. 77. Вып. 3. С. 38-42.